戴念祖 著

朱载堉

明代的科学和艺术巨星

（修订本）

是以新法不用三分损益，不拘隔八相生，然而相生有序、循环无端，十二律吕一以贯之。此盖二千余年之所未有，自我圣朝始也，学者宜尽心焉。

——朱载堉（1536—1611）

人 民 出 版 社

大家都知道，火器、造纸、印书是中国人的三大发明，到了近代，西洋人用所有的力量、所有的科学方法完全放上去，使这三种东西每一种都有飞速的进步，极度的改良，而我们却须回过头去跟他们学习……唯有明朝末年，朱载堉先生所发明的十二等律，却是一个一做就做到登峰造极的地步的大发明。他把一协分为十二个相等的半度，是个唯一无二的方法。直到现在谁也不能推翻它、摇动它……这种发明，恐怕至少也可以比得上贝尔的电话和爱迪生的留声机罢。

——刘半农（*1891—1934*）

朱载堉对人类的贡献是发现了将音阶调谐为相等音程的数学方法。这是一种十分重要的实用体系，而今天所有西方国家的大众都认为它是理所当然的，甚至不知道它的存在。

平心而论，近三个世纪里欧洲和近代音乐完全可能受到中国的一篇数学杰作的影响，虽然传播的证据尚付阙如。……毫无疑问，首先从数学上系统阐述等程律的荣誉应当归之于中国。

——［英］李约瑟（*Dr. Joseph Needham, 1900—1995*）

ISBN 978-7-01-010223-8



定价：49.00元

朱载堉

明代的科学和艺术巨星

（修订本）

戴念祖　著

 人民出版社

责任编辑:杨美艳
装帧设计:曹　春
版式设计:东昌文化
责任校对:张杰利

图书在版编目(CIP)数据

朱载堉:明代的科学和艺术巨星/戴念祖 著.
-北京:人民出版社,2011.10　修订本.
ISBN 978-7-01-010223-8

Ⅰ.①朱…　Ⅱ.①戴…　Ⅲ.①朱载堉(1536～1611)-传记
Ⅳ.①K826.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 180018 号

朱　载　堉

ZHU ZAI YU

明代的科学和艺术巨星

(修订本)

戴念祖　著

人民出版社 出版发行
(100706　北京朝阳门内大街 166 号)

北京新华印刷有限公司印刷　新华书店经销

2011 年 10 月第 1 版　2011 年 10 月北京第 1 次印刷
开本:710 毫米×1000 毫米 1/16　印张:21.25
字数:330 千字　印数:0,001-3,000 册

ISBN 978-7-01-010223-8　定价:49.00 元

邮购地址 100706　北京朝阳门内大街 166 号
人民东方图书销售中心　电话 (010)65250042　65289539

修订版序

朱载堉是中国文化史上鲜有的杰出人物。他对于人类最重大的贡献是创建了十二等程律。它是一种对乐器调律的数学原理,也是一种非常实用的乐律体系。用它调律的乐器,可以满足任意转调或变调的需要,而不用临时在舞台上匆忙地更换乐器。现代音乐舞台上许多键盘乐器就是用它调律的,钢琴是其中之一。有了十二等程律,才有现代的音乐舞台。迄今,我们仍在享用他几百年前的贡献。

众所周知,钢琴是欧洲文明的产物,十二等程律就是它的灵魂。没有后者就没有前者。然而,令人难以置信的是,钢琴的形体结构虽是在西方起源发展的,它的灵魂却是由东方的王子载堉铸就的。本书就是叙说这么一个故事。

本书要紧之处在于阐述朱载堉如何用等比级数构建等程律,如何想到$\sqrt[12]{2}$这个无理数,它的文化背景是什么。本书给读者提供了解这一历史事件的读本,也为今日在科学和艺术两方面从事创新工作者借鉴。

本书是1986年版(第一版)的修订本。第一版已充分发挥了它应有的知识与社会功效,引来了国内和国际上诸多学者起而研究朱载堉。第一版时经四分之一世纪,笔者又有了许多原始素材的积累与思考,并在2008年出版与此相关的一本著作《天潢真人朱载堉》。今年年初,人民出版社果断决定再版修订本,令笔者兴奋与忐忑交加。当先坦诚告知读者,虽然本书某些素材与文字源自拙著《天潢真人朱载堉》,然而,串联这些

原始素材的思路却为本书所有，也是第一版思路的补充。

今年是朱载堉诞辰475周年、辞世400周年，特以此书纪念之。

戴念祖

岁古稀于北京陋室

辛卯年清明之日

文化史的诗情*

黄翔鹏

朱载堉是一个科学家、律历学家、音乐家。人们也许还不太知道,他同时又是一个愤世嫉俗的诗歌作家。科学家的冷静头脑和艺术家的入世激情在这位杰出人物的身上构成了一个不可思议的、相依并存的和谐同一体。

哪里有人类的创造活动,哪里就有诗。朱载堉不仅在文学领域中写了诗歌,他在天文历法、数学、乐律学的领域中同样为人类的文化史留下了余韵犹存的诗篇。

古稀之年的朱载堉为邢云路的《古今律历考》作序。读者在掩卷之余可以想见这一对老友夜深忘倦、两相携手,"散步中庭,仰窥玄象"的情景。老人为什么没有睡意?他们从灿烂星空之中看到了什么?

星空的美,本来对世人并无私惠,未有偏袒;但只有忘我的人,才得深入它的极致,发掘它的蕴蓄和奥秘,知道它的古今之变,从而得到启迪,进而憧憬,因而欣喜如醉。朱载堉的心中还有更多的"星空"。借以观察天体运行的只是这些星空之一。天上有他昼夜揣摩的世界,地上也有他探

* 此为本书1986年初版时黄翔鹏先生所写的卷头语,此次修订再版时有改动。黄翔鹏(1927—1997),中国音乐学家、音乐史家。曾任中国艺术研究院音乐研究所所长,中国音乐家协会常务理事、民族音乐委员会主任。

究不尽的文化宝藏;他透过无垠空间,穷索“自然天成之理”,又超越时间,心追往古,寻找久被歪曲了的历史真实。许多学术部门,像相邻的银河系那样被他串联起来,他出没于其间的宏观、微观世界,寻得精诚所至、金石为开的结果。在他的时代中,他是一个东方的、文艺复兴式的文化巨人。从中国的古代史中数下来,也令人回想起春秋战国时期诸子蜂起、百家并出的那样一个群星丽天的巨人时代。

人类的文化史上曾经产生过多少巨星?朱载堉在仰望星斗的时候,他可曾想到过自己在文化史的众多星座中将有个什么位置?可曾指望过,自己会成为其中的哪一颗?他也许未曾这样设想,但他确实应该知道自己的位置。历史上任何一知识领域的先觉者,都是深知自己的历史使命的人物。

朱载堉是从他的时代中,根据音乐实践的需要,寻得自己的历史使命的;也是检视了中国乐律学史这条“银河”中的每一个星座,才寻得自己应予开拓的领空的。中国的乐律学在学术体系的严密完整方面,本来就在当日的世界上占有先进地位,无论是知识积累的厚富和创造性发现的众多,都有良好的基础。宋、元以来,音乐艺术的发展久已越出了与庄园经济并行的歌舞音乐阶段,戏曲音乐的发展与艺人走码头的活动要求全国性的统一音高标准与自由旋宫的可能性,历史的新契机在等待着平均律理论的出现,等待着“新法密率”的诞生。

创造性发展的主、客观条件为什么集中体现在朱载堉的学术活动之中?学术史上并不是所有的人都能充分运用固有文化宝库的富厚积累,从而创造出新成果的。因为,知道遗产的丰富者,未必知道其中的各种历史遗留问题;知道这些遗留问题的人,未必就能根据新的历史条件以及客观现实的需要而善于处理这些问题。在文化上有所建树的人,根基在“学”,施展在“才”;作为才、学统率的关键则是“识”。引导并使朱载堉学有所用、才有所展的是他千思百虑而得的卓越见识——大师的洞察力。

然而,朱载堉只是一个意态谦和、目光冷峻、长于静观的观察者吗?是的,却不完全如此。

他毫不介意于郑王世子的地位和享用,在世态炎凉之中自甘淡泊,能

够十九年“席藁独处”，像个苦行僧；他弃之如敝履地放弃王位，博得“让国高风”的美名，像个温良恭俭的儒者。就像他在每一个静夜中默对星空一样，也许人们会认为他是一个心如止水的人物。

人们可曾想到：他事实上是一个热血沸腾、心潮激荡，不太能容忍鄙陋俗见与精神枷锁的革新家和叛逆者。他看待学术史问题从来不用腐儒的眼光。古来的律家或尊司马迁，或尊班固；或拘泥于《通典》，或坚信陈旸《乐书》；甚至狭隘到仅奉蔡元定为宗师的人物，都把乐律学史看成了铁板一块。他却能够“考其异同而折衷之”（朱载堉所说的“折衷”一词，不是现今的调和矛盾之意，实指取其精华、弃其糟粕、去短用长的意思）。采取科学态度而不取宗法定说、死守一派的成见。腐儒的眼光中，一般地把文化的积累看做层层叠压、凝固起来的高楼大厦。独有杰出者的真知灼见能看得出：文化遗产进入新的历史时期，一旦遇上点燃发火的引线，即可成为沸腾着的，各个层次在运动中搅杂翻滚、渗透穿插，可在激荡状态中产生新的升华、达到新的高度的一种事物。

人类文化史中众多星座的出没运行如此和谐有序，它们不断地推陈出新而抒写出伟大诗篇，这是响彻过去与未来之间的、激动着无数伟大心灵的交响乐诗。

这是一首欣赏不尽、写之不尽的、永无终端的诗。

朱载堉就是它的作者之一。

前　　言*

（1986 年版）

朱载堉（1536—1611）是我国明代杰出的自然科学家、艺术家。他的成就是明代自然科学和艺术科学的顶峰，也为中华民族史增添了光彩。他是明仁宗朱高炽的第六代孙，他的父亲朱厚烷被册封为“郑恭王”，“王子载堉”的名字早在几百年前就传遍了欧洲学术界。他学识渊博、多才多艺。研究中国科学技术史的专家李约瑟博士称颂他为“文艺复兴时代的人”。

朱载堉处在我国的资本主义萌芽时代，艺术的大发展要求他那个时代确立音乐上的旋宫理论和统一音高标准。朱载堉适应这个时代的需要，为了解决几千年来音乐理论上的难题，却攀上了一个又一个的科学高峰，涉足了自然科学和艺术科学的广泛领域。

在音乐理论上解决旋宫问题的必然的而且唯一的结果是发现十二等程律，朱载堉称它为“新法密率”。为了创建“新法密率”，他不得不同时解决一系列围绕着它的自然科学课题。首先，必须找到计算十二等程律的数学方法。为此，他在世界上最早解答了已知等比数列的首项、末项和项数，如何求解其他各项的方法；最早找到了不同进位制的小数换算方法；为了解决繁重的数学演算，他最早运用珠算——当时的一种商业用数

* 修订再版时有改动。

学工具——进行开方计算。为了找到历史上的音高标准,他研究了计量学和物理学的某些问题,他的关于历代度量衡制变迁的深刻研究一直影响到今天;他提出了一个系统的管口校正方法及其计算公式;他精确地测定了水银密度,透彻地研究并实验了完全八度和纯五度等的和声问题。在我国传统的律历和谐观念的影响下,他又不得不去研究天文历法,从而精确地计算了回归年长度值,精确地测量了北京的地理纬度和地磁偏角。功到自然成,他所做的一切努力,终于使他在世界上第一个攀登上了十二等程律的理论高峰。

寻求十二等程律和统一音高标准不是一个纯粹的自然科学课题,提出并解决这个课题要有高深的音乐造诣,要考察并研究各种乐器及其古今变化。朱载堉在这方面的工作和他在自然科学方面一样博大精深。他谱写了大量的乐谱、操缦谱、旋宫谱,撰写了大量的充满激情的歌词,制造了许多乐器,探讨了不少乐器的发音规律和物理功能,研究了音乐史、乐器史。然而,在艺术科学,朱载堉远不止是一个音乐家、文学家、音乐史家和乐器史家、乐器制造家,他还是一个舞蹈设计家和理论家,并且还擅长白描画。他描绘了我国历史上最详尽的舞图和舞谱,是我国历史上舞谱的集大成者。

历史上任何一个伟大的科学理论奠基人,也必定要在哲学思想上作出这种或那种建树,朱载堉也不例外。他的著作充满了科学哲学和辩证思想的光辉。

朱载堉是我国古代社会末期和近代社会前夜的一颗科学和艺术巨星,是明代一位百科全书式的学者。如果我国在明末、清初能继续造成自然科学正常发展的土壤和环境的话,他无疑是我国近代科学和艺术的第一个创始人。

作为一个科学家和艺术家,朱载堉是一个革新者。对待文化遗产,他不是因循守旧,而是批判继承;对待科学问题,他不是"格物穷理",而是尊重实践、注重实验;对待艺术问题,他不是复古,而是创新,不是守旧,而是改造。不畏权威、不从古训、崇尚真知、追求真理,是朱载堉伟大、高尚的精神。

作为皇室嫡系子孙，朱载堉是一个叛逆者。青少年时期，他“席藁独处十九年”，自称“山阳酒狂仙客”；晚年，他执意让爵，箪食瓢饮，自号“道人”；他痛斥钱财“为富不仁”，诅咒权势“狗畜生”。他的思想和品质具有相当的人民性。和那种“两眼官势钱、一身奴才相”的人形成鲜明对比，他是封建社会中难得的天潢真人。

王子载堉首先是在欧洲学术界出名的。他和他的学术成就在我国长期受到不公正的待遇。近半个世纪，欧美学术界的某些人抱着“西方的科学思想比东方优越”的观点，拙劣地或巧妙地与朱载堉争优先权，在这方面，李约瑟博士的有关论述是公正的、有根据的。

contents

目 录

修订版序/001

文化史的诗情/001　　黄翔鹏

前言（1986年版）/001

一　家世/001

宗藩 …… 001

父亲 …… 010

外舅祖 …… 018

二　生平和著作/023

青少年时期 …… 023

创新音乐理论的年代 …… 027

奏疏宗室子弟入学入仕 …… 032

七疏让国 …… 035

晚年 …… 041

著作 …… 045

三　创建十二等程律/054

三种律制 …… 055

新法密率 …… 066

不拘“隔八” …… 075

文化背景 …… 081

四　等程律的管弦乐器/088
均准……089
管乐器的末端效应……092
管口校正……097
乐器制造……104
五　音乐实践/114　黄翔鹏
音乐人生……115
探索继承关系，恢复旋宫古法……126
歌曲、乐曲的初级教学体系和有量记谱法……131
音列、音域与作曲问题……133
采录民间乐曲及其精确记谱……135
六　文学、舞蹈与绘画/137
文学……137
舞蹈……148
白描画……156
七　数学和计量/160
求圆周率……161
珠算开方……164
九进制和十进制的小数换算……166
由四项组成的等比级数解……171
计量及其历史探索……175
八　天文历法/183　陈美东
背景……184
黄钟历和圣寿万年历……188
对回归年长度及其古今变化的研究……193

《黄钟历议》和《万年历备考》 …… 198
上进《历书》引发的风波 …… 208

九　新法密率在中国/220
明朝宫廷的态度 …… 220
康熙帝的实用主义 …… 223
乾隆无理“辟识”朱载堉 …… 224
《律吕正义后编》的诬蔑之词 …… 228
明知而随俗的陈澧 …… 231
“一见而屈服”的江永 …… 233

十　等程律向西传播/238
西方“等程律音阶的起源是模糊的” …… 238
斯蒂芬和梅森的等程律 …… 241
从东向西传播 …… 246
历史回顾 …… 255

附　录/264
一、“郑端清世子赐葬神道碑”注释 …… 264
二、朱载堉年谱简编 …… 278
三、参考文献 …… 298

后记（1986年版） …… 307
跋（修订版） …… 310
专有名词索引 …… 313
人名索引 …… 315

一　家　世

朱载堉出身皇族，是明仁宗朱高炽的第六代孙。皇族出身令他一生跌宕起伏；皇族的丰厚生活，也使他有闲做学问。对于日益庞大的皇族，明朝廷制定了严格的“宗藩条例”予以约束、管制。朱载堉既是孝子贤孙，也是遵纪守法的典范。

宗　藩

封建帝王将其子弟分别封至各省、府、州为王，受封的皇族称为宗藩，也作宗蕃。藩有屏卫之意，宗藩受封之地，又称藩国。帝王将其子弟分封出京、远赴藩国，一则由子弟们保家卫国，尤其是护卫疆土，或谓“屏卫皇室”。在新朝刚立之时，边疆重镇，往往由皇族子弟防守，安全可靠；二则将子弟分别藩篱屏蔽于各地，免除子弟之间纷争闹事，更免除众多子弟对京城皇储之危，无夺宫谋逆之忧。受封的帝王子弟便是亲王。明代276年间，为确保这两个目的，御制宗藩条例，以严格约束、限制宗藩行止。

明太祖朱元璋有26子，嫡长子朱标（懿文太子）早卒，除两子夭殇外，其余23子皆得封王。由于嫡长子早卒，朱元璋将帝位传于长孙朱允炆，是为建文帝。

不几年，朱元璋第四子、燕王朱棣发起靖难之役，从其侄朱允炆座中

夺得帝位,是为明成祖。成祖朱棣 4 子,长子朱高炽继位,子高燨(xī)不详何故未封,得封者二王。仁宗朱高炽 10 子,长子朱瞻基(宣宗)继位,第四子瞻垠早卒,得封者八王。其中有第二子郑靖王瞻埈,第三子越靖王瞻墉等等。瞻埈就是朱载堉的上五世祖。其后,明代各帝王与诸藩均为成祖朱棣这一房族。200 余年之皇朝更迭,子孙繁衍不胜其数。

在"郑靖王"、"越靖王"这些王爵名称中,第一字是封邑,如"郑"、"越";第二字是谥号,如"靖";第三字是爵位。朱厚烷、朱载堉父子是郑靖王之后,朱厚烷称为"郑恭王",朱载堉称为"郑端清世子",其中,"郑"是封邑,"恭"与"端清"是谥号,"王"或"世子"是爵位。各王府对朝廷行文自称"X府"。郑恭王府称"郑府",载堉也自称"郑府"。六部行文也称"郑府"。朱载堉生前为自己著作或奏疏落款为"郑世子(臣)载堉"。当他的名字传遍欧洲时,人们只知其为"王子载堉",而不知其姓,也不知"郑"为何意。甚至有误"郑"为姓者。19 世纪德国最伟大的科学家赫尔姆霍茨(H. von Helmholtz,1821—1894)在其巨著《论音感》中曾说"在中国人中,据说有个名叫载堉的王子"云云①,竟不知其姓。

亲王在王府内每日常朝,亲王发放言语称裔旨。同城三司府、州、县及守御卫,分等级,每月初一、十五到王府拜望。出使官员或路经宗藩之国的官员,有朝见亲王礼,但不许亲王赏赐物件,以免有拉拢腐蚀京官之嫌。

明初,亲王间以庆贺入朝。靖难之变后,亲王有出藩国府城之禁。凡遇万寿圣节(天子生日)、正旦、冬至三大节,各宗藩只在其府内行遥祝礼。府内各官人等,按爵职尊卑,立班行礼。凡遇诏敕或庆贺等礼仪,亲王、郡王年老有疾,不能行礼者,先期奏请,由世子、世孙代行,而府中诸务,仍自行管理,不许世子世孙干预,以防起衅端。如确不能管府事之亲王,必先奏行、勘明,待敕下世子代行方可。

宗室为善者,皇上赐敕赐物,以示奖谕,但不许奏请建牌坊。敕建朱

---

① H. von Helmholtz, *On the Sensation of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music.* Trans. by A. J. Ellis, New York: Dover Pub., INC., 1954, pp. 548 - 549.

载堉"让国高风"牌坊,是明代宗藩条例之一特例。凡宗室有过犯,视轻重治罪,连同其党羽在内,重者高墙禁锢或闲宅禁之,子孙降为庶人。高墙、闲宅即今之监狱。除安徽凤阳有高墙、闲宅外,各省城也有闲宅。凡罪宗,其庶人只给口粮,男女婚嫁之事,一律免请。坐罪宗人,入高墙闲宅,可携家眷,除给名粮外,担柴挑水、洗衣煮饭,一律自食其力。对于天潢贵胄,这可是相当重的处罚了。

为防"藩王先后谋不轨,遂设为厉禁,所以钳制之者无不至"①。宗藩无诏,不得进京;宗藩之间,不得往来探视。甚而出城省墓,亦需奏请,二王不得相见。嘉靖四十五年(1566),禁宗室遣人久留京师②。弘治中,周太后思念其子崇王见泽,特召之。礼部尚书倪岳奏:自宣德以来,除襄王一人入朝外,无亲王朝见之事。最后,还是不允许周太后召见③。万历中,潞王翊(yì)镠(liú)年少赴封地,他与神宗翊钧为亲兄弟,同为李太后所生。有一年,郑贵妃念其亲生儿子福王常洵,欲不使他赴藩,借口李太后将过万寿节,待过节后再就藩。此时,李太后亦说,吾儿潞王可否来京为吾过寿节?④

宣德四年(1429),梁王瞻垍就藩安陆。襄王瞻墡就藩长沙,正统元年(1436)又徙襄阳。他们是异母兄弟。在襄王自长沙徙襄阳路中,过梁王封地安陆,兄弟相见,"留连不忍去。濒别,瞻垍恸曰:'兄弟不复更相见,奈何!'左右皆泣下"⑤。这次兄弟相见,大概瞒过了朝廷,而襄王瞻墡与郑简王祁锳之相见就不同了。

正统十四年(1449),英宗北狩,太后召襄王瞻墡监国入京,路过郑简王封地。时朱祁锳为郑王世子。当襄王"经新乡,祁锳不请命,遣长史往迎。英宗闻之不悦,赐书责让"⑥。

① 赵翼:《廿二史劄记》卷三二,《明分封宗藩之制》。
② 谈迁:《国榷》卷六四,嘉靖四十五年十二月戊子。
③ 赵翼:《廿二史劄记》卷三二,《明分封宗藩之制》。
④ 赵翼:《廿二史劄记》卷三二,《明分封宗藩之制》。
⑤ 《明史》卷一一九,《诸王传四》。
⑥ 《明史》卷一一九,《诸王传四》。

自宣宗以后，入京之藩王者唯襄王一人而已。太后、太妃欲见其子不得；国难、家难，亲王欲助者不能。

鉴于“骨肉周亲屡谋僭逆”（建文帝语）①，明初中期宗藩即行护卫制，设王府护卫。“护卫，掌防御非常、护卫王邸”。其意有二：一是护卫宗藩王府，免奸人对王府掳掠劫杀；二是“防御非常”，防止宗室们谋逆造反。每个王府有“三护卫”，设左、右、前、后、中五个哨所，每所千户二人，百户十人②。管理护卫的兵权在兵部，王府或亲王无权调动。明中期起，鉴于财政困难，宗藩护卫大大减少。大部分老亲王府的护卫仅剩几个衣着破烂的兵士而已。

更重要的是，对宗藩监管在于设立“王府长史司”。“长史掌王府之政令，辅相规讽以匡王失，率府僚各供乃事，而总其庶务焉”③。实际上，长史是朝廷派往亲王身边的密探，亲王与朝廷书谏奏文，皆由长史过问缄呈，长史还有密奏之权，如“王有窒碍难行者，长史当竭忠谏止”④。

王府长史司设有左、右长史各一人。王府政务、家务皆由长史主管。属下有典簿一人（掌王府记事），审理所（掌王府司法事）、典膳所（掌王府膳宴）、奉祠所（掌祭祀乐舞）、典宝所（掌玉宝符牒）、纪善所（掌讽导礼法）、良医所（掌医务）、典仪所（掌典礼仪式）、工正所（掌营造修葺）以及伴读、教授、引礼舍人、仓储使⑤。长史，正五品。他是朝廷派进王府的真正当家人、监视人。在王府内，长史对亲王不称“臣”，他只对朝廷负责。“凡请名、请封、请婚、请恩泽，及陈谢、进献表启、书疏，长史为王奏上。若王有过，则诘长史”⑥。

纪善所，纪善二人，正八品。“掌讽导礼法，开谕古谊，及国家恩义大

---

① 《明史》卷四，《恭闵帝纪》。
② 《明史》卷七六，《职官五》。
③ 《明史》卷七五，《职官五》。
④ 李东阳等纂，申时行重修：《大明会典》卷五七，《王国礼三·过犯禁例》。
⑤ 《明史》卷七五，《职官志四》。
⑥ 《明史》卷七五，《职官志四》。

节，以诏王善”。[1] 亦即以婉言隐语开导亲王或王子知书达理、感恩忠孝。

教授，无定员，从九品。“掌以德义迪王，校勘经籍”。[2] 也即教亲王、王子读书，启迪并灌输伦理道德。“凡宗室年十岁以上，入宗学，教授与纪善为师”[3]。亲王称教授为“先生”，教授虽官品极低，而地位甚高，且有西席意味。

明中期起，因国库开支日益艰难，故各王府之长史、纪善、教授等官常常分别仅为一人而已。郑恭王朱厚烷府内，长史不知何名。嘉靖二十七年七月辛巳（1548 年 8 月 11 日）该长史为郑恭王进京呈奉奏疏，疏内规谏嘉靖帝崇尚道教、奢侈过度、大兴土木等事，嘉靖帝大怒之下，先罪其长史[4]。该长史可能忘了自己是朝廷命官、以监督王府为职责，或者与郑恭王有同感，对皇上迷恋道教恨之有加，这才为郑恭王冒罪上疏。万历十四年（1586）八月，郑府长史为毛似苏。他有虐害军民之行为，且敢修改王府治理决定。朱厚烷密奏皇上缉拿治问，神宗命抚按从公究问[5]。因为郑恭王是严谨称著的贤王，才有这种反监视的力量”[6]。

朱载堉为世子时，郑府左长史是谢廷训，右长史先是关志拯[7]、后为李德[8]。纪善是刘润，也是朱载堉的启蒙老师。载堉年幼，聪敏好学、好问。当问及一些封建政治、伦理大事时，刘润时难为师，且屡屡引避[9]。典宝是河内人萧瑀[10]。

凡宗藩封爵、奏事、王府内朝见、亲王出入往来、庆祝、迎诏、来朝、婚丧娶嫁、衣着冠带、宗学、过犯、营建、礼乐等，都在宗藩条例中有明确规

---

① 《明史》卷七五，《职官志四》。

② 《明史》卷七五，《职官志四》。

③ 《明史》卷七五，《职官志四》。

④ 张萱：《西园闻见录》卷二。

⑤ 《明神宗实录》卷一七七，万历十四年八月丙寅（1586 年 9 月 16 日）。

⑥ 陈万鼐：《朱载堉研究》，第 6 页。台北：故宫博物院，1992。

⑦ 朱载堉：《进历书奏疏》，见《乐律全书》。

⑧ 朱载堉：《进律书奏疏》，见《乐律全书》。

⑨ 王铎：《郑端清世子赐葬神道碑》，乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷二九，《艺文》。

⑩ 乔腾凤：《守拙先生墓表》，见乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷三一，《艺文·碑刻》，2004 年沁阳市地方史志编纂委员会影印本。

定。我们择其要叙述如下。

1. 封爵

皇子封为亲王,授金册(相当今日一份金质证书)、金宝(金质印章),岁禄米万石,府置官属,有隶属兵部的护卫甲士、冕服、邸第等。亲王嫡长子,年及10岁,授金册、金宝,立为王世子,以嗣王爵,长孙立为王世孙。亲王嫡次子及庶子,年10岁,封郡王。亲王、郡王无嫡长子,以庶长子嗣封;若无嗣,又无亲弟、亲侄,则以伦序入旁支。郡王子授镇国将军、孙授辅国将军、曾孙授奉国将军、五世孙授镇国中尉、六世孙授辅国中尉,七世孙及以下皆授奉国中尉。郡王女封县主,镇国将军女封郡君,辅国将军女封县君,奉国将军女封乡君①。

2. 请名

明设宗人府,"掌皇九族之属,以时修其玉牒,书宗室子女嫡庶、名封、嗣袭、生卒、婚嫁、谥葬之事。凡宗室陈请,为闻于上,达材能,录罪过"②。所谓"玉牒",即皇家族谱。

洪武中,明太祖以子孙蕃众,恐拟名有重复,特为孙子们及其后裔各拟20字,一世取其中之一个字。宗人府定:依世次立双名,每一世顺序取20字之一,以为名字的上一字,下一字临时随意选择,但下一字俱需五行偏旁,以火、土、金、水、木为序。东宫并亲王世系,皆依此字辈取名。如燕王朱棣房系20字为:

高瞻祁见祐,厚载翊常由,

慈和怡伯仲,简靖迪先猷③。

这20字即是燕王以下各代人的名字之一个字。考明代世系,自成祖

---

① 有关文献,见《大明会典》卷一,第55—181页;龙文彬纂:《明会要》卷四,《帝系四》;《明史》卷一一六,《诸王传》等。

② 《明史》卷七二,《职官志一》。

③ 《明史》卷一〇〇,《诸王世表》。又,《大明会典》卷一,《文职衙门·宗人府》。

朱棣起，下届"高"（仁宗朱高炽）、"瞻"（宣宗朱瞻基）、"祁"（英宗朱祁镇），至熹宗、思宗乃见"由"字，恰在10个字（10代）之内。加上太祖朱元璋、成祖朱棣，明朝不过12代。朱载堉之"载"在第七字，故其为明仁宗下第六代孙，明成祖下第七代孙，明太祖下第八代孙。若明太祖为一世，则成祖为二世（惠帝从东宫拟名，即属另一房）、仁宗为三世，朱载堉为九世。由上20字之字辈，即可明了明朝帝系或亲王（燕王一支）的世系先后。其余宗藩也皆如此。

"朱载堉"这一名字中，"朱"为姓氏，"载"为辈分，"堉"字一半"土"旁乃宗人府所定。因此，名字中仅六分之一为其独有。这种命名方法，在中国非常普遍，是宗法社会的特色。从名字中，很容易辨别其长幼伦序。如武宗（正德）讳厚照，世宗（嘉靖）讳厚熜，载堉父讳厚烷；穆宗（隆庆）讳载垕，即载堉之昆弟；神宗（万历）讳翊钧，载堉长子讳翊锡。载堉历经嘉、隆、万三朝。他比穆宗大1岁，比神宗大27岁，神宗称他为"宗伯"①

亲王世系5岁请名。幼童5岁，一般皆可长大成人。但是，请名者是否为皇家血统、亲王所生，要有确凿无疑的出生证明，届时向宗人府奏报。

奏报新生子女，不仅需要生父母（名、爵）、出生年月日、新生儿性别、嫡庶、排行等情况清楚明白，还要有收生妇（接生婆，今之助产士）和宫眷人等一并下保结书（今之保证书）。宗人府据此奏报，按其字辈及五行偏旁各取一字，登记玉牒。此后，新生儿女才有正名身份，并可领取禄米。如查有虚报，王府人等包括管理府事之官吏（长史、教授等）都将问责治罪。②

3. 请封

凡亲郡王嫡长子10岁时，皆可请封。请封严于请名。请封奏本要由亲王、郡王及管理府事者审实，由本亲支（如无亲支，以次挨及房族）宗室5位、长史和教授、左右邻居、收生妇等具保结。奏本送礼部，转宗人府核

① 王铎：《郑端清世子赐葬神道碑》。

② 《大明会典》卷五五，《王国礼·封爵》。

查玉牒无误，宗人府再将核查结果回报礼部。礼部收存玉牒文册，查对相合，方与题复。奏准，朝廷遣人行册命之礼。若有差错或虚报作假、冒名顶替者，亲王、郡王、府官、保结人都将以枉法论罪①。

亲王嫡长子年10岁，册封为世子②。王世子俱授金册、金宝。册由银作局造办，册文由翰林院撰作、中书科书写，宝由印绶监铸给。世子尚有冠服仪仗，由内宫监造。如系旧府，先年曾请封世子者，金宝仪仗传用，俱不另给③。朱载堉5岁请名，10岁册封为世子。他的大印“郑世子宝”曾加盖于《律吕融通附音义》的献书年款上。因郑府曾立过世子，故朱载堉的金宝仪仗为传用之物，册文与冠服当册封时所给。请封准，则可领世子俸禄，且有世子府宅。

照宗藩条例，若亲王薨，世子应袭封。若薨而绝嗣，许亲弟亲侄进封为亲王。如无亲弟亲侄，依次推及伦序相应者进封。若亲王坐罪革爵，子孙弟侄及旁支疏族，俱不准承袭王爵。是否可以让爵，大概谁也没考虑过此事，宗藩条例亦无此条。朱载堉让爵所激起的风波与惊讶即可想而知。

4. 请婚

宗室子女，年15岁，均可选婚、请婚。

按祖训，必须选择良家子女，以礼聘娶。勿受大臣进送，恐有奸计；凡是娼妓，不许狎近。宗藩条例更详细规定王府选婚法律和繁杂申报手续。王府若滥收外人甚至宫内乳养者，或奸收乐女与不良之妇，一经查明，所选夫人革其爵职、封号、禄米，逐出府门，甚而发边卫充军。王府则将为子女另选婚并申报④。

朱载堉15岁时，其父非罪见系，发高墙禁锢，削国爵。载堉本人也被革除王子冠带，自然就谈不上选婚之事了。

---

① 《大明会典》卷五五，《王国礼·封爵》。
② 《明史》卷五四，《礼志》。
③ 《大明会典》卷五五，《王国礼·封爵》。
④ 《大明会典》卷五七，《王国礼·婚姻》。

宗藩子女（除嫡长子，以待继王位）经请名、请封、请婚之后，一般就要离开原府至其所属藩国府第独立生活。

5. 营建与乐制

顺此述及王府营建与乐制。后者对于喜好音乐的朱厚烷、朱载堉父子有所影响。

据《大明会典》载宗藩营建制度，亲王宫城相当庞大。王城内"宫殿室屋八百间有奇"①，大小门楼四十六座，墙门七十八处，水井十六口，寝宫等处周围砖墙通长一千八十九丈，里外蜈蚣木筑土墙共长一千三百一十五丈②。

正统八年（1443），郑府自凤翔迁怀庆。郑府在怀庆府治东、河内县北。由永乐二十二年所建的怀庆卫王府旧址改建而成③。郑府是否如《明史》、《大明会典》所载之宽大，经时事变迁，已不可考。

王国内宗庙乐生、乐工、乐器甚备。明初，定王国宗庙乐生三十六人。歌工八，舞生七十二人。后又定，王府乐工二十七户，由各王境内拨与供用。洪武十五年定，朝贺用大乐，乐工二十七人。宴礼七奏乐，乐工八人。万历十年定，诏敕、朝贺、宴享，合用乐工。或许王府内对乐工尤其对女乐美色出现太多不法事，故此，明初、正德四年、嘉靖四十四年，一而再重敕诏示，有广置女乐、淫娱无度、私娶花生滥封等，遂行裁革，宗藩人员不得狎近女乐④。

朱载堉在其藩国内曾与宗庙乐生、乐工切磋音乐，舞蹈。"与善琴者论古今雅乐高下"，与郑府内典乐官尤世贤讨论乐律和笙的演奏法，并记下尤典乐所吹的三个曲谱⑤。但他遵守法纪，为人清正。

---

① 《明史》卷六八，《舆服志四》。

② 《大明会典》卷一八一，《工部・亲王府志》。

③ 乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷一，《沿革・河内县》，2004 年沁阳市地方史志编纂委员会影印本。

④ 《大明会典》卷五六，《王国礼二・乐》。

⑤ 朱载堉：《律学新说》卷二，《纵黍横录约率密率算法》。

自然，亲王、郡王、世子等爵位不一，冠带礼服也各不相同。

父 亲

朱载堉的父亲朱厚烷（1518—1591）于嘉靖六年（1527）九月袭封郑王。万历十九年正月辛酉（1591年2月17日）薨，谥曰恭。史称郑恭王。

如前所述，仁宗有10子。长子朱瞻基（1399—1435）继位，庙号宣宗。庶次子瞻埈（？—1466），永乐二十二年（1424）十月封为郑王，宣德四年（1429）就藩凤翔府（今陕西凤翔县）；正统九年（1444）迁怀庆府（今河南沁阳市）①。从此，瞻埈及其后代子孙就以怀庆为故乡，不再称其祖籍钟离太平乡（今安徽凤阳县东北）为家乡了。瞻埈卒，谥为靖，史称郑靖王。郑王国爵传其嫡长子祁锳，即郑简王。再传祁锳之嫡长子见滋（郑僖王），见滋之嫡长子祐枔（郑康王）。祐枔无后，郑王嗣承就由嫡系转入庶支了（见表1）。

按《明史·诸王列传》载，简王祁锳有10子，而《明史·诸王世表》载，祁锳有12子。除嫡长子见滋外，老二（或早卒）未列入表，余10子皆封郡王。祁锳之庶三子见濍（？—1491），成化十年（1474）封盟津郡王，十年后（1484），罪降为庶人，发高墙禁锢，弘治元年（1488）释回，其子孙俱为庶人，直到见濍的重孙载玺，因朱载堉让爵，才获封郑王国爵。

祁锳之庶四子，即东垣郡王见溃（？—1503）。见溃嫡长子祐檡，与郑康王祐枔，见濍之子庶人祐橲皆为叔伯兄弟。祐枔属大房族，祐橲属三房族，祐檡为四房族。当祁锳嫡系绝，国爵依长幼次序当属三房族承嗣，但三房盟津王因罪降为庶人并罪系子孙，按宗藩条例不得嗣爵位。因而，郑王爵就自然落到四房东垣郡王见溃的子孙上。见溃子祐檡在祐枔卒后嗣郑王国爵。祐檡乃朱厚烷之父、朱载堉之祖父。祐檡（？—1521），初袭东垣王，正德四年（1509）嗣封郑王。

---

① 《明史》卷一〇三，《诸王世表》。

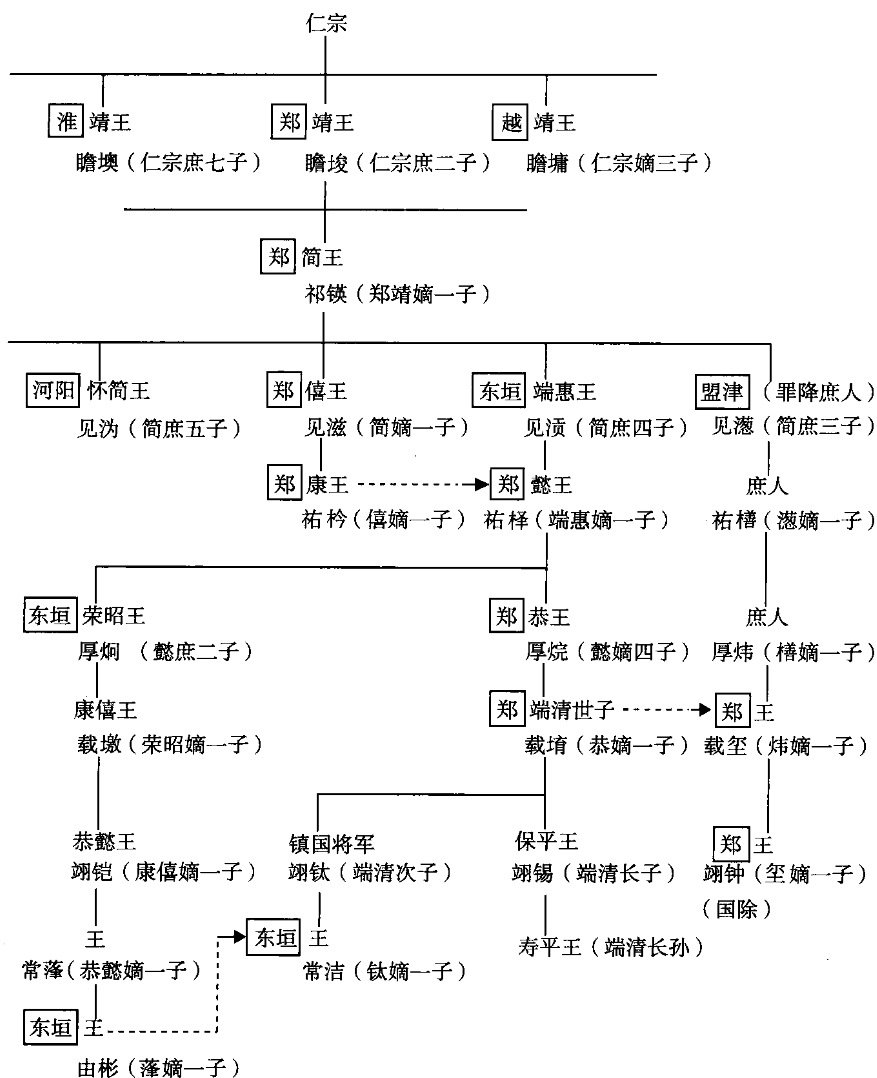

仁宗
淮 靖王
瞻墺（仁宗庶七子）
郑 靖王
瞻埈（仁宗庶二子）
越 靖王
瞻墉（仁宗嫡三子）
郑 简王
祁锳（郑靖嫡一子）
河阳 怀简王
见泲（简庶五子）
郑 僖王
见滋（简嫡一子）
东垣 端惠王
见濆（简庶四子）
盟津（罪降庶人）
见潨（简庶三子）
郑 康王
祐枔（僖嫡一子）
郑 懿王
祐檡（端惠嫡一子）
庶人
祐櫓（潨嫡一子）
东垣 荣昭王
厚烔 （懿庶二子）
郑 恭王
厚烷（懿嫡四子）
庶人
厚炜（櫓嫡一子）
康僖王
载墩（荣昭嫡一子）
郑 端清世子
载堉（恭嫡一子）
郑 王
载玺（炜嫡一子）
恭懿王
翊铠（康僖嫡一子）
镇国将军
翊钛（端清次子）
保平王
翊锡（端清长子）
郑 王
翊钟（玺嫡一子）
（国除）
王
常藻（恭懿嫡一子）
东垣 王
常洁（钛嫡一子）
寿平王（端清长孙）
东垣 王
由彬（藻嫡一子）

表 1－1　朱载堉世系

至此，稍回述一下三房，即盟津王见濍犯何罪而被剥夺嗣封权呢？这里涉及他们家族内争王夺嫡的激烈矛盾。据《明史》载：

初……见濍母有宠于祁镁，规夺嫡，不得，窃世子金册以去。祁镁索之急，因怨不复朝，所为益不法。祁镁言之宪宗，革为庶人。及康王薨，无子，见濍子祐檈应及，以前罪废，乃立东垣王子祐枔①。

可见，见濍的母亲受其夫祁镁宠爱之时，妄想夺嫡，甚至把家谱偷出，企图更改伦序、妃妾。此事不一定是见濍唆使其母干的愚蠢行为，见濍或为其母所累。最后宪宗将见濍革为庶人，见濍子孙此后也就成为庶人后代了。另一方面，当见濍得宠之时，见滋母自然被冷遇。见滋目睹亲母"韩妃不为祁镁所礼，见滋悒悒先卒"②。见滋之子康王祐枔嗣位不久，也于正德二年（1507）卒。祐枔无后，郑王国爵就这样落到祐枔身上。

朱厚烷嗣郑王爵时，刚 10 岁（虚岁）。因其父祐枔早卒（1521），厚烷请封事乃其母阎太妃奏疏。厚烷未经过先册封王子，后册封为王的二次升爵过程。然而虽虚岁 10 岁，直封为王，但是，直到嘉靖癸巳（十二年，即 1533 年）正月三日，世宗帝才诏允厚烷郑王冠服。此时厚烷 16 岁（虚岁）。为此，藩国人士等称颂庆贺。时任南京右都御史、武陟人何瑭曾撰"郑王加冠序"，文中称颂郑王朱厚烷："贤王殿下天性聪明，读书尚礼，童幼之时已有人君之度，国人盖久已归心矣。故今兹之冠无不忭（biàn）蹈称贺。"所谓"忭蹈"，即欢喜雀跃也。文后还述及朱厚烷作为"人君之道，庶几备矣，此固国人之所望也"③。

诏厚烷郑王冠服不久，又追封厚烷祖父、原东垣郡王见湞为郑定王。何瑭又写下了"追封郑定王碑铭"。④ 朱厚烷与何瑭从此永结情谊。朱厚烷"壮年师友于瑭"⑤。何瑭辞职归里，家徒壁立。其间，当有郑王之助也。何瑭卒后六年，即嘉靖己酉年（1549），郑王出资，雕版印刷何瑭著作

---

① 《明史》卷一一九，《诸王传四》。

② 《明史》卷一一九，《诸王传四》。

③ 何瑭：《柏斋集》卷二，《郑王加冠序》。

④ 何瑭：《柏斋集》卷一，《追封郑定王碑铭》。

⑤ 朱载堉：《进历书奏疏》。

《柏斋集》11 卷[1]。次年年底，朱厚烷因直谏而被禁锢高墙。然，朱、何二家情深如旧。朱厚烷出狱后，遂决定娶何瑭之孙女为儿媳妇。

厚烷母亲阎太妃，在厚烷禁锢高墙时（1550—1567），“守公宫”，即留在郑府内，卒于万历七年（1579）[2]。厚烷至孝其母妃。嘉靖十八年（1539），上幸承天[3]，路过新乡，厚烷迎谒于新乡之时，也不忘“奏母阎太妃贞孝事迹”[4]。当朱厚烷禁锢释而返国后，“太妃年逼桑榆，绕膝嬉戏如儿时，每献食辄戴首以进，博太妃一笑”[5]。足见郑府内一家至亲至爱，其乐融融。《河南通志》还记述了朱厚烷孝顺其母阎太妃的事：“郑恭王母阎太妃遘疾，王七十余岁，吁天祷神，亲尝药饵以疗疾，将革业就正寝，王握母手跪其侧，昼夜不离。”[6]阎太妃薨，他披麻戴孝于奠前后，棺椁四周画有花纹，一切都遵古训行之。

郑恭王妃高氏乃朱载堉母亲。生载堉二年（1538），高氏卒。继妃王氏，任劳任怨，贤惠厚德。生有三子：老大载壐（即载堉之弟），于嘉靖二十九年十二月癸未（1551 年 1 月 30 日）封德庆郡王[7]，府第在河内县北。厚烷禁锢高墙之日，于嘉靖四十一年（1562），载壐奉敕管理郑府事[8]。四年后，厚烷获赦返国，载壐返其郡王府，于万历十六年（1588）卒，谥恭惠[9]。老二未满 5 岁而殇。老三载陛仅 14 岁，未出府而卒[10]。“出府”相当于离开父母赴藩地独立生活。

---

① 《四库全书总目・柏斋集提要》。

② 王铎：《郑端清世子赐葬神道碑》。

③ “承天”，指承天府，原湖北安陆州（相当于今日钟祥、京山、天门、潜江四县地）。嘉靖十年（1531）改地名承天。安陆，世宗朱厚熜出生地，其父兴献王朱祐杬之国。厚熜入京为帝，遂改地名。

④ 《明史》卷一一九，《诸王传四》。

⑤ 乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷二二，《人物・孝义》。

⑥ 清顺治年修《河南通志》卷二九。又见，乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷二二，《人物・孝义》；《郑端清世子赐葬神道碑》。

⑦ 谈迁：《国榷》卷五九，嘉靖二十九年十二月癸未。

⑧ 清顺治十七年修《河南通志》卷一〇，《封建》；明万历二十五年修《河内县志》卷一，《藩封》，记载壐奉敕管理府事为嘉靖三十三年，不知孰是。

⑨ 《明史》卷一〇三，《诸王世表四》。

⑩ 《明史》卷一〇三，《诸王世表四》。

嘉靖二十六年(1547)、二十七年(1548)朱厚烷曾两次上疏,陈述国事。前一疏,因宗族子女愈多愈穷,纷纷进京请名、请封(类似今日进京上访),甚至不惜贿赂官吏。他们打破宗藩条例中不许宗藩人京之禁令,从而受到朝廷严惩。朱厚烷提出进京者量罚其所统亲郡王禄米,以示惩戒,而不必加于重刑。① 后一疏,导致朱厚烷本人受高墙禁锢的惩罚。

嘉靖二十七年先后有两位皇室宗亲上疏,规劝嘉靖帝戒奢侈、废道教。先是,六月庚戌(1548 年 7 月 11 日),周定王朱橚之后裔、镇国中尉朱勤熨上书规劝嘉靖帝,书曰:

陛下躬上圣之资,不法古帝王竞业万几,择政任人,乃溺意长生,屡修斋醮,兴作频仍。数年来朝仪久旷,委任非人,遂至贿赂公行,刑罚倒置,奔竞成风,公私殚竭,脱有意外变,臣不知所终②。

勤熨书中言词,确属嘉靖帝宫廷政治之现状。嘉靖帝阅后大怒,指责朱勤熨诽谤圣上,将其降为庶人,并幽于凤阳。勤熨因之罪系子孙,其"子朝埍(mào)已赐名,以罪人子无敢为请封者,上书请释父罪,且陈中兴四事,诏并禁锢"③。

谈迁《国榷》中的有关记载可为之补充:

勤熨前奏禄粮,夺岁禄,复潜至京,言臣建言得罪,资身无策,陛下厌弃万几,斋醮兴作,引秦皇、汉武、宋徽为比。上大怒,幽之凤阳④。

可见,朱勤熨名为镇国中尉,实亦无禄粮度日,乃暗中进入京城,索性奏上一本,羞辱世宗,至少出一口恶气。他述及世宗厌弃几万宗亲,而自己却斋醮奢侈,大兴土木。明世宗不及秦皇、汉武之万分之几,却可以与那个被金国俘虏的宋徽宗相比配。

朱厚烷是笃信儒家学说之人。他和好道教、奢侈至极的嘉靖帝在观

① 谈迁:《国榷》卷五九。又见,《明世宗实录》卷三二四,嘉靖二十六年六月戊申。
② 《明史》卷一一六,《诸王传一》。
③ 《明史》卷一一六,《诸王传一》。
④ 谈迁:《国榷》卷五九,嘉靖二十七年六月庚戌。

念上有极大分歧。因而，出现了朱勤熨激于前，朱厚烷波于后的直谏之事。在朱勤熨上书后一个月，即嘉靖二十七年七月辛巳（1548 年 8 月 11 日）郑恭王厚烷上书。《明史》对此记载道：

帝修斋醮，诸王争遣使进香，厚烷独不遣。嘉靖二十七年（1548）七月，上书请帝修德讲学，进《居敬》、《穷理》、《克己》、《存诚》四箴，《演连珠》十章，以神仙、土木为规谏。语切直。帝怒，下其使者于狱。诏曰："前宗室有谤讪者置不治，兹复效尤。王，今之西伯也，欲为为之。"①

明代张萱的《西园闻见录》这样写道：

厚烷……请上修德讲学，并进《居敬》、《穷理》、《克己》、《存诚》诸箴，复《演连珠》十章。以简礼、怠政、饰非、恶谏、神仙、土木为规讽，词语切直。上手诏曰："汝觇知宗室有谤讪者，故兹效尤。汝真今之西伯也。"罪其长史②。

《明世宗实录》中记道：

郑王厚烷疏，请上修德讲学，并进《居敬》、《穷理》、《克己》、《存诚》四箴及《演连珠》十首，以简礼、怠政、饰非、恶谏、神仙、土木为规。上手批其疏曰："尔探知宗室，有谤讪者，故兹效尤。彼勤熨细物，一无赖子耳。尔真今时之西伯也。请欲为为之。"③

这三种记载，因对朱厚烷奏本之取舍不同，故有所区别。这引文中所谓"箴"，是劝诫之意，也是古文体之一种，以规劝、告诫为主，也称箴言。相当于先秦之"宥坐"或今日之座右铭，以简单几个字勉励或激励他人。箴言文体多用以下级对上级，故而也称敬言。唐代李德裕（787—849）累官御史中丞和兵部尚书，曾给唐宪宗（806—820 年在位）上《丹扆（yǐ）六箴》，创箴言文体之首。《丹扆六箴》以规劝昏荒简忽的唐宪宗④。"演连

① 《明史》卷一一九，《诸王传四》。
② 张萱：《西园闻见录》卷二。
③ 《明世宗实录》卷三三八，嘉靖二十七年七月辛巳。
④ 《新唐书》卷一八〇，《李德裕传》。

珠”也是一种文体,西晋官平原内史的陆机(261—303)最早作“演连珠”50首,列于其文集的杂著之中①。这种文体,每首文字不多,一首一事,全篇“演连珠”有个总的意图,或针对某人,或针对某事而提出建议。朱厚烷的《演连珠》十首可参见相关文献。②

厚烷上疏,并四箴和演连珠,语言切直,规谏皇上不再兴“神仙、土木”之事,直言皇上简礼、怠政、饰非、恶谏,难怪皇上大怒。嘉靖帝在厚烷疏中御批之意是:勤熨这小子(“细物”)是一无赖,而你厚烷倒成了今日之“西伯”,请好自为之;厚烷及其前有“探知宗室”、诽谤、讥讽朝廷者,暂不处置,姑且活之,但为厚烷送奏疏入宫者,即郑府长史先依罪惩治,以儆效尤。“汝真今之西伯”是一句反语,含讽刺之意。“西伯”即周文王,商代末帝纣王命其为西方诸侯之长,专事征伐。嘉靖帝以“西伯”喻厚烷,因厚烷疏亦专事征伐嘉靖帝也。郑恭王朱厚烷直谏之后将近两年,才被废为庶人,并禁锢于凤阳高墙。事涉盟津王长子、已被废为庶人的朱祐檐讦奏郑恭王有关。

盟津王与东垣王作为郑简王的第三、第四支族子孙,早有宗族之隙。

盟津王罪降庶人,俸禄削减,但并不迁出王府不夺其国,由子孙管理府事。上命其长子祐檐管理,祐檐以为帝宠,遂上疏请复父爵。上不允。祐檐又恨厚烷不为之报。待至厚烷直谏,趁皇上余怒未消之时,祐檐乘机呈上其诬告厚烷的奏章。

史载,祐檐于嘉靖二十九年五月癸巳(1550年6月14日)“求复郡王爵,怨厚烷不为奏,乘帝怒,摭厚烷四十罪,以叛逆告”③。告厚烷“招集亡命,私造兵甲,及与妖人宋刚等通谋为不轨”④,罗列厚烷“诽谤、悖逆诸不法事”⑤,

---

① 陆机:《陆士衡集》杂著。

② 谈迁:《国榷》卷五九,嘉靖二十七年七月辛巳。也见,戴念祖:《天潢真人朱载堉》,大象出版社,2008,第43—45页。

③ 《明史》卷一一九,《诸王传四》。

④ 《明世宗实录》卷三六五,嘉靖二十九年九月壬子。

⑤ 《明世宗实录》卷三六〇,嘉靖二十九年五月癸巳。

"祐橏讦王跋扈、诅咒、煽惑诸不法事"[1]。罪名之大,足以砍头。皇上大怒,即遣驸马谢诏等会同其他官吏勘察实情[2]。尔来我往,厚烷也不示弱。厚烷告发祐橏"擅称长子,僭系玉带及逼杀良民等事"[3]。上又诏遣官会勘。

嘉靖帝阅过勘察结案报告之后,怒曰:"厚烷讪朕躬,在国骄傲无礼,大不道。"[4]事实上还是怨恨厚烷两年前的直言上谏。帝又命法司再勘。至二十九年九月壬子(1550 年 10 月 31 日),帝降诏曰:"数厚烷骄淫、欺慢、不无目亲等罪,降发高墙。仍暴其罪恶于各王府。祐橏等各削罪有差。"按圣旨,处罚如下:"降郑王厚烷为庶人,禁住高墙,褫管理盟津王府事。庶人祐橏,冠带闲住。"[5]

厚烷获罪,罪系郑世子载堉。按宗藩条例,凡过犯重者,其子孙并降为庶人[6]。载堉被褫去王子冠带。

亲王、郡王犯罪入高墙,将军、中尉入闲宅。虽有大罪,但不加刑。"闲宅"是临时性禁闭场所。"高墙"在凤阳。实际上都是软禁。宗室犯罪,不许支带财产入高墙、闲宅。在闲宅之犯人比高墙自由,名为拘禁,却常有宗室犯人逍遥放荡、外出生事[7]。在闲宅、高墙内,衣食温饱不至太难,只是起居衣食皆由自己动手,甚或有惩戒训导之事。朱厚烷入高墙,其妃王氏随同,以照料厚烷衣食。挑水背薪、缝衣做饭,均王氏所为,厚烷却能在"惩艾之余,瑟书自适"[8]。真可谓"模范监狱"。只是高墙围隔,不闻外界,父母子女无以相见,日久天长,便是一种残忍的精神折磨。朱厚烷从嘉靖二十九年(1550)入高墙,至隆庆元年(1567)赦释归国,整 17 年之监禁,非史称 19 年之久。

亲王、郡王有罪或入高墙禁锢,并不夺其国。子孙仍受其封地,居住原府宅,但不能管理府事。厚烷之母阎太妃在厚烷于高墙之日守于府内,

① 张萱:《西园闻见录》卷二。
② 《明世宗实录》卷三六〇,嘉靖二十九年五月癸巳。
③ 《明世宗实录》卷三六五,嘉靖二十九年九月壬子。
④ 《明史》卷一一九,《诸王传四》。
⑤ 《明世宗实录》卷三六五,嘉靖二十九年九月壬子。
⑥ 《大明会典》卷五七,《王国礼 · 过犯》。
⑦ 《明神宗实录》卷三〇,万历二年十月乙巳,王宗沐条议凤阳高墙宗室数款。
⑧ 朱载堉:《进律书奏疏》。

世子载堉因愤懑其父无罪入狱，遂筑土室宫门外。郑王府管理，于厚烷入高墙两年后，即嘉靖三十一年(1552)十二月才诏命庐江荣缪王祐橺摄府事，祐橺是厚烷堂叔。四十一年(1562)由载堉之弟载壐接管。

嘉靖四十五年(1567)，世宗驾崩。接着，新皇穆宗朱载垕登基。在先皇遗诏下，朱厚烷有了平反获释之机。隆庆元年正月戊辰(1567 年 2 月 20 日)，复郑王厚烷国爵，并岁加禄米四百石。

获释归国之后，朱厚烷指导其子朱载堉专心研究乐律，因其直谏事而备受朝廷和民间尊重。万历二年(1574)，因病奏请朝廷赐药，神宗赐予琥珀、龙脑、犀角①。七年(1579)，奏更定家庙并后寝，因其规模超过《会典》条例，上未允准②。九年(1581)，厚烷再度病发③，此后未有好转，连朝祭行礼均由世孙翊锡代行。十年(1582)奏修王邸拨款④，因朝廷财政困难而未允准。万历十四年八月丙寅(1586 年 9 月 16 日)，厚烷上疏：郑府长史毛似苏"改其决治，虐害军民"等罪，请缉拿治问。神宗帝命抚按从公究问⑤。十五年(1587)，赐厚烷书院名"景贤"⑥。十八年二月乙酉(1590 年 3 月 18 日)，礼部奏，"郑王厚烷忠孝双全，善行表著"，请"遣官旌状"⑦。万历十九年正月辛酉(1591 年 2 月 17 日)，郑王厚烷薨，享年 73 岁。神宗闻讣，辍朝三日志哀，按亲王礼治丧殡葬，并赐谥"恭"⑧。

外舅祖

何瑭(1474—1543)是朱载堉的岳祖父，又称"外舅祖"，字粹夫，号虚

---

① 《明神宗实录》卷二八，万历二年八月丙寅。
② 谈迁:《国榷》卷七〇，万历七年四月丁酉。
③ 《明神宗实录》卷一一七，万历九年十月己未。
④ 《明神宗实录》卷一二四，万历十年五月甲戌。
⑤ 《明神宗实录》，卷一七七，万历十四年八月丙寅。
⑥ 谈迁:《国榷》卷七四，万历十五年四月癸亥。
⑦ 《明神宗实录》卷二二〇，万历十八年二月乙酉。
⑧ 《明神宗实录》卷二三一；谈迁:《国榷》卷七五，万历十九年正月辛酉。

舟，亦号柏斋，人称柏斋先生。卒谥文定。武陟（今属河南）人。武陟与河内（今沁阳）均属怀庆府。何瑭弘治十五年（1502）登进士、选翰林庶吉士，后改为编修。正德年间（1506—1521），曾两度任修撰；嘉靖初年起，历任浙江提学，南京太常少卿，工、户、礼三部侍郎，南京都察院右都御史。不久，辞职归里，致力于儒学①。何瑭的著作对朱载堉创新乐律理论有重大启发。

何瑭于正德初年任修撰时。正值宦官刘瑾窃政。他不畏权势、为人正直。据《明史》载：

> 某日，刘瑾意欲收买文士，特选购川扇分赠翰林院各庶吉士，授赠者入而面跪。何瑭独长揖而已。刘瑾含怒，不赠扇与何瑭。赠讫，诸人又跪谢。何瑭在旁正色曰："为何跪而又跪？"刘瑾怒问："你是什么人？"何瑭向前直答："修撰何瑭。"②

在邪恶强权面前，有如此气概者鲜矣。何瑭知道自己必不为刘瑾所容，因而谢病致仕。后刘瑾伏诛，何瑭再出。

何瑭复修撰后，"时四方多盗。瑭上祛贼三事，时论韪之。未几，直经筵进谏。"所谓"经筵"，即给皇上讲解经书、经典。在经筵中，提出自己政见，以图皇上接受，违背了当时对经筵官的制约。因此，"解忌讳。谪开州同知。修黄冈堤成，擢东昌府（今山东聊城）同知。"③时为正德十年（1515）。久之，拘于职守，道不可行，再疏乞归。

何瑭除了秉性刚直之外，史籍还留下了许多对他为人品性的赞誉：他辞南京都察院右都御史而归里后，"里居十余年，教子姓以孝悌忠信，一介必严"④。"修经授徒，不间寒暑；家徒壁立，乃怡然自乐"⑤。"直率怡淡，励志躬行，外无仆从，内无媵妾"，"教人切近精实，为文浩瀚畅达"⑥。

---

① 《明史》卷二八二，《儒林传一·何瑭传》。
② 《明史》卷二八二，《儒林传一·何瑭传》。
③ 《明史》卷二八二，《儒林传一·何瑭传》。
④ 《明史》卷二八二，《儒林传一·何瑭传》。
⑤ 清康熙九年修《河南通志》卷二六，《人物》。
⑥ 清道光九年修《武陟县志》卷二三，《文词》。

据光禄卿马理(？—1555)撰《何文定公神道碑》所记,此时何瑭“归舍于南村茅庐,不入城市,庐陋甚。先生蔬食水饮,其中泰然。缙绅有访者,即乡服以见,不拜其门。有未同及权力人来,则避而不见。故士夫以得见为荣。有乞言者,则示以道而不誉以时。四方之学者云集其门,先生因才造就而教不远人。”①何瑭的品德情操对朱厚烷、朱载堉父子都有着极大影响。

与何瑭同时代的王守仁(1472—1528),以理学名于世;与何瑭同乡的元代许衡(字仲平,号鲁斋,谥文正,1209—1281),亦以理学闻名。何瑭道德文章,为世所宗,却独默然。然许衡理学从朱熹(1130—1200),以格物为要,又与郭守敬(1231—1316)同订《授时历》,造仪象圭表,善教育人②,为何瑭所赞。何瑭撰有《许文正公祠碑记》,表彰许衡兴怀庆文教之风尚③。从学术道统上,许衡、何瑭、朱载堉乃一脉相承④。

何瑭的著作颇多。据《明史》载,有《乐律管见》一卷(该书又名《律吕管见》)、《家训》一卷、《阴阳管见》一卷、《何瑭文集》十一卷⑤。又载,何瑭所著有“阴阳、律吕、儒学管见,柏斋集十二卷”⑥。清代道光年间编的《武陟县志》中还写到他著有《医学管见》。《柏斋集》十二卷拟指《何瑭文集》十一卷和《医学管见》一卷。清代顺治年间编的《河南通志》说他有“《柏斋三书》及《文集》数卷行于世”。这“三书”当指《阴阳管见》、《律吕管见》、《儒学管见》。今何瑭著作的传本有《柏斋集》,包括文十卷、诗一卷,共十一卷;并《医学管见》、《柏斋三书》,《四库全书》一并采录。还有一些后人辑本,如《柏斋先生乐府》。

《四库全书总目》“柏斋集提要”讲道:“瑭笃行励志,其论学一以格致为宗。”其学“究心世务,皆能深中时弊。尤非空谈三代、迂疏无用者比。虽

---

① 清乾隆五十四年重修:《怀庆府志》卷三一,《艺文》。

② 《元史》卷一五八,《许衡传》。

③ 清乾隆五十四年重修:《怀庆府志》卷三〇,《艺文·记序》。

④ 乔腾凤:《改建何文定公祠记》,《怀庆府志》卷三〇,《艺文·记序》。

⑤ 《明史》卷九六～九九,《艺文志》。

⑥ 《明史》卷二八二,《儒林传》。

其文体朴实,不斤斤于格律法度之间,而有体有用、不支不蔓,与雕章绘句之学固当别论矣”。何瑭家贫,故《柏斋集》十一卷“为嘉靖己酉(1549)郑王所刻”。

隆庆四年(1570)朱载堉35岁,娶何瑭之孙女、何谘之妹为妃。朱载堉在《律吕精义·序》中写道:“臣外舅祖都御史何瑭。”又在《进历书奏疏》中说:“何瑭乃臣外舅、江西抚州府通判何谘之祖也。”按《辞海》、《辞源》之说,“外舅”即妻之父,俗称岳父。则何谘是朱载堉的岳父,何瑭是其岳曾祖父。但是,《郑端清世子赐葬神道碑》却写为:朱载堉娶“何文定公瑭之孙女”为妃,何谘则成为朱载堉之内兄了。朱载堉与何瑭的关系,就朱载堉自己所言与《神道碑》所记,似乎有矛盾。近日读河南沁阳市齐天昌先生一文,乃知沁阳地区所谓“外舅”,不是“岳父”,而是今日之谓“大舅子”、“内兄”[1]。这样,朱载堉所书与《神道碑》就一致了。1986年拙著及近年其他著作涉此而误者[2],均当正之。入清以来,不少著作或文章,或误认何瑭为朱载堉的舅舅[3],或误云“载堉即瑭之甥”[4]。如此等等,读者亦当留意也。

何瑭卒时,朱载堉8岁(虚岁)。载堉与何瑭“虽未面觌(dí),而亦幸私淑焉”[5]。这就是说,载堉与何瑭虽未见过面,但何瑭是载堉所敬仰而不得从学的前辈。朱载堉就自己与何瑭的喜好写道:“瑭亦尝著阴阳、律吕之说,名曰《管见》。臣性愚钝,嗜好颇同,忝居桑梓,复与瓜葛,静居多暇,读其书而悦之。探索既久,偶有所得。”[6]载堉为自己不曾亲聆何瑭之

① 齐天昌:《关于朱载堉与何瑭的一点考证》,《沁园春》(沁阳市新闻工作者协会等单位主办),2006年第2期,第34页。

② 戴念祖:《朱载堉——明代的科学和艺术巨星》,人民出版社,1986,第23页。又见,冯文慈:《律学新说及其作者》,载其点注《律学新说》本,人民音乐出版社,1986,第2页。

③ 阮元:《畴人传》卷三一,《朱载堉》,商务印书馆,1935。

④ 《四库全书总目·柏斋集提要》。

⑤ 朱载堉:《进历书奏疏》。

⑥ 朱载堉:《进历书奏疏》。

教而以为至憾,他说:“慨生之既晚,不获与前辈同游,虽有一得之愚,无凭质问。”①

朱载堉在创建十二等程律过程中、起始音黄钟的弦线究竟取多长?这个极为重要的问题就是从其外舅祖何瑭的著作中得到的启发。在朱载堉之前,对于黄钟之长,或曰九寸,或曰八十一分,或曰十寸,众说纷纭。何瑭的乐律著作令朱载堉豁然开朗,他写道:

> 先臣何瑭曰:《汉志》谓黄钟之律九寸,加一寸为一尺。夫度量权衡所以取法于黄钟者,盖贵其与天地之气相应也。若加一寸以为尺,则又何取于黄钟?殊不知黄钟之长,固非人所能为。至于九其寸而为律,十其寸而为尺,则人之所为也。《汉志》不知出此,乃欲加黄钟一寸为尺,谬矣。今按《汉志》,度本起黄钟之长,则黄钟之长即是一尺。所谓长九寸,长八寸十分一之类,盖算家立率耳。② 何氏此论,发千载之秘,破万古之惑。律学第一紧要处,其在斯欤。此则唐宋诸儒之所未发者也。③

此前,取黄钟弦长多种数值,仅是为了三分损益律之“立率”(即比例)方便。朱载堉要创新乐律,当然要打破旧说传统,创设新的率数。何瑭此论,对朱载堉而言,如同拨开迷雾、立见新天。不仅朱载堉由此而深受其益,其父朱厚烷在乐律见解上也受何瑭影响。朱载堉在《进历书奏疏》中说:“臣父恭王壮年盖尝师友于瑭”。对于何瑭在《乐律管见》中以上高见,朱载堉还说:

> (前人)盖惑于《汉志》之谬也。已上一节④其说创于何瑭,而臣父深然之。古来无此议论,盖自我朝为始,而《律吕精义》之所由作也。⑤

《律吕精义》是朱载堉阐述十二等程律的重要著作。由此可见,何瑭的思想对朱载堉的影响之深刻了。

---

① 朱载堉:《律学新说》堂一,《前言》。
② 何瑭:《乐律管见》第九章,《论度量权衡》。
③ 朱载堉:《律学新说》卷一,《律吕本源第一》。
④ 指《律吕精义·内篇》卷十,《审度第十一》“历代尺法皆本诸黄钟损益不同”。
⑤ 《律吕精义·内篇》卷十,《累黍详说》。

二　生平和著作

朱载堉生于嘉靖十五年(1536),字伯勤,号句曲山人,年轻时自号狂生、山阳酒狂仙客。卒于万历三十九年四月初七日(1611 年 5 月 18 日),[①]谥端清。

青少年时期

按宗藩条例,宗室子弟 5 岁请名,10 岁请封。嘉靖十八年(1539),世宗皇帝赐"载堉"之名[②]。事实上,赐朱载堉之名时,载堉虚岁为 4 岁。提前赐名与郑藩在藩国中名望极有关系。嘉靖二十四年十二月二十六日(1546 年 1 月 22 日),朱载堉虚岁 10 岁,册封为郑世子[③],也即是后人常说的"王子"。

载堉幼年聪慧,慢条斯理。保姆张氏,启蒙老师是郑府纪善刘润。一次,保姆口授千字文,读到"推位揖让、有虞陶唐"句,载堉问:"谁能推位让国?"张氏颇为惊骇,答:"这是古人之事,你问什么。"载堉说:"你何必

① 戴念祖:《朱载堉卒日考》,载《自然科学史研究》1987 年第 3 期,第 203—205 页。

② 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》,见本书附录。

③ 《明世宗实录》卷三〇六,嘉靖二十四年十二月己酉。

惊吓，我就很容易做到。”张氏惶恐地急掩其口，说：“这么重大的事，不要随便乱说。”随之张氏偷偷地看了载堉一眼①。刘润亦时感难为其师，每遇朱载堉问及类似事情时，总是回避。载堉不喜轻率浮薄，性格恭敬敏捷、温文尔雅，勤劳不懈。其父恭王厚烷甚喜悦。七八岁时，载堉学吟诗、作诗。厚烷得悉后，喜盼载堉整日咏诗。朱载堉在少年时代，无疑熟读了《诗经》、《乐府》等诗词，影响了他一生的歌词创作，并且留下了续补《诗经》中“亡诗”6 篇 25 首②。这些诗表现他少年时期忠孝双全、文雅敦厚的风貌。

据地方志载，“载堉儿时即悟先天学。稍长，无师授，辄能累黍定黄钟，演为象法、算经、审律、制器，音节协和，妙有神解”③。他从小喜欢音乐、数学，聪明过人。他自述道：“余少嗜音律，长而益得其趣，是以乐学之说颇异于众。”④又云“弱冠之时，读《性理大全》，见宋儒邵雍《皇极经世》书，朱熹《易学启蒙》，蔡元定父子《律吕新书》、《洪范皇极内篇》等而悦之，口不绝诵，手不停披，研究既久，数学之旨颇得其要”⑤。少年时代对音乐和数学的兴趣为他来日创建十二等程律打下了良好的基础。

嘉靖二十九年(1550)，朱载堉刚满 15 岁，本当于此年选婚。然而，因其父郑恭王厚烷于二十七年(1548)上疏直谏，惹恼了嘉靖帝；又二十九年祐橏讦奏厚烷四十条叛逆罪，朱厚烷遂被高墙禁锢。朱载堉不仅选婚事化为泡影，而且受父牵连，被革除世子冠带。《明史》称：“世子载堉笃学有至性，痛父非罪见系，筑土室宫门外，席藁独处者十九年。”⑥实际上，从嘉靖二十九年九月至隆庆元年(1567)四月复爵，前后整 17 年，或前后跨度为 18 年，而不是 19 年。《西园闻见录》说朱载堉在此期间“不

① 王铎：《郑端清世子赐葬神道碑》，见本书附录。

② 朱彝尊：《明诗综》卷二，《郑世子载堉补亡诗二十五首》。

③ 清乾隆五十四年重修、2004 年影印《怀庆府志》卷二一，《人物·列传》。

④ 朱载堉：《瑟谱》卷二，《辨先儒释清庙之瑟误》。

⑤ 朱载堉：《进历书奏疏》。

⑥ 《明史》卷一一九，《诸王传四》。

敢安寝,筑一室王宫门外”[1]。虽居土屋,睡草茎,但他却专心攻读。他关上土屋房门,“益肆力于玉策鸿宝”[2]。除十三经、二十一史等前代书籍外,明代乐学、律学、算学著作亦为载堉所研读[3]。10年之后,即嘉靖三十九年(1560),他在音乐学上的大型处女作《瑟谱》一书写成,并在“庚申季夏十有三日”(1560年7月6日)为该书作序。在《瑟谱小序》中,自称“狂生”,署名“山阳酒狂仙客”。由此可见,青年的王子载堉异于常人的人格脾性。

幽居于土屋、醉心于读书,是朱载堉的一种精神寄托方式。前途未卜,祸福难测,朱载堉曾到登封少林寺向小山宗师和僧人松谷学佛学[4],祈以佛学滋润自己的心灵。开始学佛学的时间或在其《瑟谱》成书前后。而朱载堉的《金刚心经注》抑或是此时参禅之习作。

登封少林寺至今留有朱载堉其时在此地特殊的石刻墨宝,即“混元三教九流图”碑(图2-1)。他以漫画形式将释、道、儒三家合为一体。碑文中指出,“三教一体,九流一源,百家一理,万法一门”,不仅揭示了朱载堉的佛学思想,也暗含了他的《金刚心经注》的精髓要略。该图左下角有朱载堉的“酒狂仙客”和“三教九流中人”的玺刻各一。该图右下刻有“嘉靖乙丑(1565)三月吉日寓南赡部洲狂仙书”。“赡部”是寺庙供信众膳宿之地,“狂仙”乃朱载堉自号。

朱载堉生母高氏早卒,继母王氏陪同其父厚烷入高墙。唯祖母阎太妃尚在王府内。先是敕厚烷堂叔祐楒管理府事。从嘉靖四十一年(1562)起,由其同父异母之弟、德庆王载壐奉敕管理郑府。而载堉作为庶人,按宗藩条例,不得随意与祖母、弟弟相见或叙谈。时间长至17年,非有坚毅之心,则难于亲历此残酷之环境。

① 张萱:《西园闻见录》卷二。

② 《郑端清世子赐葬神道碑》,见本书附录。

③ 朱载堉:《律吕精义·内篇》所列参考书目,明代著作近70种,而在朱载堉笔下,十三经及二十一史等前代著作是必读无疑的。

④ 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》。该碑文在述及朱载堉及其父复爵之前言及“时与关西名僧松谷者阐于内典”。松谷(1538—1590),名如迁,字大方,“松谷”乃其法号。



图2-1 朱载堉绘“混元三教九流图”摹本，
（原件影印见图6-10）

在世宗崩、穆宗立之后，隆庆元年正月戊辰，复郑王厚烷国爵，同年四月壬子（1567年6月5日）“复郑世子载堉冠带”[①]。此时，朱载堉32岁。

隆庆四年（1570），载堉娶何氏为妻。当年四月乙丑（1570年6月1日）何氏册封郑世子妃[②]。何氏生一男，即长子翊锡。万历九年十月己未（1581年11月24日）郑王厚烷疾，世子载堉亦久病，世孙翊锡代行府礼。翊锡已成为郑府顺位继承人[③]，在载堉让爵之后封为保平王[④]。何氏妃卒后，载堉又娶王氏为妃[⑤]。王氏生一子一女，即次子翊钛，人称“宗侯”。

① 《明穆宗实录》卷七，隆庆元年四月壬子。
② 《明穆宗实录》卷四四，隆庆四年四月乙丑。
③ 《明神宗实录》卷一一七，万历九年十月己未。
④ 顺治十七年修《河南通志》卷一〇，《封建》。
⑤ 《郑端清世子赐葬神道碑》。

他于天启四年(1624)特地请书法家王铎撰写"郑端清世子赐葬神道碑"文,也是个孝子型人物。女儿是郡主,下嫁当地廪生孙克肖①。孙克肖后为温县县学训导。孙克肖之子孙印裕曾官刑部主事②。

创新音乐理论的年代

郑王朱厚烷复爵返国后,指导世子载堉研究乐律。从此开辟了一个崭新的音乐天地。

朱载堉在《进律书奏疏》中自述道:

臣父恭王厚烷存日,颇好律吕。其悟性所自得,虽与先儒不无异同,而臣愚以为,其义或可补先儒所未发。……臣父昔居凤阳时,惩艾之余,琴书自适。……彼时亲写《操缦谱稿》,藏诸箧笥,返国出以示臣。且谕臣曰:"尔宜再润色之,为我著成一书,以便观览。"及有口授,指示甚详。臣既受教,乃于暇日采古今传记及先儒旧说,续以新闻,附以愚见,著成《琴瑟》、《操缦》、《旋宫》等谱启进。臣父览之,颇以为然。复谕臣曰:"乐以造律为本,律以累黍为先,损益难凭,纵横未定。……"臣素志颇好此事。令臣详考,编辑成书。

在《律吕精义外篇》中朱载堉这样写道:

臣父南还,得秘传《操缦谱》以授臣曰:"徒弦徒歌,非所谓弦歌也。欲学弦歌,慎毋忽此。"臣对曰:"唯遂习而传之"。③

郑王朱厚烷对王子载堉在音乐上耳提面命,遂使载堉收获颇丰、进步飞快。朱厚烷的《操缦谱稿》,经载堉润色后,题《操缦古乐谱》并将它列入《乐律全书》之中。鉴于该书是他们父子合作而成,故该书作者落款与

① 《郑端清世子赐葬神道碑》。

② 乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷一九,《选举·封赠》;也见道光九年修《武陟县志》卷三三,《烈女》。

③ 朱载堉:《律吕精义·外篇》卷八,《弦歌要旨序》。

其他书不相同，题为“郑世子臣载堉编述”。其余书落款为“郑世子臣载堉谨撰”。《操缦古乐谱》前附神宗帝赐建“玉音坊图”及敕文。朱载堉因进律书和乐舞全谱而获得如此巨大荣誉。在朱载堉看来，这荣誉是他们父子合作的成果。

在朱厚烷的教诲和载堉本人的兴趣与努力下，编成《操缦古乐谱》后，又完成《琴瑟谱》和《旋宫谱》等。这些乐谱均见《乐律全书》之中。正是在其父指导下，朱载堉“自壮年以来，始见韩邦奇、王廷相及何瑭等所著乐书”①。其时他至少阅读了近百种明代及之前的乐律和相关著作②，又其少年时起对数学的爱好，致使他在壮年时创建了旋宫转调的数理方法，即今谓十二等程律。载堉写道：

臣尝闻臣父曰：

六经有听律之文，无算律之说。律由声制，非由度出。黄钟之声既定，则何必拘九寸。执守九寸为说，误矣。况又执守王莽尺与斛铭，不亦误甚乎！盖律家所谓三分损其一者，犹历家所谓四分度之一也，皆大略之率耳。自汉刘洪以来千有余载，疑四分度之一者疑之转深而转密；信三分损其一者信之弥久而弥疎；何律历二家愚智相较、霄壤相悬也！夫数以理为本，而人心之灵又理数之本也。惟于理有未穷，故其知有不尽。先儒岂欺我哉，彼于冥冥之中固有昭昭者存，但患学者不下苦工夫以求至当耳。援笙证琴，昭然易晓；援琴证律，显然甚明。仲吕顺生黄钟，返本还元；黄钟逆生仲吕，循环无端。实无往而不返之理。笙琴互证，则知三分损益之法非精义也。

臣闻此语，潜思有年。用力既久，豁然遂悟不用三分损益之法，其义益精。律历皆赖臣父所诲，岂敢忘父之志。③

朱厚烷对朱载堉的这番教诲，真可谓洞途大开，别有天地。它让朱载堉明白“律由声制，非由度出”的道理，故拘守历代黄钟尺寸，大可不必。

① 朱载堉：《律学新说》卷一弁言。

② 仅《律吕精义》所列参考书目达70种。

③ 朱载堉：《律吕精义·序》。

同时也使朱载堉懂得“理有未穷,而其知有不尽”的内涵,促使朱载堉越过三分损益法的障碍去探求新知。在这里,更值得我们注意的是朱厚烷这句话的分量:“仲吕顺生黄钟,返本还元;黄钟逆生仲吕,循环无端。”仲吕也即中吕。“仲吕顺生黄钟”并不困难,以三分损益法或隔八相生法就可以办到,但是这种方法不能“返本还元”;而“黄钟逆生仲吕”,三分损益法或隔八相生法根本不能办到,这种方法只能是黄钟逆生林钟,何况它也不能循环无端。朱厚烷这句话的律学意义正是我们将要述及的十二等程律的理论概括。这就表明,朱厚烷可能初步发现了可以达到旋宫的调律法,或者已经有了十二等程律的某种表示式,只不过未曾加以简洁的数学表述罢了。因此,朱载堉才把《律吕精义》一书的写作归之为完成“臣父遗志”。他说:“《律吕精义》乃臣父之遗志,而臣愚所述也。”①

朱载堉朝着父亲教诲努力,以当时最新式数学工具即算盘做了大量的数学计算,找到了可以旋宫转调的数理方法,即十二等程律的调律方法。并且,上山采竹、下地捡黍,以做律管实验,将等程律理论应用到管乐器上。从郑王厚烷复爵返国之日(1567)起,到万历八年(1580)的十四年间。朱载堉都在忙于创新音乐理论的数学计算和撰写书稿。万历八年这年间,他还遣人上山采长节竹和黍粒,数量上万。又自种之,后黍成顷,竹成林。② 万历九年(1581)正月,他为其著《律历融通》作序,该书附《音义》一卷已阐述了十二等程律的计算方法。而专门阐述十二等程律理论的著作《律吕精义》已成为《律历融通》的参考书了。③

当创新音乐理论,乐谱、舞谱等著作完成后,郑王朱厚烷“拟欲进献,恐有缺误,未敢遽行。仍付臣(世子载堉——本书注)订正之。值臣宿疾举发,连年未疗,由是迁延,未曾进献。”④

朱载堉哪一年生病?查《明神宗实录》,载堉生病之年在万历九年

① 朱载堉:《律吕精义·序》。

② 朱载堉:《律吕正论》卷一《黍竹二山说上》。

③ 朱载堉:《律历融通》附《音义》卷。

④ 《明神宗实录》卷一一七,万历九年十月己未。

(1581)十月:

> 万历九年十月己未(1581 年 11 月 24 日),郑王厚烷有疾,世子载堉亦久病,朝祭行礼不便,请以世孙翊锡代行。因乞赐翼善冠服,如鲁世孙健杙例。礼部谓:鲁世子已故,今载堉尚在,似难比例,但朝祭大典使世孙以常服行礼,非为观瞻不便,抑且恭敬未伸,相应给予。允之①。

由此可断定,万历九年,即 1581 年,朱载堉的《乐律全书》(除万年历之外)已经撰写完毕,十二等程律的创建工作也于是年完成。在音乐与科学上创建一种新理论、新方法,用了十四年时间,而且是父子两代人共同努力的结果。他们将这新理论"一做就做到登峰造极的地步","直到现在,谁也不能推翻它、摇动它"。②

两年后,即万历十二年(1584),朱载堉闲暇无事,遂又将其著作旧稿之一《律学四物谱》删繁就简,并更名为《律学新说》,但原《律学四物谱序》尚留存于《律学新说》之末。该旧稿序中有段文字,很值得今日研究之。他写道:

> 予此书不过格物致知之一端耳。饱食终日,无所用心,以觚翰代博奕,编属旧文,敷陈新义,以俟后之君子。……余为人无所长,惟算术是好。因其所好而益穷之,以至求乎其极。用力既久,豁然贯通。故有得先儒所未得,发先儒所未发者存焉。悯钟律之失传,竭平生之心力而为此书。以浅近之辞,发挥高深之理,以幽微之数,研究迂阔之学,得其精而忘其粗。全同相马,有其巧而无其用。殆似屠龙,一以自喜,一以自笑。安知来世读吾书者,不喜吾之所喜,而笑吾这所笑哉。

由此可见,朱载堉平生偏好数学。在他看来,创建十二等程律的数学问题并非鸿沟深壑,不可逾越。他又写道:

---

① 《明神宗实录》卷一一七,万历九年十月己未。

② 刘复,十二等程律的发明者朱载堉。载《庆祝蔡元培先生六十五岁生日论文集》(国立中央研究院历史语言研究所集刊外编第一种),北平,1933。

尝撰《黍谱》、《度谱》、《量谱》、《权谱》，各卷帙不等，总若干万言。今摘其要，合为一书，名曰《律学新说》。而以所问所誉冠其篇云。

《四物谱》原稿文烦，而考据详密。后用删繁摘要，更名《律学新说》，成书以进。校其原稿，特十分之一耳。兹因暇日，重校原稿，见此序文，不忍弃去，是故续刊附于末简，使览者知作者初意。

改定《律学新说》后，朱载堉将已完成的各书稿藏诸箧笥了。其间，有一事令他心酸。他写道：

律吕之学，乖谬久矣。盖由宗守"黄钟九寸"、"三分损益"、"隔八相生"此三言之谬也。夫此三言实为律家大谬，然举世宗守之。闻臣此言而不以臣为大谬者，盖亦几希。是以臣愚虽得之於心，而缄之於口，韫藏有年，不敢形於纸笔。为此故也。①

可见突破旧传统、创立新的调律方法，何等艰难。这也表明，朱载堉在动笔写作之前，早已解决了等程律的数学及调律方法，并且将此调律方法处处宣扬、以期获得他人赞许。

大约从万历十九年(1591)起的几年间，朱载堉从学习历算中而有所得，写下了《圣寿万年历》和《万年历备考》二书(此两者统称为《历学新说》)。连同昔年所撰《律历融通》一书(该三者统称为《历书》)，于万历二十三年(1595)六月上进朝廷《历书》手稿本。从而引发了朝廷内外一场有关改历之争。

万历二十三年(1595)八月，怀庆府抄都察院巡按河南6691号勘答，知会天下王府进献书籍于国史馆，以修大明正史事。悉此，朱载堉检阅书笥，准备进书。从万历十二年(1584)到万历二十三年(1595)，朱载堉的乐律著作在书柜存放了十一年。次年正月初一，他为《律吕精义》作序。"虑恐誉写舛误，就令画图刊版"。② 从此开始，直到万历三十四年(1606)，才完成其乐书、律书、算术、舞谱、历书的全部雕版、印刷和装帧，

① 朱载堉：《进律书奏院》。

② 朱载堉：《进律书奏院》。

其间又十一年整。万历三十四年七月初九(1606 年 8 月 12 日)将乐律、算学、舞谱等十一部著作的刻本上进朝廷。八月初九(9 月 10 日),接圣旨:"览奏。具见留心乐律,深可嘉尚。"①

朱载堉的乐律著作、连同他首创的等程律调律方法,终于获得天子首肯。

通常所说《乐律全书》是朱载堉自己命名的。② 我们将此次郑府雕刻的乐学、律学、算学、舞学(舞谱)和历学五大类十四种书称为《乐律全书》郑藩刻本。因为传统上、乐律与历法是不分家的。《四库全书》编者们,仅将前四类作为《乐律全书》,列在其经部乐类之中;将《圣寿万年历》和《律历融通》合在一起,列在其子部天文算法类图书之中。这是由四库编排体例决定的。

奏疏宗室子弟入学入仕

从明太祖朱元璋开基,迄世宗嘉靖末,200 年间宗亲人数已近三万。③宗藩者"分封而不赐土,列爵而不临民,食禄而不治事。"④朝廷为支付宗亲禄米也几耗尽国力。嘉靖四十一年(1562),御史林润说:"天下财赋,岁供京师米四百万石,而各藩禄岁至八百五十三万石。山西、河南存留米二百三十六万三千石,而宗室禄米五百四万石。即无灾伤蠲免,岁输亦不足供禄米之半。年复一年,愈加藩衍,势穷弊极,将何以支。"⑤于是,朝廷变法折扣郡王、将军以下禄米,⑥其宗支则度日维艰了。俗云:一代亲,二

---

① 朱载堉,《进律书奏疏》。

② 朱载堉:《嘉量算经》卷下、后序。

③ 明代宗亲人数,不同时期统计数字不同。见谈迁:《国榷》卷五九,嘉靖二十八年;龙文彬:《明会要》卷四《帝系四》;王世贞:《弇山堂别集》卷一《藩国之盛,宗室之盛》。

④ 《明史》卷一二〇《诸王传五》。

⑤ 《明史》卷一一六,《诸王传一》。

⑥ 赵翼:《廿二史劄记》卷三二,《明分封宗藩之制》。

代表(堂),三代无人晓。届至第三代的亲王子孙们或许凭初封之财产,尚可自存,而其支庶子孙则空乏尤甚。其中,还有多少支庶子孙,因贫穷连名字也没有。《明史·何如宠传》写道:“宗藩婚嫁命名,例请于朝。贫者为部所稽,自万历末至是,积疏累千,有白首不能完家室,骨朽而尚未名者。”[①]另有一种皇宗,不敢请名或不能请名。山西巡抚吴士度在万历四十三年(1615)五月的奏疏中述及无禄而极贫的宗支,“或以擅婚私滥,妾之子不敢请名者,或以幼而无父不能请名者,或已请名而家贫不能封者,与孀妇身无所依者”[②],如此之类也不在少数。

要改变朝廷与宗亲两难的境遇,唯有改变大明律法、宗藩条例。令几万食禄闲人的宗亲,与普通百姓一样,从事士农工商的“四民”之业。然而,“朱家天下”的观念与朝廷的荣耀脸面都不是容易改变的。

嘉靖年间,先有枣阳王朱祐楒[③],后有南陵王朱睦楧[④]、武冈王朱显槐[⑤]上疏,“请除宗人禄,使以四民业自为生”;或设宗学,“督课亲郡王以下子弟,据其考绩而给禄”;或“设科选以励人才”。隆庆二年(1568),尚书王世贞又奏:

> 臣窃以为,国家待宗室之意,往往伤于用恩,其法又伤于用义。夫族属至于奉国将军,亦可已矣;又复推而三其中尉,以至世世不绝,所谓伤于用恩者也。虽其疏者,皆高帝及列圣后也,无罪而困之于一城,而绝其仕进之路,所谓伤以用义者也。乞下礼部会议,于奉国将军诸子免其禄秩,分居附近诸县,废著之日给与房价,量复徭役终身,使得毕力农贾。其有志科目者,照常肄学应试,听为南京及司、府、州、县等官[⑥]。

然而,这些为朝廷分忧、为宗亲解难的奏疏,全都被朝廷弃之不顾。

---

① 《明史》卷二五一,《何如宠传》。
② 龙文彬:《明会要》卷四,《帝系四·杂录》。
③ 《明史》卷一一九,《诸王传四》。
④ 《明史》卷一一六,《诸王传一》。
⑤ 《明史》卷一一六,《诸王传一》。
⑥ 龙文彬:《明会要》卷四,《帝系·杂录》。

朱载堉是个有脾性而极富同情心的人。万历十五年(1587),怀庆地震,饥荒席卷河南;七月,黄河以北,民食草木。① 载堉遂决定,打开郑府内圆仓数百个,赈济几万衣食无着者。② 万历十六年(1588),其二弟载壐卒,其侄甚感悲伤孤独。载堉不但担负起养育他的责任,还代他"偿金千余"。③ 人问其为何?载堉答曰:"刘德居腆振馁。不然,昔之天族不地下笑人哉。"④刘德,汉高祖之弟楚元王三世孙,即刘向(前77—前6年)之父。"居腆振馁",意为家境丰厚、却不忘赈济贫困饥饿者。朱载堉以为,他要不这样做,已入土的昔日皇族也会耻笑在世者。

继前述诸多上疏宗室子弟以四民为业之后,朱载堉于万历二十二年正月甲辰(1594年3月16日)上疏,"清宗室皆得儒服就试,毋论中外职,中试者视才品器使。"⑤他在奏疏中建言如下:

一、宗室子弟自奉国中尉以下,有不愿受封者,许同民俊考送泮学;

二、宗生旧制虽有考验换受之文,第辅国中尉以上诚难更授。请如近议,不应举者照旧宗学作养,无得杂青衿就试督学;

三、宗藩子弟入学者,如生员衣冠;

四、奉国中尉等即以赐名应试。若无名禄者,从便起见,不混同玉牒。中试榜录,皆著国姓,下书宗室封爵;

五、镇国、辅国等兼官署事之例,请自上裁;

六、铨除考课,向来宗生未闻中式,候临期奏请;

七、宗室入学,自世子、郡王以至庶宗,但视名以别齿。

上令即行各藩,大破拘挛,从公用舍,以称朝廷激励贤宗之意⑥。

朱载堉的奏疏,打破了明朝礼仪法规,为那些有真才实学的皇家子弟

---

① 《明史》卷三〇,《五行志·年饥》;谈迁:《国榷》卷七四,万历十五年。

② 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》。

③ 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》。

④ 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》。

⑤ 《明史》卷一一九,《诸王传四》;张萱:《西园闻见录》卷二。

⑥ 《明神宗实录》卷二六九,万历二十二年正月甲辰。

为国效忠开辟了一条道路。

明代沈德符在其著《万历野获编》中就此评论道：自嘉靖初年襄府枣阳王祐楒疏请开四民业，以安贫穷宗支以来，至朱载堉上疏，“上始决意下令，一切宗人，俱得充诸生应举，为中外官，天潢二百余年抑郁之气始吐矣”①。

这七条奏文，也反映了朱载堉的“伟大教育思想”②。既获得神宗皇帝准许，也让许多宗亲从而获得出路。崇祯初，帝“思广罗贤才，下诏援祖训：郡王子孙文武堪任用者，得考验授职”③。这“祖训”宗藩入仕之例，即是载堉条奏及神宗帝诏允。崇祯中，中部（今陕西黄陵县）知县朱新堞，云南通判朱寿钚，巩昌（今属甘肃）通判朱廷璋，皆以宗室贡生入仕④。又宝丰（今属河南）知县朱由械，密县（今属河南）知县朱敏汀，也以宗室贡生入仕⑤。而且，这些人都在抗击明末农民起义军时殉难，成为朱家豪杰烈士。他们也都受惠于朱载堉条奏七事及其教育思想的成功。朱载堉本人亦力行于这些条奏中的思想。他淡化门阀观念，送次子翊钛入泮为秀才，将女儿下嫁于一个读书人麇生⑥。

七疏让国

幼年朱载堉就曾与其保姆谈论推位让国事。幼年立志，耄耋之年得以实现，也可谓人生佳话。

据史载，周代有贤者推位让国。周太王长子、吴国始祖泰伯（一作“太伯”），让国于其弟季历。季历子昌，是为周文王。让国过程中，泰伯

① 沈德符：《万历野获编》卷四，《宗藩·二郡王建白》。

② 陈万鼐：《朱载堉研究》，台北故宫博物院，1992，第25页。

③ 《明史》卷二七八，《陈子壮传》。

④ 赵翼：《廿二史劄记》卷三二，《明分封宗藩之制》。

⑤ 《明史》卷二九三，《武大烈传》。

⑥ 《郑端清世子赐葬神道碑》。

与其弟仲雍“二人乃奔荆蛮，文身断发，示不可用”①。商末孤竹君的两个儿子，一名伯夷，一名叔齐，孤竹君欲立叔齐，叔齐不受，让于伯夷，伯夷闻悉而走。兄弟二人先后来到周朝。周武王平殷之后，天下宗周，兄弟备感耻辱，不食周粟，隐居首阳山，最后饿死②。史称其兄弟为“夷齐”。春秋时，吴王寿梦欲立其季子季札为王，季札不受，让国其长兄诸樊③。寿梦卒，诸樊摄事当国。待丧除，诸樊又让位季札。季札欲立子臧，子臧去而不受。吴人坚持立季札，季札亦离家，耕种于田野④。季札多次推让君位，被后人称为贤者。泰伯、夷齐、季札、子臧，在历代封建王朝中均被看做高尚守节的典型人物。他们在朱载堉幼年的心灵中就留下了极深印象。

万历十九年(1591)六月，载堉父亲谢世不足半年，载堉即以疾病为由，疏请辞却管理王府事。经河南巡抚、按察使查勘，载堉微恙而已。当年六月戊戌(1591 年 7 月 24 日)，礼部复，“载堉以微恙辞管府事，志虽可尚，法难从况。世孙代行礼仪，世子卧理无妨。合今钤束宗人，不得再辞”⑤。实际上，这是朱载堉辞却王爵、准备让国的第一步：先辞管理王府事，再辞国爵。身体欠恙是托辞，让出国爵是真，但载堉未料到迈出这第一步就相当不顺人意。因为宗藩条例中就没有原爵健在而由后人代行之条款。他的上书却引来“钤束宗人，不得再辞”的结果。

自此始至万历二十一年(1593)，载堉每思让出国爵事。他认为，按宗藩条例，旁支人继有“庶且长”之则，盟津王这支比载堉祖上东垣王长，况且盟津恭懿王之曾孙载玺在，应当将爵位归返于载玺。⑥

至万历二十一年(1593)年底，朱载堉已数次上疏让爵事。先，他自以郑简王第四支不宜越第三支进封为由；后，又力辞继承爵位事，推由第

① 《史记》卷三一，《吴太伯世家》。

② 《史记》卷六一，《伯夷列传》。

③ 《左传》，襄公十四年、二十九年。

④ 《史记》卷三一，《吴太伯世家》。

⑤ 《明神宗实录》卷二三七，万历十九年六月戊戌。

⑥ 《郑端清世子赐葬神道碑》。

三支载玺承嗣。当年十一月己未(12 月 1 日),礼部议下:"成宪难易,如世子坚子臧之节,听以世子号终,而封其子翊锡以继其统。下该抚按议。"①

《明史》对此记述道:

> 万历十九年,厚烷薨。载堉曰:"郑宗之序,盟津为长。前王见滜,既赐谥复爵矣,爵宜归盟津。"后累疏恳辞。礼臣言:"载堉虽深执让节,然嗣郑王已三世,无中更理,宜以载堉子翊锡嗣。"②

宗藩条例中没有"让国"一条,无"让国"之朝廷王法。因此,礼部只能按常规办事:世子辞爵,世孙嗣承。若以其子翊锡嗣爵,在载堉看来,仍未能正伦序。因之,载堉执奏如初。

自万历十九年(1591)至三十三年(1605)的 15 年,朱载堉前后七次上疏让爵。万历三十三年十一月癸巳(1606 年 1 月 1 日)的上疏中,朱载堉写道:

> 臣自万历十九年至今十五年间,凡七疏乞正伦序。蒙礼部复议,令臣以世子本爵终身,以成臣志,臣男翊锡代臣管理府事,以继亲藩之统。此所谓朝四暮三,虽以悦臣,未见其成臣也。"庶子袭封,不许越次"乃皇上钦颁要例之语。皇上重万世之纲常,以有此书。臣愚禀皇上之宪章,以有此举。令臣男继统,则伦序安在?臣今年七十,衰病之人,死在旦夕,亦抱遗憾之地下。乞令载玺袭盟津王,代臣管理府事,总继亲藩之统。臣及臣男悉照庶子袭封例,从公改正,以成臣忠③。

从这一次上疏中可见朱载堉铁骨铮铮之气概。他明言礼部决议是"朝四暮三",并要求其"从公改正"。还可以看出他让爵的巧妙与智慧。虽然神宗帝颁布的宗藩条例没有让爵之说,但他举起"庶子袭封,不许越

① 《明神宗实录》卷二六六,万历二十一年十一月己未(1593 年 12 月 1 日)。

② 《明史》卷一一九,《诸王传四》。

③ 《明神宗实录》卷四一五,万历三十三年十一月癸巳。也见谈迁:《国榷》卷八〇,万历三十三年十一月壬辰。《国榷》记述比实录早一日。

次"的圣旨,颂扬皇上"重万世之纲常",以此证明让爵是"禀皇上之宪章"。这样,载堉的让爵就成为堂皇而不可遏阻之举。这次上疏,果如其愿。礼部不仅同意其让爵,且对载堉父子的爵位、俸禄作出精心安排;神宗下诏奖谕。毕竟,出让王爵意味着要失去大批财产。

礼部在万历三十三年十一月癸巳(1606 年 1 月 1 日)复议中,首先表彰载堉累辞固让,老而弥坚,不私其身,不顾其子,直欲与泰伯、夷齐、季札、子臧后先媲节。"此乃祖宗积德累仁之所孕育,皇上孝友亲睦之所感动。宗藩之中有贤如此,安可不成其志,遂其离哉。"①

以"庶子袭封,不许越次"之名改正伦序,朱载堉让爵于三支载玺。同样,东垣郡王的爵位也就应从庶支厚炯转到嫡支载堉子孙。这一来一去,牵动几大家系名义及财产的重新分配,确也非易事。但是,在朱载堉感动下,礼部决定"一举而改正之"。具体言之,"若亲王改还载玺,则东垣当改还载堉,而翊铠之子应当另封一郡。特载堉父子既受世子、世孙之封,无降封郡爵之意,合无②令载堉仍以世子、其子翊锡仍以世孙、翊铠仍以东垣王各终身。俟翊锡身后,其子袭封东垣王以接见澒之统,翊铠身后其子另封一郡,以接厚炯之统"。至于俸禄,"查世子、世孙例不支禄,若载堉父子合无给与郡王之禄,以示优贤之义。并赐敕褒嘉,树坊表宅"。礼部还对载玺提出要求:载玺袭王后,"不宜责世子世孙。以常礼况,载堉年高德昭,博物洽闻,荐履布袍,萧然尘外。载玺当以夷齐之尊事之"。载堉让爵之举,被礼部称颂为"亦昭代天潢一胜事,千秋万古一美谈,可以丹青治化、照耀简编者也"③。

神宗皇帝阅载堉上疏暨礼部决议,不无感慨地说:"宗伯,汝较我宗,老显德行,毋蔽朕志。"④神宗小载堉一辈,故称载堉为"宗伯"。

著名史学家谈迁(1593—1657)在其《国榷》中写到此亦称颂道:

---

① 《明神宗实录》卷四一五,万历三十三年十一月癸巳。也见谈迁:《国榷》卷八〇,万历三十三年十一月壬辰。《国榷》记述比实录早一日。

② "合无":"不如"之意。

③ 《明神宗实录》卷四一五,万历三十三年十一月癸巳。

④ 《郑端清世子赐葬神道碑》。

鄭世子載堉言臣自萬曆十九年至今十五年間凡七疏乞正
倫序蒙禮部覆議令臣以世子本爵終身以成臣忠臣男翊錫
代臣管理府事以繼親藩之統此所謂朝四暮三雖以悦臣未
見其成臣也庶子襲封不許越次乃 皇上欽頒要例之語
皇上垂萬世之綱常以有此書臣愚稟 皇上之憲章以有此
舉令臣男繼統則倫序安在臣今年七十衰病之人死在旦夕
亦抱遺憾于地下乞令載璽襲盟津王代臣管理府事聽繼親
藩之統臣及臣男悉照庶子襲封例從公改正以成臣忠讓禮
部覆議得見潓之以誣枉廢也生既蒙 孝宗之矜釋死又蒙
世廟之冊印見潓之爵既復則見潓之子孫宜襲而載堉以
見潓弟見濱之曾孫而襲其封于序未順于義未安此所以久
遜不襲必欲改而歸之載璽也頃廢置業已多年承襲又經三

明神宗實錄 卷四一五 十三

图 2-2 《明神宗实录》载，万历三十三年十一月癸巳（1606 年 1 月 1 日）朱载堉让爵疏

好名之人，能让千乘之国，孟氏有激而言之也。如郑世子，庸好名者哉。博该载籍，尤笃礼乐之事，被服仁义，身有儒行，其脱屣千乘，盖忠信笃敬之效也。时以太伯、夷齐、季札、子臧比，洵哉无愧色矣①。

载堉将王爵让给载玺，即祐橏之孙。虽说是此举以正伦序，然祐橏正是当年诬告载堉之父有叛逆罪、致使厚烷高墙禁锢 17 年的祸魁。人们未曾料到，在事过 50 年之后，载堉却将王爵让给祐橏之孙。这确实是千古

① 谈迁：《国榷》卷八〇，万历三十四年十一月壬辰。“孟氏有激而言之也”句，指《孟子·万章下》赞夷齐事。

罕见、难能可贵之举。

正当天下无不知郑世子让国并普遍赞誉之时，载堉侄孙、东垣王厚烔之后裔常澿却因为难于割舍东垣郡王的爵位而于万历三十四年五月乙酉（1606 年 6 月 22 日）上疏，诋毁载堉为大奸，希望朝廷更行载堉让爵决定①。礼部侍郎李廷机（？—1616）批驳常澿，道破常澿之私见，乃是虑及郑王爵位归载玺，王府府第与资产必全归载玺，而他将一无所得；东垣郡王府第与资产将来归载堉子孙，郡王资产他亦一无所剩；若为常澿另封一郡，又不知新造之邦，将在何地并有多少田产，均不可测知。李廷机识透常澿之心。并断定，载玺无国而有国，拨分原郑府之资产，因常澿在，载玺不能全部吞并。而载堉俭而易足，并已表示，东垣王所有，尽让常澿。

在载堉让爵中，常澿掀起的一场风波再一次以载堉的高风亮节而得以平息。神宗皇帝在阅常澿疏和李廷机驳议之后，敕下："常澿挟私逞臆，不畏公论如此。念以宗亲，姑不究。"又对载堉下旨："载堉恳辞王爵，让国高风，千古载见，朕嘉尚不已。业有旨赐敕建坊，彰天潢之美。"②

四天之后，即五月己丑（1606 年 6 月 26 日），"命武安侯郑惟孝、礼科给事中曾六德册封郑王载玺并妃"③。同时，遣礼部主事潘士达奖世子、世孙，赐"让国高风"坊④（图 2－3）。至此，朱载堉如愿以偿地实现了让国之理想。

神宗赐敕建坊，其敕曰：

> 世子载堉，尔克义是循，固逊王爵，克振纲常，朕心汝康、汝嘉，汝爵原爵，汝禄岁千石。有司羊一、酒一，为诸藩式，尔益永令誉⑤。

这敕文引自《郑端清世子赐葬神道碑》，似有省略。地方志中抄录的敕文如下：

> 敕郑世子载堉：尔能非道不处，惟义是循，固逊王爵，至勤屡疏，

① 《明神宗实录》卷四二一，万历三十四年五月乙酉；谈迁：《国榷》卷八〇。

② 《明神宗实录》卷四二一，万历三十四年五月乙酉。

③ 《明神宗实录》卷四二一，万历三十四年五月己丑。

④ 《郑端清世子赐葬神道碑》。

⑤ 《郑端清世子赐葬神道碑》。

敦复伦序，克振纲常，朕心喜悦。兹特敕旌奖，给禄建坊，以示优贤之义。仍令有司办送綵、币、羊、酒，以为诸藩矜式。尔宜益懋素修，以永令誉，钦哉故敕①。

万历三十五年正月初三（1607 年 1 月 30 日），朱载堉将自制乐器和《乐律全书》呈送郑王载玺②。从天上掉下一顶“王帽”，落在朱载玺头上。朱载玺当然心满意足。

即使没有学术成就，而仅凭让国让爵一事，朱载堉亦当为后人敬仰。


勅鄭世子載堉尒能非道不處
惟義是循固遜王爵至屢屢
疏敦復倫序克振綱常朕心
嘉悅茲特賜勅旌奬給祿建
坊以示優賢之義仍令有司
辦送綵幣羊酒以為諸藩矜

樂律全書　操縵古樂譜

图 2－3　明神宗敕建“让国高风玉音坊图”及敕文

晚　年

当朱载堉于万历三十四年（1606）获准让爵，已是 71 岁高龄了。他

① 清顺治年间修《河南通志》卷三五，《艺文》；清乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷二九，《艺文・制诏・神宗旌奖郑世子载堉敕》。

② 朱载堉：《进律书奏疏》。

17 年受难,15 年让爵,可谓克勤克己,矢志不移。步入耄耋之年,让出了国爵,迁出王府,居城郭之外,过着与世无争、自由自在的清闲生活。

清代王士祯(1634—1711)在其著作中写道:"郑端清世子让国,自称道人,造精舍怀庆郭外居之。每出,坐竹兜,四人舁人。"①

所谓"怀庆郭外",即今沁阳市王庄镇张东坡村。此地位于九峰山下,丹河西岸,当年依山傍水,山林幽深。此地离沁阳市中心(当初怀庆府城)20 公里左右。因此,朱载堉外出或进城,以"四人抬"的简便竹轿(似为两人抬竹轿之误)为交通工具。言其在城外乡村"造精舍",大概和现代人的"精舍"概念未必符合,不过是乡村中的小宅院罢了。不过,朱载堉给它起了个典雅的名字:"东复卜园"。《神道碑》对此写道:

> 乃髦(máo)②,逊于丹水,成室水浒,与二三田畯③,灌桑、牧豕,隐居东复卜园,凿池,理花竹。客至,命酒径斟④。

这段文字极精练地描述了朱载堉隐居乡间的生活。他在二三垄农田间耕作,种桑树、养猪,或挖池蓄水以灌溉,理花竹。此时,他幅巾策杖,与农夫无异。有客至,请酒自斟。已不像王府内世子身份,有人在酒桌旁服侍、倒酒,而是自斟自酌,无约束而自在地生活。从其年轻时写下《瑟谱》,署名"山阳酒狂仙客",到晚年还"命酒径斟",可见他终生喜杯中物。其宅院称"东复卜园":"东"是方向;"复"繁体原字为"復",是卦名。《易》经文复卦曰:"復,亨。出入无疾,朋来无咎。"原来,"复"是通达顺利,无疾无灾之象。朱载堉的宅院在九峰山下村东头,取名"东复"是图吉利罢了。

值得注意的是,朱载堉于万历三十八年(1610)在《嘉量算经》卷下后序中写下了一段至关重要的文字:

> 余著《乐律全书》,八音备矣。此篇惟用一人吹律,一人弹琴,一

---

① 王士祯:《池北偶谈》卷二五,《郑端清世子》。
② "乃髦":指白发残年,或泛指老年。"髦"也与"耄耋"之耄通用。
③ "畯":据《资治通鉴》卷二一六,唐天宝六载注曰:"尝有事农耕者也。"
④ 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》。

人击缶而歌。余亦自歌,互相倡和,而乐在其中矣。语曰:“子与人歌而善,必使反之,而后和之。”此之谓也。子于是日哭,则不歌;其非哭之日,盖无日不歌。歌之义大矣哉。夫八音备而近于奢,以其用人多也。曷若一琴、一缶、一吹、一歌,足以自乐?呜呼!此趣惟达者能知之。

这又是朱载堉晚年生活的一个写照。今日,城镇公园之一角,几位老人清晨相聚,一拉一唱之情趣及参与者之乐,大概与当年朱载堉类同也。

据《神道碑》载,他在“慨古乐失传、折衷音律”之时,曾在郑府内或九峰山下“教习雅颂文武舞”。这又是常人难以想象的事。

晚年的朱载堉“务益著书”①,还为官至陕西按察使副使邢云路的《古今律历考》作序。他在其著《圆方勾股图解》②卷终写道:

万历庚戌,余年七十五,自三月至七月,信手握笔著此三书,以成一家之言。其一曰《律吕正论》;其二曰《嘉量算经》;其三曰《圆方图解》。皆乐书所未载者。

万历庚戌为万历三十八年,即1610年,该年闰三月。可见朱载堉在六个月内撰写成三书。时年朱载堉75岁,已是其卒前一年之事。纵使这三书的内容在《乐律全书》中已有所述及,但要在如此之短时间内一一单独成书,对于一个老人而言,绝非容易之事。何况每种书内,确有其前所未发者。这就更加令人敬佩了。他在70岁之后写成的著作,当不止这三种。《古周髀算经(图解)》和《律吕质疑辨惑》也是其时之作。自从万历三十四年(1606)获准让爵、进献《乐律全书》之后,他在著作署名上有很大改变。由先前的“郑世子臣载堉”改为“后学载堉”或“句曲山人伯勤”了。一个年过70的老人称自己为“后学”,可谓虚怀若谷也。

一年以后,即万历三十九年四月初七(1611年5月18日),朱载堉薨。“神庙闻讣,辍朝去膳”,朝廷“令有司治丧”③。按《大明会典》世子

① 顺治年间修《河南通志》卷三五,《艺文》。
② 《圆方勾股图解》或称《圆方图解》,该书收在《古周髀算经》之中。
③ 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》。

丧礼如下:御祭一坛,东宫祭一坛,七七,百日,下葬,周年,二周年,除服。翰林院撰祭文、谥册、圹志文;工部造铭旌;国子监取监生报讣各王府;布政司委官造坟安葬,转属买办祭物、冥器、丧仪等,布政司各衙门承造[①]。万历三十九年十二月己卯(1612 年 1 月 16 日),赐谥"端清"[②]。万历四十年(壬子)三月二十六日(1612 年 4 月 26 日),葬九峰山之原[③]。一代科学和艺术巨星就此陨落。

天启四年(1624),载堉次子、宗侯翊钛请大书法家王铎为朱载堉墓撰写神道碑文[④]。所谓神道碑,即为立于死者墓前道路上的碑刻,其碑文记载死者生前事迹。《郑端清世子赐葬神道碑》留下了有关朱载堉的极为珍贵的生平史料。可惜该碑刻而未立,且命运坎坷。一块较大的残碑今藏沁阳市朱载堉纪念馆。撰写《神道碑》的王铎(1592—1652),河南孟津人,字觉斯,号嵩樵。天启二年进士,官翰林院庶吉士、检讨,崇祯朝累官南京礼部尚书,弘光朝东阁大学士。清顺治二年(1645)降清,仍授礼部尚书。卒谥"文安"[⑤]。其书法以行草为最,擅长碑帖[⑥]。

崇祯七年(1634)起,李自成起义军在河南、山西、陕西与明朝军队作战,或败或胜,双方辗转交战于河南西部和北部地区。时值河南大旱,又发生蝗灾,人相食,遂为李自成军提供了众多兵源。南阳唐王朱聿键将家积金银用于修筑南阳城,其弟聿镆也难免于崇祯十四年(1641)被起义军破城而杀[⑦]。洛阳福王朱常洵富敌大内,终日饮酒女乐,崇祯十四年春李自成军攻城,杀朱常洵,且火烧其宫城,三日不绝[⑧]。朱常洵为非作歹,理当该杀。史家曾如此评论说:起义军"在洛阳抓到的俘虏中,有一个臭名昭彰的放荡王子,他被处死、肢解,并被象征性地吃掉,以表示造反者对那

---

① 《大明会典》卷九八,《世子丧礼》。

② 《明神宗实录》卷四九〇,万历三十九年十二月己卯。

③ 王铎:《郑端清世子赐葬神道碑》。

④ 碑文全文见乾隆五十四年修《怀庆府志》、道光五年修《河内县志》。

⑤ 康熙九年修《河南通志》卷二七,《人物》。

⑥ 田中华:《神道碑与朱载堉生平考述》,《中国科技史料》,2004 年第 4 期。

⑦ 《明史》卷一一八,《诸王传三》。

⑧ 《明史》卷一二〇,《诸王传五》。

些生活穷奢极欲、不顾百姓死活的人的憎恨”①。朱常洵成为李自成鼓动民众造反的活教材。然而,宗藩之多,并非都是欺压百姓的坏人,凡藩王必杀将造成滥杀无辜的后果。崇祯十七年(1644)二月,李自成军攻怀庆,郑靖王后裔庐江王朱载堙父子亦遇害②。那么,朱载堉的子孙呢?

朱载堉长子翊锡,封保平王。长孙封寿平王,兄弟五人。次子翊钛,孙常洁袭封东垣郡王。据载,朱载堉“生前以秘箧贻子孙,云‘俟有急难,启视之’。甲申(1644)闯寇遣伪将军刘方亮陷郡城,五孙开箧,有‘借问将军谁姓刘’之句,盖前知云”③。清初王士祯写道:

> 朱载堉精邵康节④之学。宫中有一柜,手自缄镭。每岁辄益一封。遗令遇急乃开。其孙寿平王,值河北流寇之乱,发柜得破布衫五,一阔大,四窄小。王躯干甚伟,其弟四人则短小也。遂衣而逃。某年乱定,归王府。一旧人忽遇端清于山中云:“传语诸孙,当速去,故里不可居也。”寿平兄弟以为妄,不听,未几及难⑤。

由此推测,寿平王兄弟五人未曾躲过甲申之劫难,而翊钛(若此前未卒)及其子常洁的命运也在预料之中。他们都未能躲过造反起义军和清兵南下征服的双重大劫。据《武陟县志》载,清兵下河南,郑恭王后裔“复遇祸,家人散亡”,以致厚烷继妃王氏墓地也由王氏娘家人迁回武陟二铺营⑥。

著　作

著书立说、雕版印书,是朱载堉一生中最为重要的生活内容。其著作

① 牟复礼、崔瑞德编,张书生等译:《剑桥中国明史》,中国社会科学出版社,1992,第682页。

② 《明史》卷一一九,《诸王传四》。

③ 康熙九年修《河南通志》卷二六,《人物·怀庆府》。

④ 邵康节,即宋代邵雍(1011—1077),好易理、象数之学,著《皇极经世》等书。

⑤ 王士祯:《池北偶谈》卷二五,《郑端清世子》。

⑥ 道光九年修《武陟县志》卷一九,《古迹志·王妃墓》。

甚丰，尤以卷帙浩繁的《乐律全书》闻名。

《乐律全书》以万历二十三年（1595）至三十四年（1606）间郑藩刻本为最早。（图2－4）它包括14种书共48卷（不分卷的一种书算一卷；《律吕融通》4卷并附《音义》1卷，合为5卷）①。郑藩刻本的作者落款为"郑世子臣载堉谨撰"。14种书分述如下。

《律学新说》，4卷，书前有"万历十二年（1584）岁次甲申春正月吉日"自序。

该书阐述了乐律与度量衡的关系，作出律尺（9进制）和日常用尺（10进制）的换算，定义十二等程律，制作等程律律管与弦准等内容。《律学新说》旧稿名《律学四物谱》，书末附《律学四物谱》序文。

《律吕精义》，又名《律书》，分内篇10卷，外篇10卷。"内篇"前有万历丙申（万历二十四年，1596）正月自序，列出明代及其前代之参考书目69种。内篇主旨"总论造律得失"，讲述等程律的数学原理、计算方法和计算结果，等程律在弦线上的音乐实验与调律法，等程律的实践——旋宫曲谱，依等程律调律而制造的各种弦管乐器等内容；外篇论古今乐律杂说，辨其是非，进一步为等程律问世鸣锣开道。外篇之末为"舞学十议。"

该书自序之前放入朱载堉于万历三十四年七月初九日（1606年8月12日）上进律书疏。今日研究者为撰文和研究叙述方便，特加名《进律书奏疏》。

《算学新说》，不分卷。无序。书前有简短弁言。书末特注"万历三十一年八月初三日（1603年9月7日）刻完"。这是《乐律全书》中最后雕版完毕的一种书。该书旨在教人如何计算等程律，如何用算盘（珠算）进行开方，计算$\sqrt[12]{2}$，如何求解一个由十三项组成的等比级数。

《乐学新说》，不分卷。无序。书前有简短弁言。该书阐述古乐经并未佚，对流传至今的古乐经的音阶调式作出了正确的章句和改错。

① 《北京图书馆古籍珍本丛刊》收录《乐律全书》，编辑者在扉页注中云，"乐律全书十五种四十八卷"。他将《律吕精义》分为"内篇"和"外篇"两种书。自清以降，某些著作或文章也持此说，但不与朱载堉本人心意相合。

《操缦古乐谱》,不分卷,前有"总论乐以人声为主"大字序文,未署写作时间。

该书叙述琴瑟演奏方法,兼论操缦学习法,内有操缦谱多种。该书初稿为朱厚烷禁锢凤阳时所写的《操缦谱》。朱厚烷返国后,训示载堉润色。因此,落款为"郑世子臣载堉编述"。

万历三十四年七月初九(1606年8月12日),朱载堉上进印刷本《律书》和乐舞全谱等著作。此前约两个月,即五月己丑(6月26日),朱载堉让爵如愿,获神宗皇帝敕建"让国高风"坊。为使这种重大且令载堉欣慰之至的事件在《乐律全书》有所反映,他立即雕版"让国高风"坊图,将此图之印刷页插入《操缦古乐谱》一书之前。其间时间之短,仅50天,因此仅部分(或少部分)《操缦古乐谱》插入了"让国高风"坊图。此图所以要插入该书,自然是朱载堉认为,这荣誉当属于他们父子俩。

由于仅部分《乐律全书》有"让国高风"坊图或"玉音"坊图,给后来版本学者带来断论版本之歧见。或"内府本",或"明刊本",或"郑藩本",各持一说。本书一律称此为郑藩本。

《旋宫合乐谱》,不分卷。前有大号字"总论复古乐以节奏为先"的"序"文,未署写作时间。

《乡饮诗乐谱》,6卷。有"总论乡饮有磬无钟"大字"序"文,未署写作时间。

《六代小舞谱》,不分卷。有"总论学古歌舞以永转二字为众妙之门"大字"序"文,未署写作时间。

《小舞乡乐谱》,不分卷。前有"总论学乐学舞孰先","总论小舞乡乐名义"大字序文两篇,未署写作时间。

《二佾缀兆图》,不分卷。前有"宋儒朱熹论舞大略"之"序"文,未署写作时间。

《灵星小舞谱》,不分卷。有"序"文,未署写作时间。"小舞"为"凡教小儿舞者"谓之。

《圣寿万年历》,2卷,无序。

《万年历备考》,3卷。无序。它和《圣寿万年历》合称《历学新说》,

是朱载堉于万历二十三年(1595)之前几年完成的作品。

《律历融通》,4卷,附《音义》1卷,共5卷。序作于万历九年(1581)正月。

上三种历书统称为《历书》。《圣寿万年历》前附朱载堉于万历二十三年六月十九日(1595年7月25日)的《进历书奏疏》(今日为研读方便而加其名称)并上进表文。《音义》后附进历书册数、字数和纸张数(今页数),并有"郑世子宝"之印章。在《万年历备考》后附郑府左右长史关于进历书之疏,附邢云路《议正历元奏疏》以及刑科、钦天监和礼部尚书奏疏各一,朱载堉为后四疏而写下的"总跋附录四疏"。这些附录是研究朱载堉、明代科学史和文化史的重要素材。

《乐律全书》的以上14种书包括了律学、乐学、算学、历法、舞蹈等多学科内容,既有自然科学,也有艺术科学,还有经学、史学、计量学等知识。它是朱载堉自撰、自刻的多学科综合丛书,或可称之为古代音乐与乐律大百科全书。



图2-4 《乐律全书》(郑藩刻本)书影,右三部书名为原版样

据郑藩本《乐律全书》影印的版本是1931年上海商务印书馆“万有文库”本(第一集735号),共36册。1968年台湾商务印书馆“国学基本丛书”版的《乐律全书》,也是36册,可能是1931年商务“万有文库”本的翻版。

《乐律全书》尚有钦定《四库全书》文渊阁42卷、32册本。这个四库版缺少《二佾缀兆图》和朱载堉的《进律书奏疏》,而《历书》三种10卷由四库编者们另编成书。因此,严格地说,它不是今日所见《乐律全书》版。所佚《二佾缀兆图》一书也可能为四库编者遗漏了。该版前附有:清代王杰、董诰和彭元瑞诸大臣奉旨写下的“辟识”6篇,所谓“辟识”即对朱载堉的批评;由永瑢(多罗质郡王)、德保(礼部尚书)等大臣奉旨写下的“较核”条例,计42款约7000字。《四库全书》的编者们就是在这种无知、自傲和恶意贬斥下,才将朱载堉《乐律全书》纳入其《四库全书》之中的。当然,该版本中《乐律全书》各书之作者落款均为“明朱载堉撰”。

朱载堉的《历书》三种,也收入《四库全书》之中,但不与《乐律全书》放在一起。朱载堉的《进历书奏疏》以及由此而引起的其他四疏和朱载堉的“总跋附录”是作为《圣寿万年历》的“卷首”和“附录”刊出的。

清代《古今图书集成》将朱载堉《乐律全书》之乐与历分别抄录于该集成之《经济汇编乐律典》和《乾象汇编历法典》。显然,这不能算是《乐律全书》的一种版本。

据《明史·艺文志》、《千顷堂书目》、《中国丛书综录》、《四库全书总目》、《郑端清世子赐葬神道碑》以及地方志等著录,朱载堉著作颇丰。但是,它们著录的朱载堉书目多有重叠,异名同书者也不少,还有一些佚书。至今所存者,大约按时间顺序分述如下。

《补亡诗》,6篇25首。无单本存世,由清代朱彝尊辑录其《明诗综》卷二之中,见《四库全书》本,摛藻堂《四库全书荟要》本。从诗风格看,似是朱载堉少年时期作品。

《瑟谱》,10卷,序于嘉靖三十九年六月十三日(1560年7月6日)。署名狂生或山阳酒狂仙客。有汲古阁藏明毛子晋转抄本,1927年曾据此版影印;“百川书屋丛书”本。近年,花大气力组织编修的《续修四库全

书》等大工程，却未将该书列入，令人遗憾。

《律吕正论》，4卷，书成于万历三十八年清明节（1610年4月4日）。前有自序，为答谢邢云路所寄赠《古今律历考》而作。因此，书落款为“后学载堉著”。该书为郑藩刻本或也称明万历本。近年，又有《续修四库全书》本和《四库全书存目丛书》本，均为明郑藩本之影印本。但是，后者之版本无《古今律历考序》一文，唯前者之版本方有之。而今流行的邢云路《古今律历考》版并未刊朱载堉之序文。

《四库全书》的编纂者误将《律吕正论》列入《乐律全书》之中。这个误判影响了后来一些学者和欧洲、日本个别学者①。《四库全书总目提要》就该书写道：

> 是书扫除古法，自生新意……大抵皆掊击前人之说也。以载堉所撰《律吕精义》与是书相考，是书大吕横黍律长九寸四分三厘九毫，而《律吕精义》则载大吕横黍律长九寸四分三厘八毫七丝四忽三微一纤；是书太簇……其余丝忽以下，收零作整者甚多。盖此书为载堉草创之本，而《律吕精义》后出，其算术与年俱进，故得数不同也。

这个考证完全弄错了。《律吕正论》是朱载堉晚年的成熟作品。其所以《律吕精义》的数据比《律吕正论》的位数多，不是由于朱载堉的“算术与日俱增”，而是由于他晚年较多地考虑实用和测量的可能性的缘故。

《嘉量算经》，3卷并附《嘉量算经问答》1卷，目录1卷，序作于万历庚戌（三十八年，1610）闰三月初十（5月2日）。署名“后学载堉”。该书有郑藩刻本，《续修四库全书》本（据郑藩本影印），宛委别藏抄本，以及商务印书馆1930年影印本。

《圆方勾股图解》，1卷。

《古周髀算经图解》，1卷。

上两书合一册之中，卷目颇乱。二书又合称《圆方图解》，大约完稿于万历三十八年（1610）七月。该二书有郑藩本，《续修四库全书》本（影印郑藩本）。

① ［日］田边尚雄著：《中国音乐史》第一章第三节，陈清泉译，商务印书馆，1937。

《律吕质疑辨惑》,1卷,书成于万历三十八年(1610)《律吕正论》之后。落款由友人王所用和蒋崇德代书,署名为"句曲山人伯勤甫著"。他们二人为《律吕正论》作的序却误置于《律吕质疑辨惑》书前了。序说:"自宋以来,谈律学者大率宗蔡元定。吾友伯勤甫著《律吕正论》,不独明斥蔡氏之谬,抑亦深讥管仲以来凡言三分损益、隔八相生者皆非是。"

该书有郑藩本,近年《续修四库全书》本和《四库全书存目丛书》本。

《醒世词》。这是一本通俗的劝世歌词。原北京图书馆版本学者路工先生于1956年发现朱载堉《醒世词》,在其73首中选出21首,编入其收集的《明代歌曲选》之中①。

早在嘉庆十六年(1811),河内文儒范照藜在其诗作《勾漏山房诗》中曾写道:

> 训俗歌谣半俚词,俚词都近古风诗。
>
> 里闾传得遗篇在,妇妪于今颂老师。

注曰:"世子尝采郡邑土风俗语,衍为各种歌词,以训世。其词愈俚愈工,愈浅愈妙,诚训俗之至言也。妇孺至今都能诵之。当时咸称之曰'老师父'。今犹相沿不改。"②

范照藜作此诗时距朱载堉卒已有200年,也距今日200年。朱载堉撰写过类似保留至今《醒世词》中的歌词,当无疑义。

道光元年(1821)河内县儒生贺汝田搜集朱载堉歌词73首,并雕版成书,作序曰:

> 前明怀庆府郑藩端清世子,因书理奥,愚夫难晓,顺口作为歌词,无非教人父子慈孝,兄弟和睦,贫守其贫,富守其富,以及处世接物,不奸不诈,守分安命,各尽其道焉。虽近诙谐,然词浅易晓,人人得而知之。其醒世之意,实与圣贤训世之典,毫无背谬。但此书流布人间,俱系抄本。传写既久,不无添字、去字、差字、讹字处,观者每为憾

① 路工编:《明代歌曲选》,上海古典文学出版社,1956,第73—79页。

② 范照藜:《勾漏山房诗》卷下,嘉庆河内刻本;沁阳市文管会重刻本,1992。

之。余搜寻数本，考校选择，只刻此七十三条，以公同好。傥有□□□□□①高明者改正焉②。

道光四年(1824)，温县儒生王茂先又编《醒世词》，搜集了301首。1918年、1933年、1935年益智堂据此重刻，并加以分类。1992年河南中州古籍出版社据1935年本又影印出版。

从73首扩展到301首，问题在于，究竟朱载堉作了几首醒世词，哪些属其所作，哪些是好事之儒添加并冒用朱载堉之名任其流布？这倒需要深入研究。从这一角度说，301首的朱载堉《醒世词》确有"疑伪"之成分。73首应当比较真实。

据文献典籍记载，朱载堉尚有不少著作似已成佚书，且需作出辩证如下。

《瑟铭解疏》，王铎撰神道碑著录。疑该书即《瑟谱》是也。

《金刚心经注》，王铎撰神道碑著录。陈万鼐认为其为二书:《金刚经注》和《心经注》③，非常正确。此二书乃朱载堉与僧松谷在登封少林寺嗜笃贝典所撰。抑或该书尚在少林寺藏经处。其内容大致为阐扬释、道、儒三教一体。少林寺迄今尚存朱载堉绘图撰书的"混元三教九流图"碑。碑中不仅绘画了三人一体图，而且在该图上方题写道:

> 佛教见性，道教保命，儒教明伦，纲常是正。农流务本，墨流备世。名流责实，法流辅制。纵横应对，小说咨询。阴阳顺天，医流原人。杂流兼通，述而不作。博者难精，精者未传。日月三光，金玉五谷。心身皮肤，鼻口耳目。为善殊途，咸归于治。曲士偏执，党同排异。毋患多歧，各有所施。要在圆融，一以贯之。三教一体，九流一源。百家一理，万法一门。

以上文字中的思想，当与《金刚心经注》一致。

《算经》，王铎撰神道碑著录。此书当指《嘉量算经》或《古周髀算经

---

① 此五字模糊不能辨。

② 阎永仁1928年重编:《朱载堉词》，贺汝田道光元年序，中州古籍出版社，1992。

③ 陈万鼐:《朱载堉研究》，第234页。

图解》,或为该二书之泛称。

《秬秠详考》,王铎撰神道碑著录。"秬"(jù)和"秠"(pī)均指黑黍。《汉书·律历志》载,以黍定度量衡。朱载堉更发扬为从种黍、采黍、选黍到排黍、容黍之操作,从黍粒排法以定"横黍"、"纵黍"之尺,等等。其文字见之于《乐律全书》、《嘉量算经》、《律吕正论》等书。《秬秠详考》当是从这些书中择出的单一论题之作,抑或有朝一日该书将显露于世。

《古乐图谱》,20卷,江苏省采辑遗书目录[①]。已佚。此书可能是朱载堉所进《律书》之一,即《乐舞全谱》的翻版。有好事者辑之并署"明郑世子朱载堉著"。

《先天图正误》,王铎撰神道碑、《千顷堂书目》和《河南通志》等著录。"先天图"即河图洛书。朱载堉求取圆周率方法源自河图洛书,在《律学新说》、《律吕精义》等书中多处言及。该书内容当与此相关。

《韵学新说》,王铎撰神道碑、《千顷堂书目》、《河南通志》等著录。韵学为朱载堉研究乐学、谱写歌词之羽翼。他说:"臣所撰新说凡四种:一曰律学;二曰乐学;三曰算学;四曰韵学。前二者其书之本源,后二者其书之支脉,所以羽翼其书者也。"朱载堉之韵学文字虽在《乐律全书》中有所阐述,但其新说四种中唯该书散佚。

《古今韵学得失论》,《千顷堂书目》著录。似与《韵学新说》同书,或为后者之一篇(卷)也。

《切韵指南》,《河南通志》与《河内县志》著录。

《毛诗韵府》,王铎撰神道碑著录。

上二书属经部小学类之作,讲声韵平仄,更求诗词乐歌之美。朱载堉青少年时作毛诗《补亡诗》多首,此二书当其延伸也。

《礼记类编》,王铎撰神道碑著录。

① 吴慰祖校订:《四库采进书目》,商务印书馆,1960。

三　创建十二等程律

创建十二等程律，是朱载堉最伟大的贡献。

“十二等程律”一词是外来语，其英文为 Twelve Tone Equal Temperament。将它译为“十二等程律”或“十二等律”是准确的。其原意是，十二律的音程相等的调律方法。学界长期喜好使用“十二平均律”一词。但要特别指出，这里的“平均”之意，绝非弦线长度的平均，亦并非发声体振动频率的平均，而是以“音分”表示的音程的平均。“音分”是音程的基本单位，如同以尺、丈、里表示路程的长短一样。当倍频程（八度）的对数值定义为 1200 音分时，其任一音程（设频率为f_2与f_1之比，且$f_2 > f_1$）的音分X_n由下式确定：

$$log2 : 1200 = log\frac{f_2}{f_1} : X_n$$

$$X_n = \frac{1200}{log2}log\frac{f_2}{f_1} = 3986.3137log\frac{f_2}{f_1} \qquad (1)$$

如果频率f_2、f_1 所对应的弦长分别为 l_2、l_1，则上式可写为

$$X_n = \frac{1200}{log2}log\frac{l_1}{l_2} = 3986.3137log\frac{l_1}{l_2} \qquad (2)$$

因为弦长与其振动频率成倒数关系。

“平均”的概念，就是八度为 1200 音分时，半音音程为 100 音分，十二律中相邻两律的音程都是 100 音分。此时恰似将八度“平均”了。

朱载堉没有我们今天的“麻烦”。他将今谓“十二等程律”称为“新法密率”。“新法”是对“旧法”，即三分损益法而言；“密率”就是数值$\sqrt[12]{2}$。由三分损益法产生的乐律称为“三分损益律”，西方称它为“五度律”。

三种律制

所谓三种律制，就是平常所说的三分损益律（五度律）、纯律（自然律）和十二等程律。

非音乐出身的读者，一开始感到乐律学难懂，首先是因为不了解我国古代律名、音高顺序以及如何从这些律中取出某几个律作为一个音阶中相应的几个乐音。我国古代一般是在八度内采用十二个律，各律名称、音高顺序及其与五声或七声的配合如表 3－1：

表 3－1　我国古代的律名与音阶

十二律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟
相当今日音名	C	#C	D	#D	E	F	#F	G	#G	A	#A	B	C^1
五声音阶	宫		商		角			徵		羽			清宫
七声音阶	宫		商		角		变徵	徵		羽		变宫	清宫
音级唱名	do		re		mi		fa	sol		la		si	do^1

在上述律名与阶名中，凡“清”字，如“清黄钟”、“清大吕”，即比黄钟、大吕高八度的音。在朱载堉的著作中，高八度的律名用“半”字，如半黄钟，半大吕，它们的弦长都比黄钟、大吕短 1/2。若是低八度的律名，则一般用“浊”、“倍”等字加以区别。“今日音名”栏中带升降符号者相当于钢琴上黑键。

在五声音阶或七声音阶中，可以以黄钟为宫音，也可以分别以大吕、太簇等作为宫音，从而构成音高不同的各种五声、七声音阶。从黄钟到应钟的十二个律可以轮流作宫，或者说，宫位可以移动到任一律上。这就是

古籍中说的“旋宫”或“旋相为宫”。旋宫时，七声（或五声）与十二律的搭配不必去死记，可以从下面图板中找到（见图3－1）。

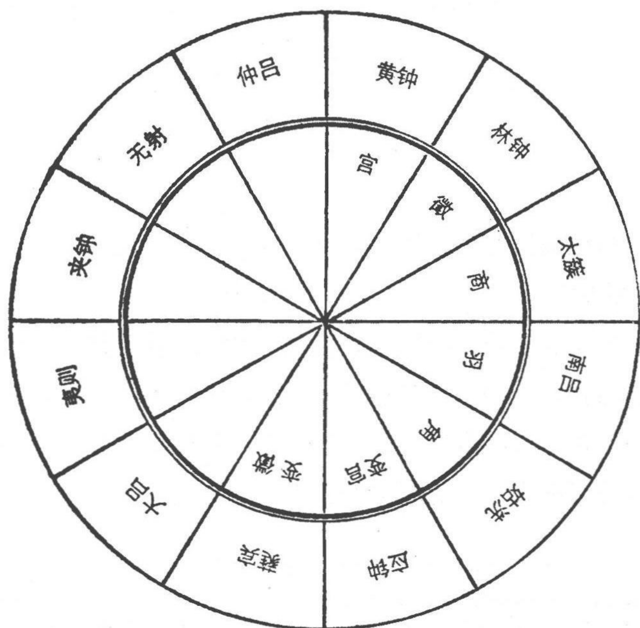


图3－1　七声音阶旋宫图

这块图板是由两块圆形硬纸板上下重叠而成的。上面一块较小的圆形板分成十二分，如图依次写上音名；下面一块较大的圆形板，也分成十二分，如图依次写上律名。上板和下板用活钉固定在共同的圆心上。所谓“活钉”指上板虽固定但可绕圆心旋转。这样，如果黄钟为宫，就将上板宫音对准下板黄钟律，其他六声（或四声）相应的各律立即可得。如果以大吕、太簇等任一律为宫，同样，只要将上板宫音对准下板相应的大吕或太簇……其他六声相应的各律也立即各得。这块旋宫板也可以用来检验别的著作述及的各种宫调关系，只要知道与宫音相对的律名，其他各律与音名是否正确，立即可辨。乐律初学者，在身上带一块这样的旋宫板，将会有极大的方便。这个简易又科学的乐律旋宫器具，是朱载堉在他的《乐律全书》中教导我们的。

表3-1所示的七声音阶称为古音阶，其“变徵”音级与蕤宾同位。若“变徵”与仲吕同位，则称为新音阶。其实，“古音阶”不古，“新音阶”不新。它们是近代学者的一种命名，并无时代差别的意义。

我国古代的三分损益法是这样来决定各律数值的：将第一个音、即起始音的弦长分为三份，去其一份为之损，加上一份为之益；在数学上，去其一份即将起始音弦长乘以2/3，加一份即将起始音弦长乘以4/3。以起始音的弦长乘以2/3，得到次律；再将次律乘以4/3，又得次一律；再乘2/3……依次乘十二次，就可以完成一个八度中的十二个律的数值计算。如果只用因子2/3，累乘（或除）十二次，也可以得到十二律。不过，这样得到的各个律，绝大部分并非和起始音同在一个八度内，因此要作八度移动。就是说，要将那些高出八度甚至若干个八度值的相同律名放回到同一个八度内，这就要除以2或若干个2；或者，要将那些低于八度甚至若干八度值的相同律名放回到同一个八度内，这就要乘以2或若干个2。由三分损益法计算得到的各律，称为三分损益律。因为三分损益律是乘以2/3，或4/3，而2/3即上生五度，4/3即下生五度，所以三分损益法也就是西方所谓的五度相生法，三分损益律也就是五度相生律，或简称五度律。

假定起始音黄钟的弦长为1份，在上述计算过程中，先乘以2/3，后乘以4/3（称谓“先下后上”），只要在计算到第7次（蕤宾）音位时，将蕤宾律的长度再乘4/3（称谓“蕤宾重上”），就可以得到一个约略八度内的十二律的弦长比值（见表3-2）。读者不妨一试，就能品味到其中的乐趣与奥妙。

三分损益法不仅定律方法简单、易学易懂，而且由它所得到的纯五度（3/2）、纯四度（4/3）、大全音（9/8）、小七度（16/9），都是简单的分数比。按照人耳的生理声学特性，能使两个音的音高比值构成整数比或简单分数比的话，那么，生理神经对于这种外界刺激将感到愉快，或者说，使人感到悦耳。同时，以三分损益法形成的五声或七声音阶比较简单。因此，三分损益法在律学史的发展进程中，总能保持自己一定的地位。

表 3－2　三分损益十二律

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄
相生次序	1	8	3	10	5	12	7	2	9	4	11	6	(13)
相当今日音名	C	#C	D	#D	E	F	#F	G	#G	A	#A	B	C^1
七声宫调	宫		商		角		变徵	徵		羽		变宫	清宫
律长	9.00	8.42	8.00	7.49	7.11	6.66	6.32	6.00	5.62	5.33	4.99	4.74	4.50
比率（生钟分）	1	$\frac{2048}{2187}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{16384}{19683}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{131072}{177147}$	$\frac{512}{729}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4096}{6561}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{37268}{59049}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$
音分值	0	114	204	318	408	522	612	702	816	906	1020	1110	1200
两相邻律的音分值		114	90	114	90	114	90	90	114	90	114	90	90

由表 3－2 可见，尽管五度相生律或三分损益律有许多优点，但它的相邻两律间音程值有两种：114 音分和 90 音分。由它们构成的相邻两音级间的音分值也有两种：204 音分的大全音，90 音分的五度律小半音。这样的乐律结构用以演奏，就不可能实现转调（图 3－2）。再则，因为 2/3、4/3 都是除不尽的数，因此，无论做多少反复计算，都不能最后获得音乐上八度的整数比值，这就是不能“返宫”。表 3－2 中，清黄钟这一竖栏里的各数值都不是由计算得到的，而是清黄钟与黄钟为完全八度时的各数值。例如，照公式（1）或（2）计算，三分损益律的清黄钟音分值为 1223.46，比八度多出 23.46 音分，其律长（即弦长）为 4.44，比 4.50 稍小一些。这个误差称为古代音差，也就是古代云“不能返宫”之意。若将三分损益法所得的各个五度值画在一个圆上，它就不能形成一个闭合的圆（a closed cycle）。中文的“返宫”之意，即西方谓之五度圈是否为一个闭合的圆。（图 3－2）

中国古代的三分损益律和西方五度律在本质上完全相同，而在计算方法和程序结构上，前者比后者较为优越。前者用两个比例因子：2/3 和 4/3；后者只用 2/3。因此，后者在生成律的律位上需要移位。

三分损益法和三分损益律的最早文献见之于《管子 · 地员》。近几

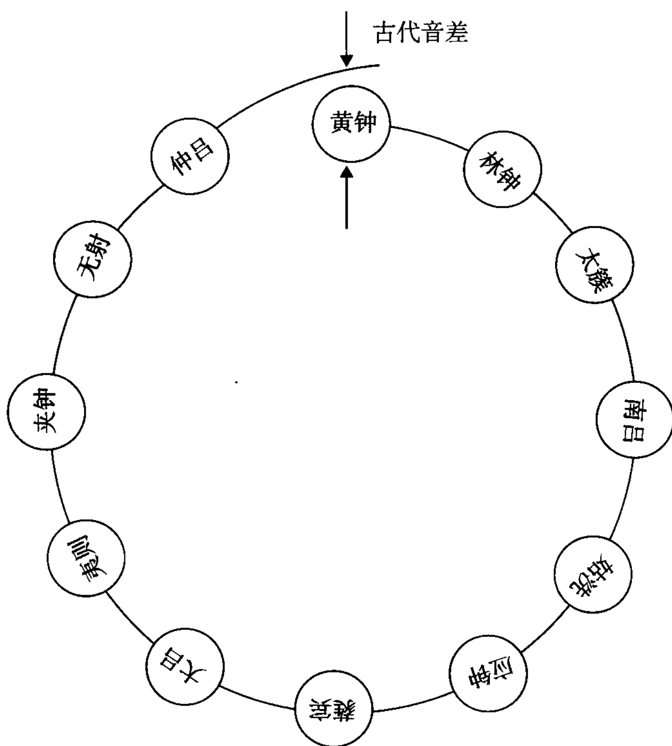


图 3－2　三分损益律不能"返宫"(closed cycle)

十年考古发现的许多先秦编钟,如铸于春秋中叶(约公元前 6 世纪)的山西侯马编钟,铸于楚成王初年(约公元前 7 世纪中叶)的河南淅川下寺一号楚墓 9 件纽形编钟,以及众所周知的曾侯乙编钟(铸于楚惠王五十六年即公元前 433 年)等,都含有三分损益律或与《管子・地员》记载相同音程的音级。令人惊讶的是,1986 年在甘肃天水放马滩一号秦墓中出土了秦简《律书》,该墓下葬年代为秦始皇八年(前 239)冬或九年(前 238)初①。《律书》记载了五声音阶、三分损益十二律的计算方法和计算数值,

① 甘肃省文物考古研究所等:《甘肃天水放马滩秦汉墓群的发掘》;何双全:《天水放马滩秦简综述》;同载于《文物》,1989 年第 2 期,第 1—11 页,第 23—31 页。

计算顺序和结果正确无误①。它比《史记·律书》、《淮南子·天文训》中有关数值计算要早百余年。

纯律，又称自然律。它的生律法是在三分损益法的基础上再增加一个纯律大三度(5/4)或纯律小三度(6/5)作为生律要素。这样，纯律生律法的比例因子不仅有3/2②、4/3，还有5/4，6/5，它们是除了2/1以外的最简单的分数比③。由纯律生律法得到的大三度(5/4)、小三度(6/5)、小六度(8/5)、大六度(5/3)、小七度(9/5)，都比三分损益法得到的大三度(81/64)、小三度(32/27)、小六度(128/81)，大六度(27/16)、小七度(16/9)要简单得多。这样，纯律能给人比三分损益律更为悦耳、纯正的音感。而且，以纯律大三度(5/4)生律时，产生了纯律大音阶，*c-f-g* 三个音构成正三和弦，它们的声音是完全和谐的(这三个音的频率比为 1∶4/3∶3/2)；又以纯律小三度(6/5)生律，产生了纯律小音阶，它的各个音与主音频率比都是简单的分数比，纯律小音阶才又美名自然小音阶。可见，在一味追求悦耳、纯正的音乐家看来，纯律生律法确实具有非凡的魅力。试看，由三分损益法得到的 *c-e-g* 三个音的音程为1—32/27—3/2，而纯律生律法得到的这三个音的音程为 1—5/4—3/2。后者，就是人们常说的"在纯律大音阶中由主音 C 构成的大三和弦"，或简称"大三和弦"。从和声学的角度看，纯律确实比三分损益律更为和谐、更纯正。这也是纯律名称的由来。但是，纯律和三分损益律一样，也不能作到旋宫。而且，纯律的音阶结构比三分损益律复杂得多，以致在纯律基础上要跨向十二等程律也要更加困难。

---

① 戴念祖：《秦简〈律书〉的乐律与占卜》，载《中国音乐学》，2001 年第 2 期，第 5—10 页；也载《文物》，2002 年第 1 期，第 79—83 页。

② 乐律学中的生律因子，时或写成 2/3、4/5、5/6 等，时或写成 3/2、5/4、6/5 等，两者的分子与分母对调，其实质是相同的。只是前者对弦线言之，后者对频率言之。初学者不要被它们弄混思维。一见如此比数，心中即想到其言之者是弦线或频率即可。古代人以弦定律，用前者数字；文艺复兴后，多言频率，用后者数字。

③ 实际上，C 大调纯律大小音阶的构成极为简单。参见戴振铎：《广义三分损益律与朱载堉十二平均律及纯律的关系》，载《中国音乐学》，2000 年第 4 期，第 105—114 页；戴念祖：《天潢真人朱载堉》，大象出版社，2008，第 103—104 页。

十二等程律是一种人为的律制。人们为了达到旋宫转调的愿望，以自己的智慧构思出一种律制：它以一个完全八度为基础，以某种数学方法将八度音程分为彼此相等的十二份。这样，在八度内的十二个律，每个律与相邻律之间的音程都相同。迄今为止，人们为等程律所找到的最好的数学方法就是将八度值开 12 次方，使十二律构成以$\sqrt[12]{2}$为公比数的等比级数。以这个方法产生的十二等程律各参数如下（见表 3 - 3）。

表 3 - 3　十二等程律各参数

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
中国古代律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟
今日音名	c	$^{\#}c$	d	$^{\#}d$	e	f	$^{\#}f$	g	$^{\#}g$	a	$^{\#}a$	b	c^{1}
产生法	1	$2^{1/12}$	$2^{2/12}$	$2^{3/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{6/12}$	$2^{7/12}$	$2^{8/12}$	$2^{9/12}$	$2^{10/12}$	$2^{11/12}$	2
频率倍数	1	1.05946	1.12246	1.18920	1.25992	1.33483	1.41421	1.49830	1.58740	1.68179	1.78179	1.88774	2
与主音的频率比	1	$\frac{89}{84}$	$\frac{449}{440}$	$\frac{44}{37}$	$\frac{63}{50}$	$\frac{203}{227}$	$\frac{140}{90}$	$\frac{433}{289}$	$\frac{100}{63}$	$\frac{37}{22}$	$\frac{98}{55}$	$\frac{168}{89}$	$\frac{2}{1}$
音分值	0	100	200 ·	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
相邻两律同音程		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
频率	261.63	277.18	293.66	311.13	329.63	349.23	369.99	392.00	415.30	440.00	466.16	493.88	523.26

从表 3 - 3"频率倍数"栏可见，当假定起始律黄钟频率为 1 个单位时，其他各律的频率倍数就是"产生法"栏里各个相应幂的数值；从"音分值"栏可见，"相邻两律间的音程"都是 100 音分，这是十二等程律的表征性特点。这时的各个律都相当于半音，一个八度中的十二个律就是十二个半音。从"频率"栏可见，当黄钟频率为 261.63 赫兹时，清黄钟的频率准确地为黄钟的 2 倍，也就是一个完全八度。由于十二等程律有以上特点，所以，在这种律制下以黄钟为宫还是以其他任一律为宫，其声音效果都相同。也就是说，以任一律为宫时，其他各律的音程都是 100 音分，人耳不能辨别其音高距离（即音程）相等的发声情况。因此，它可以随意旋宫转调。十二等程律实际上是在三分损益律和纯律之间取折中调和的做

法，但又比较倾向于三分损益律。它解决了三分损益律、纯律以及它们之间存在的矛盾。可是，我们也应当看到，十二等程律虽然有其他律制无法比拟的优点，但它也有不足之处：由它产生的音，使人感到不十分纯正、自然；和弦时所能达到的和谐性也使人稍有生硬之感。然而，声音的生理感觉还有个习惯问题，十二等程律并不会使习惯于该体系的耳朵感到不悦。它的优点远胜于它的缺点。因此，从十二等程律诞生以来，它越来越普遍地被人们所采用。回顾近三百年来的音乐发展，人们很难想象，如果没有十二等程律而会有今天的音乐艺术和音乐生活。

倘若比较表 3－2 和表 3－3 中的音分值栏，将发现三分损益律和等程律相差甚微。前者的五度林钟律为 702 音分，后者的同一律为 700 音分。然而，就这 2 分之差，将这两种完全不同的律制区别开来了。

在中国音乐史上，除三分损益律得到充分理论探讨和实践之外，纯律和等程律在明代之前也有所实践和理论研究。

古琴中有纯律音程。中国古代所谓“琴律”是纯律和三分损益律的复合律制。

古琴，原名为琴。后来为区别于胡琴、扬琴等乐器，又称为七弦琴。近代才把它称为古琴。它的结构样式如图 3－3 所示。

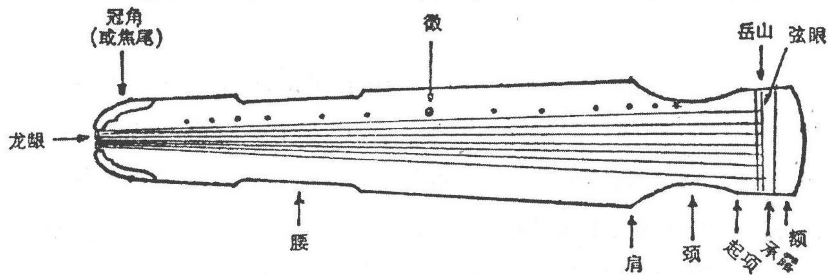


图 3－3　古琴示意图

在琴面一侧镶嵌有十三个用螺钿做成的小圆星，名叫“徽”，用于标记古琴音位。它共有十三个徽。从琴首的岳山一端数起，靠近岳山的一个为第一徽，居中的一个最大的为第七徽，靠近琴尾的龙龈的一个为第十

三徽。弹琴之音分为三类:一为“散音”,即弹空弦时所发出的音;二为“按音”(也叫“实音”),即左手按弦、同时右手弹出的声音;三为“泛音”,它是右手弹弦时、左手指对准徽位,轻轻地碰弦所发出的声音。只有在徽位上才能弹出泛音。十三徽所标示的地方,也即是各弦散音的八度、五度、三度泛音的位置。十三徽的徽位是将弦长作如下等分法而排定的:

琴家将弦 8 等分、6 等分和 5 等分而得到十三个徽。这叫琴弦折法。8 等分中不取 3/8,5/8 的位置,只取 1/8,2/8 = 1/4,4/8 = 1/2,6/8 = 3/4,7/8 共五个徽位。6 等分中取四个徽位,即 1/6,2/6 = 1/3,4/6 = 2/3,5/6;而 3/6 = 1/2 和 8 等分的一个徽位相同。5 等分得四个徽位,即 1/5,2/5,3/5 和 4/5。在十三个徽位中,唯 5 等分的第三、六、八、十一徽所发的音,为纯律所独有,所以用到 5 等分弦处的泛音,就是用的纯律。

在带有品柱的弹拨弦类乐器中,它们的发音具有等程律倾向。秦汉时期出现的弦鼗、卧箜篌,汉代出现的琵琶,魏晋时期的阮咸(简称阮,从汉代琵琶演变而成。图 3-4),以及月琴、秦琴、双清、柳琴等弹奏乐器都运用了近似的等程律。这些乐器的特点是,具有节制振动弦长的品柱,每一品又都同时节制几根弦,而且品形平直而不弯曲,这样,品柱就使发不同音的几种弦的长度相等,①其音程有趋向等程律之势。

像琵琶一类弦乐器的实践和应用,也促使人们去探讨等程律的数理法则。要突破三分损益律而倾向等程律,势必要有:一、要选定准确的八度音程比值,即 1 : 2;二、在八度的十二个律内,相邻两音的音程都必须相等。迈出这两步之一都有利于等程律的建树。如果同时完成这两步,并作出数学的理论概括,而且这个概括又符合科学创造的简单性原则,那就意味着完成了十二等程律。在中国古代律学史上,有不少人为迈出这两步作出了努力。

在梁朝沈约(441—513)撰的《宋书 · 律历志》中有一张十二律弦长计算表,表中“旧律度”是按三分损益律计算的结果;“新律度”是何承天

① 杨荫浏对此做过详细讨论。见其作《三律考》,载《音乐研究》,1982 年第 1 期,第 37 页。



图3-4　阮咸（晋“竹林七贤”之一）
弹阮（南京西善桥南朝墓砖画）

（370—447）创造的律制。① 他的新律制，实际上是将三分损益律的古代音差平均分为十二份，然后将这平均数（0.01）累加到十二个律上，使十二律在音差部分形成一个等差数列。这样，他在长度计算音律方面实现了旋宫的愿望，其效果很接近十二等程律，一般人的听觉几乎不能辨别其间的差别②。他的平均累加古代音差的方法，可以作为后人创建十二等程律的借鉴。

---

① 《宋书》卷十一，《律历志》；《隋书》卷十六，《律历志》。

② 缪天瑞：《律学》，人民音乐出版社，1983，第123页。

在何承天之后，隋代的刘焯（544—610）于仁寿四年（604）提出一种律制。据《隋书·律历志》载[①]，他打破了三分损益的传统，以9寸黄钟为起始音，以$\frac{3}{7}n$为等差数（n为0，1，2…，11的各数值，相应于黄钟、大吕、太簇……应钟各律），使十二律之管长成为一个等差级数，企图以此达到旋宫的目的。实际上，刘焯不仅不能旋宫，而且十二律的音高也混乱了。虽然如此，他大胆地违背三分损益的定律法却是个创举，为后人创建等程律提供了一个可贵的失败的例子：以等差级数的方法不能完成等程律。

五代时王朴（905—959）在周世宗显德六年（959）提出一种律制。他认为，"黄帝吹九寸之管，得黄钟之声，为乐之端也；半之，清声也；倍之，缓声也。"[②]他以倍、正、半关系作为定律法的基本出发点，即以完全八度作为他的计算基础。然后在三分损益法的基础上适当地调整十二律的数值。《旧五代史》载：

（王朴）以为众管互吹，用声不便，乃作律准，十三弦宣声，长九尺，张弦各如黄钟之声。以第八弦六尺，设柱为林钟；第三弦八尺，设柱为太簇；第十弦五尺三寸四分，设柱为南吕；第五弦七尺一寸三分，设柱为姑洗；第十二弦四尺七寸五分，设柱为应钟；第七弦六尺三寸三分，设柱为蕤宾；第二弦八尺四寸四分，设柱为大吕；第九弦五尺六寸三分，设柱为夷则；第四弦七尺五寸一分，设柱为夹钟；第十一弦五尺一分，设柱为无射；第六弦六尺六寸八分，设柱为中吕；第十三弦四尺五寸，设柱为黄钟之清声。十二律中，旋用七声为均，为均之主者宫也，徵、商、羽、角、变宫、变徵次焉。发其均主之声，归乎本音之律，七声迭应而不乱，乃成其调。[③]

我们将以上数据列表如3－4：

① 《隋书》卷十六，《律历志》。
② 《旧五代史》卷一百四十五，《乐志》。
③ 《旧五代史》卷一百四十五，《乐志》。

表 3-4　王朴新律弦长数值

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟
弦长	9.00	8.44	8.00	7.51	7.13	6.68	6.33	6.00	5.63	5.34	5.01	4.75	4.50
音分值	0	111	204	313	403	516	609	702	812	904	1014	1106	1200

从表 3-4 中可见，黄钟长 9.00 尺，清黄钟长 4.50 尺，二者正好是八度，王朴迈出了确定等程律的第一步。将表 3-4 中各律的弦长数值和表 3-2 中三分损益律的弦长相比，差数在一到二分之间，王朴调整的数值并不大。尤其是王朴认识到管不便于定律，而改用弦，这是他在改进律制中获得准确性的一个基本原因。这是因为用管定律要做到准确，就必须加管口校正。从音分值中可见，王朴的定律数据和十二等程律极为相似，其中差数最大的为 16 音分。因此，我们可以说，王朴虽然没有找到解决等程律的办法，但他很可能是有意识地在探索等程律。

朱载堉在探索等程律中充分吸取了历史上的这些经验教训。他选取了一条完全崭新的数学道路，彻底、圆满地解决了人们几千年梦寐以求的旋宫问题，创建了一种前无古人的十二等程律，即他所谓的“新法密率”。

新法密率

“新法密率”一词是笔者多年前根据朱载堉著作而设定的，后被学界所用。朱载堉将“旧法”与三分损益归为一类，将“新法”与“密率”紧相联结。例如，《律吕精义·内篇》卷一说：

> 旧法往而不返者，盖由三分损益算术不精之所致也。是故新法不用三分损益，别造密率。

类似文字，在其著作中屡见不鲜。我们逐以“新法密率”一词代替西方的“十二等程律”用语。更何况朱载堉创立新法时西方尚无“等程律”的理论概念。

朱载堉如何创建新法密率？

十二等程律的生律数值，朱载堉称之为“密率律度”。“密率”指$\sqrt[12]{2}$。同样，他把三分损益律及其生律数值称之为“约率”和“约率律度”。“约率”指2/3。朱载堉创建的新法密律是他在音乐、声学、律学和文化上获得的最伟大的成就。

在《律学新说》卷一第二、三节中分别列有“约率律度相求”和“密率律度相求”的方法。在“密率律度相求”中他写道：

> 夫音生于数者也，数真则音无不合矣。若音或有不合、是数之未真也。达音数之理者变而通之，不可执于一也。是故不用三分损益之法。创立新法，置一尺为实，以密率除之，凡十二遍，所求律吕真数比古四种术尤简捷而精密。数与琴音互相校正、最为吻合。惟博学明理之儒、知音善算之士，详味此术，必有取焉者矣，岂庸俗所能识哉！

这段文字所说的“古四种术”，据《律吕精义》有关章节看来①，是指：“其一，出太史公《律书》生钟分”，即司马迁（前145—?）所撰的《史记·律书》中有关“生钟分”的一段文字；“其二，出京房律准及《后汉志》”，即《后汉书·律历志》所载的京房（公元前77—前37）的六十律及其定律器“律准”；“其三，出《淮南子》及《晋书》、《宋书》”，即汉代淮南王刘安（前179—122）主编的《淮南子·天文训》、《晋书·律历志》和《宋书·律历志》所载的定律数据；“其四，出《后汉志》注引〈礼运〉古注”，这条注现在仍在中华书局1965年版的标点本《后汉书·律历志》注中，所注的文字是属于东汉郑玄（127—200）的。《礼运》是指《礼记·礼运篇》。这四种方法都以三分损益法为生律基础，都不能旋宫；它们的区别仅在于黄钟尺寸：“其一，以黄钟为十寸，每寸十分，共计百分；其二，以黄钟为九寸，每寸十分，共计九十分；其三，以黄钟为八寸一分，不作九寸；其四，以黄钟为九寸，每寸九分，共计八十一分。”另外，京房不采用十二律，而用六十律。“比古四种术尤简捷而精密”者，正是新法密率。

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷四，《新旧法参校第六》。

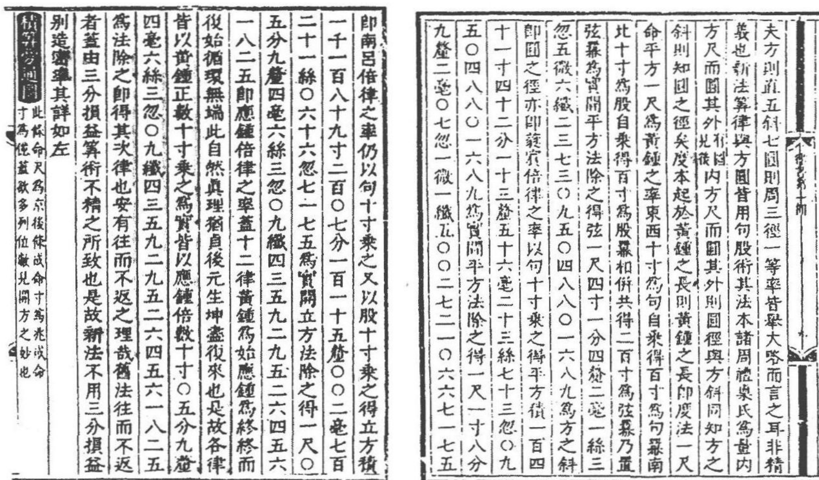
上引文是朱载堉创建新法密率的宣言。他提出了音与数的辩证关系，认为音与数要相吻合，但又不可执一，之间可以变通。这就为他不用三分损益法提出理论根据。他在这里提出了一个新法密率的总概念或定义，特别是强调要用密率除十二遍。其中的奥妙全都留于《律吕精义·内篇》予以披露。

《律吕精义》一书是朱载堉《乐律全书》中最重要的著作，也是他毕生研究的精粹。它不仅发挥和阐述了《律吕精义》成书之前所有著作的观点，而且也包含了他后来所有著作的核心。关于新法密率，该书清楚地写道：

> 度本起于黄钟之长，则黄钟之长即度法一尺。命平方一尺为黄钟之率。东西十寸为句，自乘得百寸为句幂；南北十寸为股，自乘得百寸为股幂；相并共得二百寸为弦幂。乃置弦幂为实，开平方法除之，得弦一尺四寸一分四厘二毫一丝三忽五微六纤二三七三〇九五〇四八八〇一六八九，[1]为方之斜，即圆之径，亦即蕤宾倍律之率；以句十寸乘之，得平方积一百四十一寸四十二分一十三厘五十六毫二十三丝七十三忽〇九五〇四八八〇一六八九为实，开平方法除之，得一尺一寸八分九厘二毫〇七忽一微一纤五〇〇二七二一〇六六七一七五，即南吕倍律之率；仍以句十寸乘之，又以股十寸乘之，得立方积一千一百八十九寸二百〇七分一百一十五厘〇〇二毫七百二十一丝〇六十七忽七一七五为实，开立方法除之，得一尺〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五，即应钟倍律之率。盖十二律黄钟为始，应钟为终，终而复始，循环无端。此自然真理，犹贞后元生、坤尽复来也。是故各律皆以黄钟正数十寸乘之为实，皆以应钟倍数十寸〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五为法除之，即得其次律也。安有往而不返之理哉。[2]

① 朱载堉的数学计算在理论上都运算到二十五位数字，现在的普通电子计算器也只有十位数字。

② 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一，《不用三分损益第三》。



夫方則直五斜七圓則周三徑一等率皆舉大畧而言之耳非精義也新法筭律與方圓皆用句股術其法本諸周禮㮚氏為量内方尺而圓其外兆有内方尺而圓其外則圓徑與方斜同知方之斜則知圓之徑矣度本起於黃鍾之長則黃鍾之長即度法一尺命平方一尺為黃鍾之率東西十寸為句自乘得百寸為句冪南北十寸為股自乘得百寸為股冪相併共得二百寸為弦冪乃置弦冪為實開平方法除之得弦一尺四寸一分四釐二毫一絲三忽五微六纖二三七三〇九五〇四八八〇一六八九為方之斜即圓之徑亦即蕤賓倍律之率以句十寸乘之得平方積一百四十一寸四十二分一十三釐五十六毫二十三絲七十三忽〇九五〇四八八〇一六八九為實開平方法除之得一尺一寸八分九釐二毫〇七忽一微一纖五〇〇二七二一〇六六七一七五

即南呂倍律之率仍以句十寸乘之又以股十寸乘之得立方積一千一百八十九寸二百〇七分一百一十五釐〇〇二毫七百二十一絲〇六十六忽七一七五為實開立方法除之得一尺〇五分九釐四毫六絲三忽〇九纖四三五九二九五二六四五六一八二五即應鍾倍律之率蓋十二律黃鍾為始應鍾為終終而復始循環無端此自然真理猶貞後元生坤盡復來也是故各律皆以黃鍾正數十寸乘之為實皆以應鍾倍數十寸〇五分九釐四毫六絲三忽〇九纖四三五九二九五二六四五六一八二五為法除之即得其次律也安有往而不返之理哉舊法往而不返者蓋由三分損益筭術不精之所致也是故新法不用三分損益別造密率其詳如左

此係命尺為京後係改命寸為兆或命寸為從蓋欲多列位數見開方之妙也

图 3－5 《律吕精义·内篇》卷一《不用三分损益第三》中关于十二等程律数理方法的文字记述(《律吕精义》书影)

这短短的 437 字,道明了十二等程律的基本计算方法、步骤、结果,以及定义(图 3－5)。从此音乐世界开辟了一个新天地。

这段文字的数学式如下:

设　1　……………………………………………………… 正黄钟 C

以黄钟长 1 尺为勾、股,按照商高定理,则弦(即斜边)为$\sqrt{2}$,或$\sqrt{2\text{尺}^2}$、$\sqrt{200\text{寸}^2}$。因此,

$\sqrt{2}=1.4142\quad 1356\quad 2370\quad 0950\quad 4880\quad 1689$

……………………………倍蕤宾$^{\#}$F

$\sqrt[4]{2}=1.1892\quad 0711\quad 5002\quad 7210\quad 6671\quad 7500$

……………………………倍南吕 A

$\sqrt[12]{2}=1.0594\quad 6309\quad 4359\quad 2952\quad 6456\quad 1825$

……………………………倍应钟 B

(应钟倍数)

按照这段文字最后一句,比倍应钟高一律的正黄钟为:

$$\frac{倍应钟}{应钟倍数}=\frac{\sqrt[12]{2}}{\sqrt[12]{2}}=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad 正黄钟\ C$$

由此，完全返宫。

这段引文的最后一句的意思是：当给定起始音（设为黄钟 T_1），则其余十二律皆可依下式算出：

$$T_{n+1}=\frac{T_n}{应钟倍数}=\frac{T_n}{\sqrt[12]{2}} \qquad (n=1,2,3\cdots,12)$$

由 T_1 可算出 T_2，由 T_2 可算出 T_3，直到 T_{13}返回黄钟起始音。

在朱载堉所处的时代，新法密率这一长段文字中，最关键数字是$\sqrt{2}$。为什么要以 2 开方，而不以其他数值代替 2？为什么要开方而不用四则运算？因为当时尚无倍频程或音程的概念；又不能先言及正黄钟为 1 尺、倍黄钟为 2 尺的弦长数，这会导致人们怀疑“已假定返宫”。故此，朱载堉举起了勾股弦定理：设黄钟为勾、为股，则弦为$\sqrt{2}$。进而又抬出《周礼》大旂，是古已有之的数理命题或自然法则。至于为何用开方法，待下面“文化背景”节再述。

由此数学计算可知，十二等程律就是，已知首项为 2（倍黄钟）、末项为 1（正黄钟），由十三项（即乐律上从倍黄钟到正黄钟的十三律）组成的一个等比级数。朱载堉从 2 的开平方（即$\sqrt{2}$）、再平开方（即$\sqrt[4]{2}$）、又开立方（即$\sqrt[12]{2}$）而求得此级数的等比中项（$\sqrt[12]{2}$）的数值。该数值称为密率或应钟倍律之率。十二等程律由此迎刃而解。只要你给出任一起始音（首项）的音高数值，以等比中项（$\sqrt[12]{2}$）去除该数，累除十二次，就可以获得以该起始音为首（C）的等程律各律的音高数值。按朱载堉所说，“安有往而不返之理”。

今天我们读上述引文，觉得晦涩难懂。这是因为：一、朱载堉将数学演算、汉字数字（当时中文尚未采用阿拉伯数字）和乐律名称结合在一起叙述。而今日，数学与音乐几乎是完全分开的两个学科；二、传统数学中将某数做开平方、开立方计算，必先将该数设想成面幂数或立方积实数。故此，朱载堉道出，开平方前“以句十寸乘之”，开立方前“以句十寸乘之，

又以股十寸乘之”。朱载堉是用珠算(算盘)演算的,乘以10或多次乘10,只是算盘的档位不同而已。

在上引文中,再讲明几个概念。

一、朱载堉以弦线长度的比例确定八度。他“命平方一尺为黄钟之率”,即1尺^2;命弦率为200寸^{2}或2尺^2,实为倍黄钟之率。因此,他在上引文的初几句中实已交代构成完全八度的弦长比为2。

二、朱载堉以弦长作为开方计算对象。通过一系列计算之后,弦线从2变到1,它的长度越来越短;而发音从倍黄钟变为正黄钟,它的音调越来越高。这是因为弦长与其发音频率成倒数关系的缘故。

三、鉴于千余年来三分损益律不能达到旋宫要求,朱载堉才“潜思有年、用力既久,豁然不用三分损益之法”①。他称三分损益为“旧法”,“旧法往而不返者,盖由三分损益算术不精之所致也,是故新法不用三分损益,别造密率。”②为了能旋宫、非用十二等程律不可。因此,朱载堉是在追求旋宫的基础上发明了十二等程律。

四、在这段引文前面还有一句话:“新法算律与方圆皆用句股术。其法本诸《周礼·㮚氏为量》‘内方尺而圆其外’。内方尺而圆其外,则圆径与方斜同,知方斜则知圆之径矣。”③《周礼》是一本记载西周典章制度的著作,历代封建统治者都把它看做自己制定礼仪法规的根据。朱载堉在自己的“新法密率”计算中首先遇到了一个$\sqrt{2}$,于是在《周礼》中找来了这个根据,只是指望他自己的新理论能更好更快地为人接受罢了。

在《律吕精义·内篇》、《算学新说》、《律学新说》中,朱载堉对新法密率的三个八度三十六律的计算一一作出阐述,包括计算数值和方法在内。理论上的计算数值都是二十五位数。我们列出其倍律值如下。

倍黄钟=2.0000 0000 0000 0000 0000 0000　　C

大吕=1.8877 4862 5363 3869 9928 3826　　#C

① 朱载堉:《进律书奏疏》。

② 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷一,《不用三分损益第三》。

③ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷一,《不用三分损益第三》。

太簇 = 1.7817 9743 6280 6786 0948 0452　　D

夹钟 = 1.6817 9283 0507 4290 8606 2251　　#D

姑洗 = 1.5874 0105 1968 1994 7475 1706　　E

仲吕 = 1.4983 0707 6876 6814 9879 9281　　F

蕤宾 = 1.4142 1356 2373 0950 4880 1689　　#F

林钟 = 1.3348 3985 4170 0343 6483 0832　　G

夷则 = 1.2599 2104 9894 8731 6476 7211　　#G

南吕 = 1.1892 0711 5002 7210 6671 7500　　A

无射 = 1.1224 6204 8309 3729 8143 3533　　#A

应钟 = 1.0594 6309 4359 2952 6456 1825　　B

正黄钟 = 1.0000 0000 0000 0000 0000 0000　　C^1

根据上下八度倍半关系，将以上各数值除以2，就可以得到正律各律的数值；将正律各律数值除以2，又得到半律各律的数值。但朱载堉却是逐一以$\sqrt[12]{2}$除以前一律而得出后一律的律数的。他对每一律的计算都作出了文字（包括烦琐的汉字数字）说明。

我们将朱载堉的新法密率计算结果略成八位数列于表3－4之中。

表3－5　朱载堉的十二等程律

律名	正律	倍律		
		计算结果	计算方法	今日音名
黄钟	1	2	$2^{12/12}$	C
大吕	0.9438743	1.8877486	$\frac{2}{\sqrt[12]{2}}=2^{11/12}$	#C
太簇	0.8908987	1.7817974	$\frac{2^{11/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{10/12}$	D
夹钟	0.8408964	1.6817928	$\frac{2^{10/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{9/12}$	#D
姑洗	0.7937005	1.5874010	$\frac{2^{9/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{8/12}$	E
仲吕	0.7491535	1.4983070	$\frac{2^{8/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{7/12}$	F

续表

律名	正律	倍律		
		计算结果	计算方法	今日音名
蕤宾	0.7071067	1.4142135	$\frac{2^{7/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{6/12}$	#F
林钟	0.6674199	1.3348398	$\frac{2^{6/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{5/12}$	G
夷则	0.6299605	1.2599210	$\frac{2^{5/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{4/12}$	#G
南吕	0.5946035	1.1892071	$\frac{2^{4/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{3/12}$	A
无射	0.5612310	1.1224620	$\frac{2^{3/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{2/12}$	#A
应钟	0.5297315	1.0594630	$\frac{2^{2/12}}{\sqrt[12]{2}}=2^{1/12}$	B
清黄钟	0.5	1	$\frac{2^{1/12}}{\sqrt[12]{2}}=1$	C^1

了解了《律吕精义》中有关十二等程律的求解法之后，我们就容易理解《律学新说》中“以密率除之，凡十二遍”这句话。实际上，它就是以下的计算公式：

$$\frac{T_n}{T_{n+1}}=\sqrt[12]{2} \quad \text{或} \quad \frac{T_n}{\sqrt[12]{2}}=T_{n+1} \qquad (n=0,1,2,\cdots,12)$$

当 $n=0$，T_1 为黄钟值；当 $n=1$，T_2 为大吕值；当 $n=12$，T_{13} 为清黄钟值。这个公式也就是十二等程律的最简单的科学的数学公式。朱载堉在《律吕精义》、《律学新说》和《算学新说》中反复叙述这一步步的计算方法，不厌其烦，不嫌其累。

令人惊讶的是，朱载堉对十二等程律作出了至今仍完全正确的定义：“创立新法，置一尺为实，以密率除之，凡十二遍。”①

① 朱载堉：《律学新说》卷一，《密率律度相求第三》。

“盖十二律黄钟为始，应钟为终，终而复始，循环无端……是故各律皆以黄钟……为实，皆以应钟倍数 1.05946309 为法除之，即得其次律也。”①

当代各种辞典对等程律定义如下：

“这个最简单的方法是要为半音选择一个正确的比例，然后把它运用十二次。”②

“平均律的半音音阶在一个八度中有十三个音，任何相邻两音之间的音程是$\sqrt[12]{2}$。”③

在当代的两种定义中，前一个是一本被称为当代研究音律史的“透彻的专论”④中作出的概括，这个概括也被闻名的《新格罗夫音乐和音乐家辞典》所采用⑤。后一个是一本人们常用的《物理学辞典》写下的定义。

请看，朱载堉在400多年前对等程律的定义、计算方法的概括和今天的观点何其相似乃尔！

朱载堉在创建十二等程律时，曾大声呼喊“四不”的观点：不宗黄钟九寸之说，不用三分损益之法，不拘隔八相生之序，不取围径皆同之论。这“四不”是在他的《律吕精义·内篇》中以章节题目形式说出的，并对每一个观点做了阐述。“四不”的观点是他创建新法密率的纲要，是他和旧的定律法决裂的旗帜。

---

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一，《不用三分损益第三》。笔者在此未按原文的数字汉字照抄，也删略了单位，目的是为了便于比较，因为$\sqrt[12]{2}=1.05946309$……

② J. M. Barbour, *Tuning and Temperament, a Historical Survey*, East Lausing, Mich., 1951, 2/1953, R/1973. 本书转引自 *The New Grove Dictionary of Music and Musician*, MacMillan, 1980, vol. 18, p. 664。

③ *A New Dictionary of Physics*, Edited by H. J. Gray and A. Isaacs, Longman, 1975, p. 190.

④ Alexander Wood, *The Physics of Music*, Revised by J. M. Bowsher, London, 7th ed., 1975, p. 195.

⑤ *The New Grove Dictionary of Music and Musician*, Edited by S. Sadie. MacMillan, 1980, Vol. 16 p. 218.

遗憾的是，朱载堉所处的时代，“音程”这个极为重要的概念尚未在我国诞生，而朱载堉自己也不能明确地表述这个概念，因此，他在尺度和计算精度方面花费了巨大精力。他只有选取弦长比值的概念。为了使他自己创造的新法密率为众人所接受，他花费的劳动是何等艰苦！关于十二等程律，今天用几百字，甚至几句话就可以讲清楚，而他当时不得不用几本书、几百万字来叙述他的第一次伟大的发现。为了这个新定律法的诞生，特别是为了他采用$\sqrt{2}$这个关键数字开道，他错误地搬用了《周礼·桌氏为量》的经典记载作为合法外衣，希求普天之下，特别是皇帝的恩准。但，事与愿违，朱载堉费尽心血套上的这件外衣，后来却成了清高宗弘历（1736—1795 年在位）的攻击把柄。

新法密率或十二等程律是一种数学调律方法。现代钢琴就是用它调律的。没有这种调律法，就没有现代钢琴。任何一种乐器的调律实践一旦能以数学原理概括时，它就进入了科学的殿堂；这种调律的数学原理可以在人们的音乐生活中放之四海而生辉。三分损益法是如此，新法密率也是如此。

不拘“隔八”

隔八相生、实际上就是三分损一相生。它的基本方法是，从某一起始音（设黄钟）起，每隔八律定准一音，连续相生十二次后，可大略回到黄钟音位，如图 3-6 所示。隔八相生或五度（2/3）相生是三分损益法唯一的数学方法。但是，新法密率却有多种相生法。朱载堉写道：

“新法不拘隔八相生，而相生有四法，或左旋或右旋，皆循环无端也，以证三分损益往而不返之误。”①

朱载堉的四种方法是：②

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一，《不拘隔八相生第四》。

② 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一，《不拘隔八相生第四》。

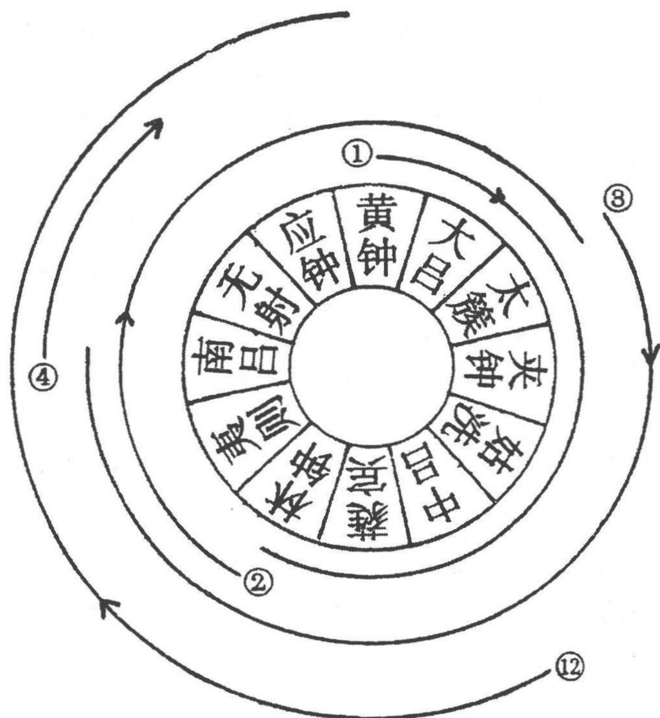


图 3-6　隔八相生示例

其一，黄钟生林钟，林钟生太簇，太簇生南吕，南吕生姑洗，姑洗生应钟，应钟生蕤宾，蕤宾生大吕，大吕生夷则，夷则生夹钟，夹钟生无射，无射生仲吕，仲吕生黄钟。长生短，五亿乘之；短生长，十亿乘之；皆以七亿四千九百一十五万三千五百三十八除之。

其二，黄钟生仲吕，仲吕生无射，无射生夹钟，夹钟生夷则，夷则生大吕，大吕生蕤宾，蕤宾生应钟，应钟生姑洗，姑洗生南吕，南吕生太簇，太簇生林钟，林钟生黄钟。长生短，五亿乘之；短生长，十亿乘之；皆以六亿六千七百四十一万九千九百二十七除之。

其三，黄钟生大吕，大吕生太簇，太簇生夹钟，夹钟生姑洗，姑洗生仲吕，仲吕生蕤宾，蕤宾生林钟，林钟生夷则，夷则生南吕，南吕生无射，无射生应钟，应钟生黄钟半律。此系长生短，皆以五亿乘之，皆

以五亿二千九百七十三万一千五百四十七除之。

其四，黄钟半律生应钟，应钟生无射，无射生南吕，南吕生夷则，夷则生林钟，林钟生蕤宾，蕤宾生仲吕，仲吕生姑洗，姑洗生夹钟，夹钟生太簇，太簇生大吕，大吕生黄钟。此系短生长，皆以十亿乘之，皆以九亿四千三百八十七万四千三百一十二除之。

在这一长段文字中，"长生短"即弦线较长的律生弦线较短的律；反之即"短生长"。换句话说，"长生短"即由低音往高音方向生；反之则"短生长"。但是，"短生长"可以看做是"长生短"升高八度。我们假设，以英文大小字母 K 和 k 分别表示长律和短律，以箭号"→"表示相生某律，则可以用现代语言和数学形式将上段文字表述如下：

其一，黄钟→林钟→太簇→……仲吕→黄钟，则

$$K \times \frac{5 \times 10^8}{749153538} = k$$

$$k \times \frac{2 \times 5 \times 10^8}{749153538} = K$$

其二，黄钟 → 仲吕 → 无射 → …… 林钟 → 黄钟，则

$$K \times \frac{5 \times 10^8}{667419927} = k$$

$$k \times \frac{2 \times 5 \times 10^8}{667419927} = K$$

其三，黄钟 → 大吕 → 太簇 → …… 应钟 → 黄钟半律，则

$$K \times \frac{5 \times 10^8}{529731547} = k$$

其四，黄钟半律 → 应钟 → 无射 → …… 大吕 → 黄钟，则

$$k \times \frac{2 \times 5 \times 10^8}{943874312} = K$$

这四种方法的含义是什么？

不难看出，在这四种方法的相生次序上，第二种方法是第一种的逆生法；第四种方法是第三种的逆生法。更确切地说，其一是等程律五度相生，即隔八相生；其二是等程律四度相生，即隔六相生；其三、四，是等程律半音的顺生和逆生，是隔二相生。那么，其比率因子如何得到的？

在十二等程律的定律法中，如果按第一种方法相生，即以黄钟生林钟，林钟生太簇等顺序，那么，它们相生之比率就如同从仲吕再生黄钟的比率一样。由表 3－5 可见，“正律栏”的仲吕生半黄钟，其比例为 $0.5/0.749153538=5\times10^8/749153538$。仲吕生半黄钟是顺生，即长生短。如果逆生，即短生长，那就要升高八度才能回位，因此，上比例系数应当乘以 2，即 $2\times5\times10^8/749153538$。其他三种方法可依此类推。

我们不妨做一次严格的推算。

根据朱载堉的等程律是以 $\sqrt[12]{2}$（密率）累除起始音 12 次的定义，对等程律各律再做一表如下（见表 3－6）。

表 3－6　等程律计算

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄
	C	$^{\#}$C	D	$^{\#}$D	E	F	$^{\#}$F	G	$^{\#}$G	A	$^{\#}$A	B	C^1
阶名	宫		商		角		变徵	徵		羽		变宫	清宫
	C		D		E		F	G		A		B	C^1
计算值	1	$1/2^{1/12}$	$1/2^{1/6}$	$1/2^{1/4}$	$1/2^{1/3}$	$1/2^{5/12}$	$1/2^{1/2}$	$1/2^{7/12}$	$1/2^{2/3}$	$1/2^{3/4}$	$1/2^{5/6}$	$1/2^{11/12}$	$\frac{1}{2}$

表 3－6 实为表 3－5 第一纵栏的计算方法。对照这张表读上述四种方法，四式中的比例因子就清楚了。

其一，黄钟生林钟，林钟生南吕，南吕生姑洗等，等程律五度的相生因子为：

$$\frac{\text{林钟}}{\text{黄钟}}=\frac{1/2^{7/12}}{1}=\frac{1}{2^{7/12}}=\frac{1}{1.498307076}=\frac{10^9}{1498307076}$$

$$=\frac{2\times5\times10^8}{1498307076}=\frac{5\times10^8}{749153538}$$

故，　$$\text{林钟}=\frac{5\times10^8}{749153538}\times\text{黄钟}$$

$$\text{太簇}=\frac{2\times5\times10^8}{749153538}\times\text{林钟}$$

$$南吕=\frac{5\times10^8}{749153538}\times太簇\qquad 如此等等。$$

这是等程律的隔八相生。

在此顺便指出，等程律五度 $5\times10^8/749153538$ 与三分损益律五度 2/3 非常接近。只要取三位数的等程律五度，即 500/749，就一目了然。所谓"749 定律法"即源于此。朱载堉曾警告说，等程律五度不能只取三位数，而必须取"七亿四千九百万有奇也。有奇是密，无奇是疏。"[①]也就是说"749"下还有数字才是等程律，否则还是旧法三分损益律。明清时期入华传教士、当代西方个别音乐理论家，既未读完也没读懂朱载堉著作，其断论之误大多出于此。美国音乐理论家库特纳误以为，朱载堉是由"749"定律走向等程律的。本书后面章节中再叙述。

其二，黄钟生仲吕，仲吕生无射，无射生夹钟等，等程律四度的相生因子为：

$$\frac{仲吕}{黄钟}=\frac{1/2^{5/12}}{1}=\frac{1}{2^{5/12}}=\frac{1}{1.334839854}=\frac{10^9}{1334839854}$$

$$=\frac{2\times5\times10^8}{1334839854}=\frac{5\times10^8}{667419927}$$

故，
$$仲吕=\frac{5\times10^8}{667419927}\times黄钟$$

$$无射=\frac{5\times10^8}{667419927}\times仲吕$$

$$夹钟=\frac{2\times5\times10^8}{667419927}\times无射\qquad 如此等等。$$

由黄钟生仲吕、仲吕生无射都在一个八度内；而无射生夹钟，超出一个八度，故其相生因子中要乘以 2。

这是等程律的隔六相生。

其三，黄钟生大吕，大吕生太簇等，是等程律的半音顺生，或隔二顺生。其相生因子为：

① 朱载堉：《律学新说》卷二，《审度篇第一之上》。

$$\frac{正大吕}{正黄钟}=\frac{1/2^{1/12}}{1}=\frac{1}{2^{1/12}}=\frac{1}{1.059463094}=\frac{10^9}{1059463094}$$

$$=\frac{2\times5\times10^8}{1059463094}=\frac{5\times10^8}{529731547}$$

故，　　大吕 $=\frac{5\times10^8}{529731547}\times$ 黄钟

太簇 $=\frac{5\times10^8}{529731547}\times$ 大吕　　　　如此等等。

其四，半黄钟生应钟，应钟生无射等，是隔二逆生，其相生因子为：

$$\frac{正应钟}{半黄钟}=\frac{1/2^{11/12}}{1/2}=\frac{2}{2^{11/12}}=\frac{2}{1.887748624}=\frac{1}{0.943874312}$$

$$=\frac{10^9}{943874312}=\frac{10\times10^8}{943874312}$$

故，　　应钟 $=\frac{10\times10^8}{943874312}\times$ 半黄钟

无射 $=\frac{10\times10^8}{943874312}\times$ 应钟　　　　如此等等。

在新法密率的这四种相生方法中，前二者也见之于《律历融通》附《音义》之中。在《音义》中，朱载堉还指出，依照那些相生因子，“乘除十二遍，则返本还元”。又说，这些文字“与前贤之说虽异，而得律吕精微之理。大抵不用三分损益，而用勾股之术及开立方之法所得也。是以隔八隔六、循环无端，上下相生，首属一贯，以证往而不返之说为非。”

除了上述四种方法之外，朱载堉在《算学新说》第十问中还阐述了等程律的倍律自乘顺生或逆生的数学方法。在第十一问中又叙述了“六律六吕、两两乘除”的数学相生法。尤其是，《算学新说》不求公比数而直接从一个等比级数的首末项去求解这个等比级数，也即解答等程律。这个方法在音乐史和数学史上都是首创。我们在下面数学章中详细讨论它。在朱载堉笔下，由一个等比级数构成的十二等程律，其各律间彼此求解成为一种趣味数学游戏。这是同时期的西方音乐家或数学家未曾想到的事。

特别要指出的是，上述四种方法之一、二，正是朱厚烷复爵返国、教导

其子载堉的乐律理论之一。他说：

“仲吕顺生黄钟，返本还元；黄钟逆生仲吕，循环无端。”

本书第二章“创新音乐理论年代”节中已有所涉及。新法密率的思想来源，离不开郑王厚烷的先知先觉，而最终以数学阐释这原理的是朱载堉。

文化背景

创建十二等程律是一个前无古人的工作。不用三分损益、不拘隔八相生，朱载堉又是如何想到$\sqrt[12]{2}$并使八度内十三律构成以$\sqrt[12]{2}$为公比数的一个等比级数呢？

如前章中所述，郑恭王朱厚烷对载堉的教导，载堉外舅祖何瑭著作给予的启发，都是其创建新法密率重要因素。但是要突破传统的三分损益，应有其深厚的文化背景。

批判地总结前人的经验教训，非要实现几千年来返宫梦想不可，这不仅是朱载堉寻找新的调律方法的动因，也是他获得新法密律的必然。朱载堉在撰写《律吕精义》一书过程中，不仅读遍了《十三经》和二十一史等前代书籍，而且尽力收集同时代的各种乐律著作和其他书籍。他列出的明代的各种参考书就有60余种之多。博览群书是有目的的。朱载堉说：“凡为律学者，宜先辨其是非。”①在我国历史上的各个朝代，都有其大大小小的乐律学家，是非功过，都要通过学习、总结，才能作出自己的评判。虽然这种评判免不了带有主观色彩和癖好，但这一步毕竟是一个大的科学飞跃之前必须走的路。通过这种批判学习，朱载堉说：

律非难造之物，而造之难成。何也？推详其弊，盖有三失：王莽伪作，原非至善，而历代善之，以为定制，根本不正，其失一也；刘歆伪

① 朱载堉：《律学新说·序》。

辞,全无可取,而历代取之,以为定说,考据不明,其失二也;三分损益,旧率疏舛,而历代守之,以为定法,算术不精,其失三也。欲矫其失,则有三要:不宗王莽律度量衡之制,一也;不从《汉志》刘歆、班固之说,二也;不用三分损益疏舛之法,三也。以此三要矫彼三失,《律吕精义》所由作也。①

西汉末,王莽新朝时期(公元9—23),曾网罗并收买了通晓天文、历算、乐律,兵法等儒生、方士数千人,并曾屡次更铸钱币。他废除汉五铢钱,别造金货、银货、龟货、贝货、泉货、布货共货币六类28种。这些货币有当时法定尺寸大小。王莽还规定了一些新的度量衡器。传世的有一种新莽铜嘉量,是五量合一的标准量器,其主体为斛(因此也叫新莽铜斛),斛下有斗,左耳为升,右耳为合、龠。除了它上面的铭文之外,实测结果,其量值皆用秦制。因此,历代律学家常以新莽嘉量作为先秦时期度量衡的标准,也将它作乐音的音高标准。但是,朱载堉认为,"当时盗铸既多,不必皆中法度"。② 这样,传世之新莽铜斛自然令人生疑。另外,朱载堉考证,该斛名为内方尺而圆其外,其实,方尺外有余数九厘五毫,故断言"此王莽制作之疏,不可与周公之鬴同日而语也。"③这个余数要在定律上,就会产生较大的音高差别,因此,朱载堉宣称"不宗王莽律度量衡之制"。

刘歆(?—公元23)是西汉末年的古文经学提倡者之一,也是王莽秉政时期从四方召集来的律历家之一。他的乐律观点在班固(公元32—92)撰的《汉书》中全被采用。根据《汉书》载,④刘歆、班固的观点是:9寸或90分为黄钟之长,又令9寸为177147;黄钟律管的横截面为9平方分,体积为810立方分;太簇长8寸,横截面8平方分,体积为640立方分,等等。可见其律管的横截面、体积都是人为地任意给定的。更有甚者,刘歆

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷一,《总论造律得失》。

② 朱载堉:《律吕精义·外篇》卷一之第一章。

③ 朱载堉:《律学新说·嘉量篇》卷四,《辨〈前汉志〉斛制之谬》。

④ 《汉书》卷二十一上,《律历志》。

为适应王莽篡政，在律学上也附会荒诞不经的谶纬迷信之说。故此朱载堉评论说，“刘歆伪辞”，“与自说亦相乖戾，盖皆倚数配合，穿凿附会，而与律吕之理全不相关。”①

《乐律全书》中以大量篇幅叙述以上文字，实则是，因为当时中国文化中无“音程”概念。音乐家以弦长比数定音程。选取弦长数值几何，不仅与音程相关，也与计算过程繁简相关。打破几千年来黄钟宫音 9 寸之说，取其为 1 尺，既要有胆识，也要有充足的理由。在习惯了音程概念的今天，音乐史的这方面背景往往被人忽视。

朱载堉对三分损益法作了较多的批评，他不仅屡屡强调它疏舛不精，而且借用他父亲的话说：“信三分损其一者，信之弥久而弥疎。”②历代依三分损益法所做的努力也都受到他的过激的评判。但是，他对历代律家的批评大多是正确的，而且在批评中对某些人还含有褒奖之意。他批评京房的六十律和钱乐之（公元五世纪时人）的 360 律是“衍之益多而无用，徒欲傅会于当期之日数云耳”。③ 因此，他特别指出，“所以定律止于十二者，取诸自然之理而已。苟不因自然之理，而但以三分损益之多衍之，殆不止三百六十，虽至百千万亿，往而不返，终不能合还元之数，况于六十律哉，是皆惑于数而昧于声者也。臣尝观仲吕、黄钟之交，知声音有出于度数之外者”。④ 正是在这种批判总结中，使朱载堉认清了在十二律之外增加律数是行不通的。加之他敏锐的观察实践，使他领悟到三分损益律不能包含所有的音，正如仲吕与黄钟之间的音就在律数之外。声与数之间，需要变通。他又批评何承天、刘焯的返回黄钟的定律法是“强使还元，故其所增之分出于人为傅会之私，而非天成自然之理，是以不能取信于人”。⑤ 但是，朱载堉同时也肯定他们的定律法“似亦有见矣”。可见，朱载堉作为律学史上一个革新者，他认清了律学发展的路线，深知何、

① 朱载堉：《律学新说·序》。
② 朱载堉：《律吕精义·序》。
③ 朱载堉：《律学新说》卷一，《立均第九》。
④ 朱载堉：《律学新说》卷一，《立均第九》。
⑤ 朱载堉：《律学新说》卷一，《立均第九》。

刻的见解有利于他开创一种全新的定律法。宋代蔡元定依三分损益法定出十八律，除十二律外，增加六律，称为“变律”。他在三分损益的十二律和京房的六十律中取折中办法。于是，朱载堉正确地批评说：“蔡氏之谬，其与京、钱正彼所谓相去五十、百步之间耳。”①

以上评判，使朱载堉正确地采用八度内十二律、不用三分损益调律法，打下了理论基础。除了对三分损益法本身的评论有所偏执外，其他的几乎完全正确。公正地说，三分损益法除了不能旋宫以外，它所定出的音却是悦耳纯正。迄今人们还在使用它，就是三分损益法本身的生命力所在。当然，朱载堉对三分损益法的偏激情绪是可以理解的。因为，正当他开辟新途、对历史上一切生律法进行重新审查和评判性研究之时，三分损益法从吕不韦（？一前235）编《吕氏春秋》以来，已被人们推崇到神圣主宰的统治地位。此时，非有扭转乾坤的巨大魄力就不能跨越一两千年的传统藩篱。他既明白总结传统经验的道理，又敢于背叛传统观念，这种思想境界正是他所以创建十二等程律的根本所在。当然，朱载堉不纯粹是一个文字考证家或口头的辩论学者，他还具有近代的科学实验精神，有亲自动手的决心和行动，有敢于走出王宫殿堂、下到里舍求知的态度。

我们还要注意到，朱载堉所以能创建十二等程律，也与我国律学发展本身的内部逻辑相关。

我们知道，我国古代，纯律只在古琴中得到较好的应用，但它全然没有理论。西方的情形恰好相反。在西方有各种述及纯律的理论，但基本上没有纯律的实践。② 这种律学发展的内部逻辑对于创建十二等程律是有影响的。可以说，从纯律迈向十二等程律比从三分损益律迈向十二等程律在计算上所遇的困难要大得多。朱载堉所处时代仍然是一个无纯律理论的时代，此时的音乐仍然是传统的以三分损益律为基础的单音音乐。而在同时期的西方，是处于和声初期阶段的复音音乐，纯律开始被应用到

① 朱载堉：《律学新说》卷一，《立均第九》。

② 杨荫浏：《三律考》，《音乐研究》1982年第1期，第32—36页。

多声部的结合上。[1] 纯律与三分损益律的不同在于，纯律大三度5/4，小三度6/5，小六度8/5，大六度5/3，都是协和音程；而三分损益律的这几个音程的频率比为81/64，32/27，128/81，27/16，它们都是不协和音程。从纯律转向等程律要抛弃令人感兴趣的和声效果；而且复音音乐的曲调既有横向的又有纵向的联系，构成这些音程的纯律在转调方面具有比三分损益律更复杂的矛盾。以三分损益律为基础的单音音乐只有横向联系。如果将三分损益律、纯律、十二等程律这三种律制的音阶作比较，我们发现，纯律与十二等程律的差距比三分损益律与十二等程律的差距大。[2] 这样，从三分损益律转向十二等程律就要比从纯律转向十二等程律容易些。因此，朱载堉没有纯律带给他的麻烦，也没有纯律的各种观念束缚，在创建等程律过程中，他只要从三分损益律出发，达到旋宫转调的要求就心满意足了。这种律学发展本身的内部逻辑及其在东西方之间的不同，可以解释为什么中国人比西方较早地完成了十二等程律的理论建树。

颇有趣的是，朱载堉在创建新法密率过程中又明白地告诉我们，他的思想来源于具有纯律音程的古琴。他写道：

> 臣尝宗朱熹之说，依古三分损益之法以求琴之律位。见律位与琴音不相协而疑之，昼夜思索，穷究此理。一旦豁然有悟，始知古四种律皆近似之音耳。此乃二千年间言律学者之所未觉。惟琴家按徽，其法四折去一，三折去一，俗工口传，莫知从来。疑必古人遗法如此，特记载于文字耳。[3]

我们在“三种律制”一节中已讲到琴弦折法，5分弦处的第3、6、8、11徽为纯律所有的音，其他各徽为三分损益律所有。在后者之中，1/2、1/4和1/8是空弦散音的八度和高二、三个八度。因此，朱载堉如果从古琴上直接悟出“新法密律”当为似是而非。那么，他在古琴上有何顿悟？

---

① 缪天瑞：《律学》，人民音乐出版社，1983，第157—174，91—98页。

② 缪天瑞：《律学》，人民音乐出版社，1983，第157—174，91—98页。

③ 朱载堉：《律学新说》卷一，《密率相求第三》。

朱载堉在创建新法密率过程中，考虑的焦点是如何达到旋宫转调。三分损益法行不通，对三分损益法作适当修正或增加律数也行不通，在数学上采取平均弦长或使弦长依十二律构成等差级数还是行不通。但他知道，要有旋宫的可能，必须在两个相距为八度的律之间以某种数学方法对十二个律进行定位。什么数学方法呢？研究历史切戒以今套古。应当说，在当时的中国并没有"八度"等音程概念和术语。今人以为当然的事，在当时却是费解的难题。今天的音乐家，一说十二等程律就联想到把八度音程开十二次方；朱载堉虽然也明白，十二个律数不能变，黄钟与清黄钟的弦长比为2，但要他在诸多数学方法中立即想到开方运算，谈何容易！俗工口传的琴家按徽法，可能就在他创建新法密率之中给了他最关键的启示。

按照通常的理解，琴家将弦"四折去一、三折去一"就是琴弦折法或琴弦的折叠等分法。前面谈到，琴家将弦 8 等分、6 等分，就包括了 4 等分，3 等分，也即四折、三折。但是，我国古代的数学家在进行开方运算过程中说的也是"折"。《九章算术・少广章》写道："开方术曰：置积为实……其复除，折法而下……复除，折法如前。""开立方术曰：置积为实……复除，折而下……复除，折法如前。"在经过昼夜思索之后，朱载堉突然灵感来临，他悟出琴家的"折法"当理解为开方运算。于是，把正律与倍律的弦长比 2 作被开方数，将 3 和 4 作根指数并进行连续两次开方运算，开 4 次方之后再开 3 次方，也就是"四折去一、三折去一"。悟性使伟大的发现终于迈出了关键的一步，新法密率就这样成功了。

果真如此，那确实值得朱载堉"特记载于文字耳"。然而，琴弦"折去"的本意当为折叠，朱载堉将此词误解了。但是，在科学史上，从模糊的概念、错误的想象、半是半非的判断中突破了难点、作出了发现，这样的事不乏其例。何况，科学的道路从来就不是平坦笔直的。

在对"琴弦折叠"、"折法"的悟理过程中，朱载堉也一定做了许多尝试。八折、六折、五折、二折，都分别相应地作开方运算，然后根据数学方法做调律实验，结果无疑是失败的。唯有"四折去一、三折去一"成功。因此，朱载堉特别记下了这一点，而其他的"折去"法就不必再去提及了。

今天，或许我们已难于理解朱载堉时代的语境了。

顺此提及一点，在1986年版的本书中，有“新法密率创建年代考”一节。本书第二章“创新音乐理论的年代”，对此已叙述清楚。尤其是发现朱载堉生病之年(1581)而解决了他创新理论的年代问题。此年之前，载堉及其父亲郑王厚烷“拟欲进献”他们所撰写的乐律、乐谱诸书。时至今日，就不必从考证其各种著作的作序时间去推断《乐律全书》及其新法密率的创建年代了。

四　等程律的管弦乐器

任何一个伟大理论的创建都必须经过实践的检验。朱载堉在完成十二等程律的数学计算之后,也必须有实践检验的过程,这个理论才最终有生命力。

检验十二等程律必需的两步:一是制造新型乐器,包括弦乐器和管乐器,以便新律制能在这些乐器上演示或实施;二是谱写等程律曲谱,使在同一曲谱中有转调,而这新乐器能满足这种需要。或者,这种新乐器不需更换而能演奏不同调式的曲谱。能否造出新乐器并使它满足旋宫转调的要求,这决定了十二等程律的命运与前途。

朱载堉非常完满地完成了他的新法密率创建的全过程。紧随其数学理论之后,他制造了弦线式乐器"均准"("均去声,读作韵"①)、管式乐器律管以及琴瑟、箫、笛等等程律的管弦乐器。均准是现代钢琴的始祖。在制造等程律的律管中,他又发现了管乐器的末端效应,提出系统的管口校正数学方法。这些在音乐、乐器、声学和物理学上首创的成就使他远远地走在国际学术界同行的前列,并为现代音乐舞台开创了广阔前景。

① 朱载堉:《律学新说》卷一,《立均第九》,"均",此处不能读作平均的"均"。

均　准

历史上每一次创新或改良乐律制度，都会制造相应律制的音高标准器，用其调校乐器的乐律。因此，这种标准器又称为定律器。弦线式定律器称为“准”，管式定律器称“律管”。类似“准”的定律器在欧洲称为“一弦器”(monochord)，它只有一根弦，以其空弦散音作为调音标准。中国的准，具有多根弦，既可用做定律，又可做乐器使用。但是，准上弦线，即使调校好之后，也会随温度、湿度的气候变化而生律音之变。为了保存“准”的律音，避免其受天气影响，古代人又作律管，吹律管调校弦准之律音。古云“作准以定律，吹律以调丝”①，就是这个道理。

据《国语·周语》记载，周景王二十三年(约公元前522)，乐官伶州鸠曾说明那时的定律器“均”，由“古之神瞽考中声而量之以制”，用以“度律均钟”。三国时吴国韦昭(204—273)注释说：

“均者，均钟木，长七尺，有弦系之，以均钟者，度钟大小清浊也。汉大予乐官有之。”②

据考，在湖北随县曾侯乙墓出土的一件五弦器，有可能就是这种“均”。③

汉代京房(前77—前37)为推行其八度内三百六十律的乐律理论，曾做过形状如瑟，有十三弦的“准”。④ 后魏陈仲儒于孝明帝神龟二年(519)仿京房造准。其准如琴，十三弦，并严格规定中央一弦的粗细、平直状态和调律方法。⑤ 五代王朴在周世宗显德六年(959)造一具准，张十

① 《魏书》卷一〇七《律历志》。

② 《国语》卷三《周语下》，韦昭注。

③ 黄翔鹏：《均钟考——曾侯乙墓五弦器研究》，载武汉音乐学院学报《黄钟》，1989年第1期，第35—51页；第2期，第83—93页。

④ 《后汉书·志第一律历上》。

⑤ 《魏书》卷一〇九，《乐志》。

三弦,弦长九尺为黄钟、四尺五寸为清黄钟。黄钟弦下画有十二律位置。①

朱载堉对上述四家之准器均有评述。他"折衷四家之法",②别造准器,以证明其新法密率之精妙。他写道:

> 新法所算之律,一切本诸自然之理,而后以数求合于声,非以声迁就于数也。犹恐后世不能取信,是故斟酌古法,更制均准之器,刻画分寸,考校声音,则算术之疏密,律吕之真伪,自可见矣。③

在比较了前代四种"准"的形状,或似琴、或似瑟之后,朱载堉设计的可以满足等程律调律用的"均准"是"似琴非琴,似瑟非瑟"。他写道:

> 新制准器,斲桐为之,其状似琴非琴,似瑟非瑟,而兼琴瑟二器之制。有岳、有龈、有轸、有足,则类琴;无项、无肩、无腰、无尾,却不类琴。首尾方直,底有二越,则类瑟;尾不下垂,弦不用柱,又不类瑟。故名日均准,而非琴瑟也。④

朱载堉的"均准"(图4-1),以它的横黍度长为长度标准,通长55寸,龈岳间50寸,首尾皆广8寸,两端厚1.5寸,通足高3寸,两旁厚0.6寸。龈高6厘,岳高6分,龈岳皆广5分、长8寸。背面左右开二洞,即"二越",圆径3寸,左洞至尾5寸,右洞至首1尺。底木与面木各厚4分,可藏律管于底内。该准施十二弦,列十二徽。弦的粗细与琴同。定弦时,以黄钟管之声作为标准。"大弦外边而有刻画,自岳至龈均为九寸,每寸九分,每分九厘,拟九寸之律也。小弦外边亦有刻画,自岳至龈均为十寸,每寸十分,每分十厘,拟十寸之度也。各照新旧二率律度之数,横界相连,凡二十四道。旧率之道以朱别之而无徽;新率之道以金别之而有徽。徽在脊正中,形如芥子,宜小不宜大。与常琴之徽异焉者,恐侵朱道故也。群弦之下、金道之左,凡百四十四处,各镌律名首字为识。字画皆饰以金,

① 《旧五代史》卷一四五,《乐志》。

② 朱载堉:《律学新说》卷一,《立均第九》。

③ 朱载堉:《律学新说》卷一,《立均第九》。

④ 朱载堉:《律学新说》卷一,《立均第九》。

按画取声，与本律相同也。金道、朱道之侧近边细书新旧所算之数，使览者易晓焉。”①

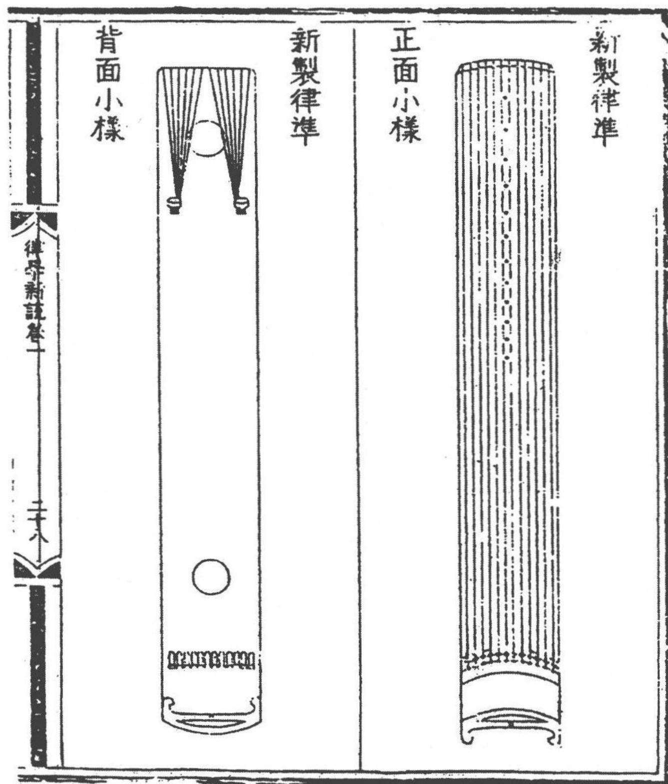


图 4－1　朱载堉创制的均准。它是世界上第一具十二等程律弦乐器

在朱载堉时代，十二等程律并不为人们所普遍接受。他制造均准的目的之一，是要以此证明新法密率的合理性。他详细叙述了均准的形制特点之外，还在它的两侧分别标刻新旧二率的律数，以便人们作比较。关于该准的新律徽位，朱载堉在《律学新说》中写道：“准以琴第七徽之位为

① 朱载堉：《律学新说》卷一，《立均第九》。

第一徽,自此之右无徽,自此之左十二律吕之位皆有徽矣。此二者大不同。"①他在该书《立均》篇中详细列出了十二徽位在十二弦上的空弦散音与按音,实际上,它不仅是定律器,而且是世界上第一件建立在十二等程律的理论基础上的弦乐器。

所谓"琴第七徽"就是琴弦的二分点,按此点所弹拨的音是空弦散音的八度。均准以此点设第一徽。按等程律弦长为 2 尺,其按第一徽为高八度(即 1 尺所发出的音),再据新法密率计算所得八度内十二律弦长数值设立各值徽位。调音时,先以黄钟律管定"第一弦第一徽,合黄钟",再定第二弦第二徽、第三弦第三徽、第四弦第四徽分别为 2 个、3 个、4 个八度,其他各弦依此类推。第二弦第二徽的八度黄钟,可以依第一弦第一徽的黄钟定,第三、第四弦也可依第二弦而定。十二弦的黄钟音分别调出后,又可依据上、下五度相和再细调各个黄钟音,如"第一弦黄钟散声与第八弦林钟散声和","第八弦林钟散声与第三弦太簇散声和",等等。均准上 144 个律音可逐一调定,并在其上标出律名首字。

朱载堉创制均准之后,曾告诫人们:"后世明理知音之士,若欲中兴乐律之学,当造均准,依谱调声,自有证验,非可以口舌空言争之也。②

可见,作为定律器均准的问世,对于十二等程律的诞生及其音乐的发展,是何等重要之事。它不仅可以作等程律定律器使用,更可以作等程律弦乐器使用。因此说,朱载堉创制的均准是世界上最早的等程律弦乐器。它是近代钢琴调音定律的始祖,也是近代等程律琴弦类乐器的始祖。

管乐器的末端效应

无论依照什么律制,严格说来,弦律和管律是不能等同的。弦线以弦的振动发声,管以管内空气柱的振动发声。前者是横波,后者是纵

---

① 朱载堉:《律学新说》卷一,《立均第九》。

② 朱载堉:《律学新说》卷一,《论有变音无变律第十二·右按》。

波。无论使用三分损益律、纯律还是平均律，在弦线上定出的准确音的长度，放在管上，必有误差。也就是说，同长的弦与管并不同音。

任何一种管，都有开口、闭口之分。管的开口与吹口总是接近于波腹，其闭口处总是波节。它与两端固定的弦的振动是不一样的。弦的固定端总是波节。在对乐管吹气时，迫使管内空气柱发生振动。由于惯性，这种振动会稍微延长到管外，这就造成管的开口端不恰好是波腹，波腹位置在距管口稍有距离的地方。只有在这个地方，管内空气受迫振动的影响才会消除，也即，这个地方的空气压强等于自由空气的压强。同样，在吹口处，由于嘴唇与吹口不能紧贴在一起，也造成气压的最大处即波腹位置与吹口稍有距离（图4－2）。吹管的气压在管子开口处不能完全消除的现象，称为管乐器的末端效应。由于这些缘故，在制造各类管时，必须对管口加以校正，称为"管口校正"（open-end correction and mouth correction）。只有加上管口校正数，依照各种律制制定的管才能发音准确，管音才与弦音一致。

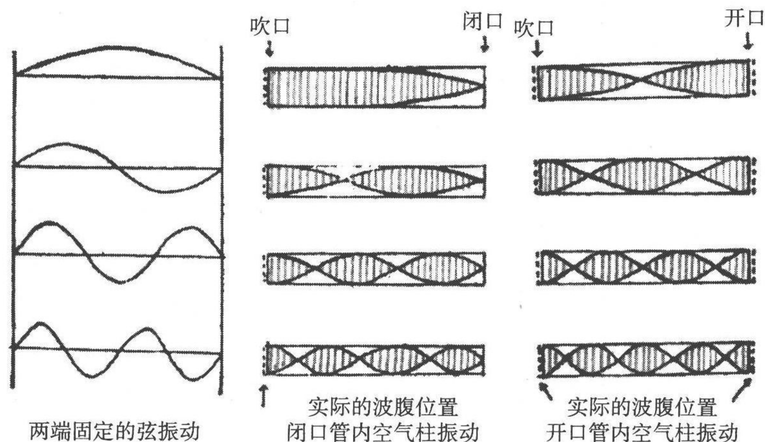


图4－2　弦和管的振动模式

管乐器的"末端效应"是一个物理概念。在朱载堉之前，中国音乐家没有这个概念，长期以来，音乐家对律管持"围径皆同"之说。但是，一些音乐家发现了同长的弦与律管、音高并不相同，管音比弦音低。汉代乐律

家京房才呼喊,“竹声不可度调(diào)”。① 其意思就是竹制律管不能用于调(tiáo)律。西晋乐律家荀勖(? —289)制造了十二支发声准确的竖笛,类似今日洞箫。他以缩短管长的方法②校正笛子的发声。宋代乐律家阮逸、胡瑗在景祐(1034—1037)初年制作了十六支律管,即十二律管加上四个清声管。他们虽然遵循三分损益律确定管长,但是采用了完全八度的倍半律管,并且第一次突破了传统的律管“围径皆同”之说。前八律内径为3.46分,后八律内径以3分逐渐减少到2.5分。③ 他们是以缩小管内径方法校正律管音高。④ 显然,荀勖、阮逸等人只是凭借经验对某种特例管作出了管口校正而已,他们都没有从理论和实验两方面提出末端效应的现象。发现管乐器的末端效应是朱载堉的首创之功。

朱载堉是善于吸取前人经验的科学家和音乐家。他说:“十二律管内外各有周径,孔中面幂要之亦各不相同,而先儒未有定论。”在回顾前人各种相关律管长短周径之说后,他决定做律管实验,期望有一个判决。他写道:

> 臣初未详何者为是,既而命工依彼围径皆同之说制管吹之,以审其音。林钟当与黄钟、太簇相和而不相和;南吕当与太簇、姑洗相和亦不相和;黄钟正半二音全不相应而甚疑焉。或至终夜不寝,以思其故,久而悟曰:律管长者其气狭而声高,律管短者其气宽而声下。是以黄钟折半之管不能复与黄钟相应,而下黄钟一律也,他律亦然。大抵正半相较,半律虽清而反下,正律虽浊而反高,岂不以其管短气宽也哉!盖由围径不得自然真理故耳。夫律管修短既各不同,则其空围亦当有异⑤。

这段文意是,朱载堉命乐工制作了多枚同径律管。试吹之后,发现林

① 《后汉书·志第一·律历上》。

② 《晋书》第一六,《律历志》。

③ 阮逸、胡瑗:《皇祐新乐图记》。

④ 有关文献的详细解释,参阅戴念祖:《中国声学史》,河北教育出版社,1994,第336—371页;戴念祖:《天潢真人朱载堉》,大象出版社,2008,第152页。

⑤ 朱载堉:《律学新说》卷一,《密率求周径第六》。

钟(G)管不能与黄钟(C)管、与太簇(D)管相和;若在弦线上,此三音本是五度或四度相和谐的。同样,南吕(A)管亦不能与太簇(D)管、姑洗(E)管相和谐;若在弦线上,这三个音也是五度或四度相和的。弦律相和,而与弦同长、其内径亦相等之管律则不相和。此事令朱载堉"终夜不寝,以思其故"。最终发现,"黄钟折半之管不能复与黄钟相应,而下黄钟一律也"。这是说,若有标准黄钟(C)管两支,令一支折半。折半的黄钟管不发出与黄钟(C)相应的高八度的黄钟(C^1),而是发"下黄钟一律"即应钟(B)。难怪黄钟折半之管不与黄钟相应(和)。

对此判决实验,在《律吕精义》中朱载堉更详尽地叙述了实验步骤与实验方法。他说:

> 旧律围径皆同,而新律各不同……琴瑟不独徽柱之有远近,而弦亦有巨细焉;笙竽不独管孔之有高低,而簧亦有厚薄矣。弦之巨细若一,但以徽柱远近别之不可也;簧之厚薄若一,但以管孔高低别之不可也。譬诸律管,虽有修短之不齐,亦有广狭之不等。先儒以为长短虽异,围径皆同,此未达之论也。今若不信,以竹或笔管制黄钟之律一样两枚,截其一枚分作两段,全律、半律各令一人吹之,声必不相合矣。此昭然可验也。又制大吕之律一样两枚,围径与黄钟同,截其一枚分作两段,全律、半律各令一人吹之,则亦不相合。而大吕半律乃与黄钟全律相合,略差不远。是知所谓半律皆下全律一律矣。大抵管长则气隘,隘则虽长而反清;管短则气宽,宽则虽短而反浊。此自然之理,先儒未达也。要之长短广狭皆有一定之理、一定之数在焉①。

朱载堉观察了决定弦线及簧管发音的几个要素:弦长及其粗细;管长和簧片厚度。他进而提出影响律管发音的不仅有管长,还有管径。朱载堉以实验证明他的推论,并从特殊的实验中作出一般的结论:在管径相同的情况下,所有半律管的实际发音都将降低一律。例如,半律大吕($^{\#}C^1$)不与正律大吕($^{\#}C$)相应,而与正律黄钟(C)相应。从现在科学观点看,

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷二,《不取围径皆同第五之上》。

所谓"下全律一律"正是律管内振动着空气柱要稍微超出管长，以致管音要降低一些。这也就是管乐器的末端效应。

朱载堉极为重视这个能证实末端效应的律管实验，并把它看做是自己平生的一大发现，而且在其晚年时还再次申述他的实验方法和结果①。

这是历史上有关管乐器的破天荒的实验结论。管律与弦律相同的说法被朱载堉以一个简单的倍半管实验所证伪。换句话说，按照朱载堉的实验结论，倍半之管不正好八度，而是约略大七度。西方的音乐家、声学家直到19世纪中期还在恪守古希腊的"弦管同长同音"的说法。比较之下，朱载堉的这个实验及其发现就不能不令人惊讶！

朱载堉的成就远远走在这个学科领域的世界前列。19世纪期间，在他的思想启发下，清代科学家徐寿（1818—1884）又一次实验了律管的末端效应。当徐寿将他的研究结果发表于英国《自然》（*Nature*）周刊上时，中国的声学研究令世人刮目相看。徐寿在他的文章开头如此写道：

> 在古代中国的音乐著作中曾经指出，折半或两倍的弦（或管）会发出比原弦（或管）高或低一个八度（或十二个半音）的音。明代朱载堉在他的著作中却指出，这个法则只能很好地吻合于弦乐器，而不吻合于如笛或箫一类的开管式乐器。②

按照朱载堉的思路，徐寿在国微民弱的形势下，在西方科学杂志上发表了题为《中国声学》的中国近代史上第一篇科学论文。*Nature* 杂志在徐寿文前加了编者按语。其中说：

> 看来，发现对旧定律（"弦管同长同音"——本书笔注）的真正有科学意义的现代修正却来自中国，并且是以最原始的器具证明该修正是有根据的。③

---

① 朱载堉：《律吕质疑辨惑·辨空围非九分积非八百一十分下》。

② *Nature*, Vol. 23（1880. 11 – 1881. 4），pp. 448 – 449（1881年3月10日号），中译全文也见戴念祖：《中国物理学史大系·声学史》，湖南教育出版社，2001，第367—390页。

③ *Nature*, Vol. 23（1880. 11 – 1881. 4），pp. 448 – 449（1881年3月10日号），中译全文也见戴念祖：《中国物理学史大系·声学史》，湖南教育出版社，2001，第367—390页。

英国声学家斯通博士(Dr. W. H. Stone)在徐寿文后又附短评。其中说:

> (这个)观察报告中所持的意见是完全正确的……很有意思的是,证实这个鲜为人知的事实(即末端效应——本书笔注)却是来自遥远的东方,而且是以如此简单的实验方法得到的①

通过徐寿的文章以及当时入华教士傅兰雅(John Fryer,1839—1928)将它翻译成英文、*Nature* 杂志的刊载,300 年前(从 1581—1881 年)朱载堉的发现和实验令欧洲学术界大为惊讶。

管口校正

由于管乐器末端效应的影响,要使管律与弦律完全一致,就必须对管口作校正。校正方法无非两种:一是缩短管长,令其管内振动着的空气柱长度与同律的弦长一致;一是改变管径,在弦管同长之下,令管径有所改变以达到同律效果。朱载堉在发现管乐器的末端效应之后,采用的是改变管径以设计律管的方法。这也就是我们平常所说的"异径管律"。

朱载堉在《律学新说》、《嘉量算经》等书中列出了他所设计的等程律律管的"长短广狭内外周径真数"。在《律吕精义·内篇》中对此做了原理上的阐述和具体计算。我们简略地综述如下。

朱载堉不厌其烦地计算了各律管的管长、内外径等数值。他指出,"先求三十六律通长真数",其"算法皆从倍律起","不从正律起,亦不从半律起。倍律、正律、半律各有十二,共为三十六律"②。三十六律通长的算法和新法密率计算弦长一样。倍律 2 尺,以公比数$\sqrt[12]{2}$使三十六律形成

① *Nature*, Vol. 23(1880. 11 - 1881. 4), pp. 448 - 449(1881 年 3 月 10 日号),中译全文也见戴念祖:《中国物理学史大系·声学史》,湖南教育出版社,2001,第 367—390 页。

② 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷二,《不取围径皆同第五之上》。

一个等比级数。之所以从倍律起,大概是为了遵从音高顺序的计算方便而已。在朱载堉计算了三十六律通长之后,其余计算次序分别为:三十六律外周、外径、内径、内周、横截面积(即“面幂”)、容积(即“实积”)。他说,“置黄钟倍律九而一,以为外周”,“又置倍律四十而一,以为内径”①。这是上述各种计算中的两个最基本数据。这两个数据一定,其他数据随之而得。他在叙述以上各种数据关系时写道:“盖律管两端形如环田,有内外周径焉。外周内容之方即内径也,内周外射之斜即外径也。”②“倍律内径与正律外径同”,“正律内径与半律外径同”③。这些基本关系和计算方法使三十六律的律管构成一个相互联系的整体。也就是说,他找到了一个系统的连贯一致的管口校正方法。朱载堉用了两卷的篇幅来罗列这些计算数据和方法,在今天看来,实在大可不必,只要计算出三十六律的内径,最多加上外径就可以了。

关于一组律管中内径的具体求法,朱载堉写道:

先置黄钟倍律通长二尺为实,四十除之,得五分,是为内径。

置黄钟倍律内径五分为实,以十亿乘之,以十亿〇二千九百三十万〇二千二百三十六除之,得四分八厘五毫七丝六忽五微九纤为大吕。

置大吕倍律内径四分八厘五毫七丝六忽五微九纤为实,以十亿乘之,以十亿〇二千九百三十万〇二千二百三十六除之,得四分七厘一毫九丝三忽七微一纤为太簇④。

依此类推,即可求得三十六律内径数值。

在这里,我们看出,黄钟倍律的内径是一组管径的基本数据。从它出发,其他各律的内径都以比它高一律的律管内径作为被除数,而以1.029302236作为除数。因为,

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷二,《不取围径皆同第五之上》。
② 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷二,《不取围径皆同第五之上》。
③ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷三,《不取围径皆同第五之下》。
④ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷二,《不取围径皆同第五之上》。

$1.029302236=\sqrt[24]{2}$①

所以,朱载堉的三十六律律管的内径是以公比数$\sqrt[24]{2}$构成的一组等比级数。朱载堉的三十六律内径之间数学关系为

$$\frac{d_n}{\sqrt[24]{2}}=d_{n+1} \qquad 或者\frac{d_n}{d_{n+1}}=\sqrt[24]{2} \qquad (n=0,1,2,3\cdots,35)$$

式中的 d_n 表示某律管的内径数值。当 $n=0$ 时,d_0 管内径为已知数,即5分。这个关系式和他采用的新法密率的弦长关系极为相似。他的外径求法与内径求法完全相同。我们将他的三十六律内外径数值列于表4-1之中。

由此可见,朱载堉确定律管发音的数学原理是:一组律管的长度和内外径分别以$\sqrt[12]{2}$和$\sqrt[24]{2}$作为公比数的一列等比级数,由此产生的一组管律就是十二等程律。

朱载堉为什么要采用$\sqrt[24]{2}$作为内径的公比数呢?

在朱载堉看来,"律之为用,其积数与声气在内而不在外"②"积数"即律管的容积 V,"声气" 即律管的发音 T。设律管长为 l,管径横截面为 S,管直径为 d,那么:

$$V=Sl,S=\frac{\pi}{4}d^2$$

表4-1 朱载堉的等程律三十六律管内外径数值

(单位:分。取朱载堉计算值小数点以下四位,不四舍五入)

律名	内径	外径
倍黄钟	5.0000	7.0710
大吕	4.8576	6.8697
太簇	4.7193	6.6741
夹钟	4.5850	6.4841

① 最早看出这一数字关系的是刘半农(复)。见刘半农:《十二等律的发明者朱载堉》,载《庆祝蔡元培先生六十五岁论文集》,国立中央研究院历史语言研究所集刊外编第一种,1933。

② 朱载堉:《律学新说》卷一,《造律第七》。

续表

律名	内径	外径
姑洗	4.4544	6.2996
仲吕	4.3276	6.1202
蕤宾	4.2044	5.9460
林钟	4.0847	5.7767
夷则	3.9685	5.6123
南吕	3.8555	5.4525
无射	3.7457	5.2973
应钟	3.6391	5.1465
正黄钟	3.5355	
大吕	3.4348	与倍律内径相同
太簇	3.3370	
夹钟	3.2420	
姑洗	3.1498	
仲吕	3.0601	
蕤宾	2.9730	
林钟	2.8883	
夷则	2.8061	
南吕	2.7262	
无射	2.6486	
应钟	2.5732	
半黄钟	2.5000	
大吕	2.4288	与正律内径相同
太簇	2.3596	
夹钟	2.2925	
姑洗	2.2272	
仲吕	2.1638	
蕤宾	2.1022	
林钟	2.0423	
夷则	1.9842	
南吕	1.9277	
无射	1.8728	
应钟	1.8195	

按朱载堉的看法:

$T \propto V \propto Sl$

在同一律管下,l 不变,则

$T \propto S \propto d^2$ 或者 $d \propto \sqrt{T}$ …………………………………… (1)

对 d 所做的校正,必须使管音与弦音依同一律制发出相同绝对高度

的音。显然,依十二等程律决定管长时,l 值是完全遵照十二等程律计算方法得到的;而遵照十二等程律的弦音却有

$$T_n = \frac{T_{n+1}}{\sqrt[12]{2}}, \text{即 } T_n \propto 1/\sqrt[12]{2} \quad \cdots\cdots (2)$$

为了达到管音与弦音一致,即要使(1)、(2)式中 T 相同,那么,联合(1)、(2)式,得到

$$d_n \propto \sqrt{T_n} \propto 1/\sqrt[24]{2} \quad \cdots\cdots (3)$$

(3)式正是一组律管与十二等程律定律法的发音完全一致时管径所应遵循的理论上数学变化式。朱载堉在管径计算中采用$\sqrt[24]{2}$作为等比级数的公比,其奥妙就在于此。朱载堉以异径管律的方法终于解决了管口校正的问题。特别要指出的是,朱载堉的这个校正方法不是一根管一根管经验地解决的,而是以$\sqrt[24]{2}$为公比的等比级数将一组律管的校正值联系起来了。其管口校正方法的理论是深刻的。

朱载堉的这套律管和管口校正方法,曾得到比利时声学家、布鲁塞尔乐器博物馆馆长马容(Victor-Charles Mahillon,1841—1924)和中国音乐史家杨荫浏的验证。马容按朱载堉的数据复制了倍、正、半三律的黄钟管,并测定了它们的发音,至少证实了这三支律管的发音彼此成八度关系。马容于 1890 年在《布鲁塞尔皇家音乐年鉴》上深表敬意地写道:

> 在管径大小这一点上,中国的乐律比我们更进步了,我们在这方面,简直一点还没有讲到。王子载堉虽然没有解释他的学理,只把数字给了我们,我们却不难推想得之;而且我们已照样制作了律管,实验所得的结果可以证明这学理的精确①。

在这里,马容说朱载堉"没有解释他的学理"这句话是不对的。这是因为马容不懂中文,不可能全面阅读朱载堉的有关著作。

---

① 引文见刘半农的论文,载《庆祝蔡元培先生六十五岁论文集》,上册第 294 页。马容原文载于 *Annuaire du Conservatoire Royal de Musique de Bruxelles.* (1890),第 188 页。刘复转引自 *Maurice Courant, Essai Historique sur la Musique de Chinois*,第 85—86 页。

近年,也有人以复原实验证明朱载堉的律管发音是正确的①。

不妨对朱载堉的等程律律管做一次理论验证。

首先,要将朱载堉的以尺、寸、分为单位的律管数值换算成"厘米·克·秒"制下的数值。朱载堉使用的是"横黍尺",或称之为"夏尺"。据考,明代营造尺 1 尺 = 1.25 夏尺 = 32 厘米。所以,1 横黍尺 = 1 夏尺 = 25.6 厘米。其次,不可忽略三十六支律管中每支管的吹口问题。朱载堉说:

> 每律上端各有豁口,长广一分七厘六毫,倍律正律半律皆同,勿令过与不及,不及则浊,过则清矣。通长正数,连豁口算者是也;除豁口不算,非也②。

朱载堉晚年又更正李文察造律管之误。李文察认为,若造黄钟九寸管,"外添吹口,吹口不在九寸内"。朱载堉指出:"此说非也。"③朱载堉以实验证明说:"试造黄钟一样两枚,有口无口各一,而令两人齐吹。口在正数内者相合,口在正数外者不合。""若随各律大小,改易吹口,则亦不协。"

三十六支律管中任一支都有一个相同的吹端豁口,豁口的长度与宽度均为"一分七厘六毫",也即是 0.4506 厘米。因此,计算律管的有效管长时必须是从豁口的中间点到吹口端的距离,也就是,任一支律管的有效管长应当是:$l - 0.5 \times 0.4506 = l - 0.2253$ 厘米,这里的 l 是以厘米为单位的律管实际长度。

在考虑清楚了明代与今日的计量单位换算、管端吹口之后,理论验证才会是正确的。

根据律管的几何形状,再决定取何种管口校正数。律管内空间几何形状为细圆柱体,因此,管口校正数 $k = 0.306d$,d 为以厘米为单位的管内径数值。由于朱载堉的律管为两端开口,因此,总校正数为 $2k = 0.612d$。

---

① 刘勇:《朱载堉异径管律的测音研究》,载《中国音乐学》,1992 年第 4 期,第 57—75 页。

② 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷五,《新旧律实验第七》。

③ 朱载堉:《律吕正论》卷三,《萧韶琴律说上第九》。

这样,我们就可以根据以下公式计算各支律管的发声频率。其中,c 为14℃ 时的声速,即 $c = 340\text{m/s} = 34000\text{cm/s}$;$\lambda$ 为波长;f 为频率:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{34000}{2(l + 2k - 0.2253)} = \frac{17000}{l + 0.612d - 0.2253}$$

计算结果列于表4-2之中。这个表的计算数据首先是由中国科技大学徐飞博士在1995年做出来的。[①] 表4-2从理论上证明以$\sqrt[24]{2}$作为相邻两律管的缩小管内径的公比数是完全正确的,也证明朱载堉的管律确实是十二等程律。

表4-2 朱载堉管律理论计算值

律名	管长(cm)	内径(cm)	理论频率(Hz)	音分值(cent)	相邻两律音分差
正黄	25.6000	0.9050	655.65	1590	
大	24.1631	0.8791	694.56	1690	100
太	22.8068	0.8543	735.79	1790	100
夹	21.5268	0.8300	779.48	1890	100
姑	20.3187	0.8061	825.78	1990	100
仲	19.1782	0.7834	874.83	2090	100
蕤	18.1018	0.7611	926.82	2190	100
林	17.0857	0.7393	981.93	2290	100
夷	16.1270	0.7183	1040.31	2390	100
南	15.2218	0.6979	1102.21	2490	100
无	14.3675	0.6779	1167.82	2590	100
应	13.5611	0.6587	1237.36	2690	100
半黄	12.8000	0.6400	1311.08	2790	100

音乐家和音乐史家杨荫浏先生(1899—1984)在近60年前(1952)对朱载堉的律管做过理论验算。他的结论是,“朱氏之律尚有微细之差

① 徐飞:《朱载堉十二等程律的理论验证》,载《科学技术与辩证法》,1996年第4期,第31—38页。

误”;并作出结论说:管径缩小的公比数不应为$\sqrt[24]{2}$,而应$\sqrt[12]{2}$①。杨荫浏计算中采用古今单位换算值为1夏尺=25.48cm。这个换算值小了;他可能未曾做管口校正。因此,他的结论并不恰当。他实测了《乐律全书》中所绘画的夏尺图。笔者在1986年本书初版中也曾随其后实测那张夏尺图中夏尺之长短,结果为1夏尺=25.32cm。结果比杨荫浏的更短。显然,这是由于印刷和纸张的积年变化造成的误差。这些实测值是靠不住的。

但是,杨荫浏作出了另一个或许正确的结论。三十六支律管的豁口既然长广一样,广也为0.4506cm,而半黄钟管的内径从表4-2可见为0.6400cm。二者之差太小了,不仅豁口难开,半黄钟以下的管子也难以吹奏。由此,杨荫浏以为,“决不能有三十六律,最多只能有倍、正二十四律。而况,正律超吹,便得半律。十二半律,原来是多余的。”②从制作半律管的工艺难度和可能的演奏实践考虑,杨荫浏的这个结论是正确的。

乐器制造

如前所述,朱载堉设计、制造了均准,设计律管,它们都是为等程律定律用的音高标准器。下面将继续讲述他如何制造律管,制造了琴、瑟、箫、笛诸多乐器。而且,它们都是等程律的管弦乐器。

律管

朱载堉在其著作中叙述了制造律管的方法。从原始竹的采集、加工、测音到吹气注意事项,都做了论述。

首先要强调律管设计中的几个基本数据:倍黄钟管长2尺,内径5分,吹端豁口长广均为一分七厘六毫。按照上述设计理论,各管长度均为前管之长除以$\sqrt[12]{2}$,各管内径也为前管之内径除以$\sqrt[24]{2}$。

① 杨荫浏:《中国音乐史纲》,上海万叶书店,1952,第301—304页。

② 杨荫浏:《中国音乐史纲》,上海万叶书店,1952,第304页。

朱载堉就选择竹的问题写道:“多采金门山竹,择天生合式者为律最佳”,“大竹不堪用,惟用小竹长节者耳。节短而不圆、两端不匀者亦不堪也”。“甜竹最佳”,“如无,则择厚竹,内外修治使合式亦可也”。“新采湿竹,使干极乃造,湿造则不佳”。选竹时还要注意其大小,“竹节长而厚,内外皆可修治。假如黄钟外径五分,内径三分五厘;竹之厚者外径五分强,内径三分五厘弱,则内外皆有余,斯可以修治也”。“治法,外用方错,内用圆错”。“方错,若马鋃错之类是也,斯可治外。圆错彼或无之,则令创造似箭杆而细小、稍头微大、状如莲子、莲子周围即钢错也。旋转入内取圆而已。黄钟倍律错头圆径五分,黄钟半律错头圆径二分五厘,如是错有三十六等,先小后大,渐次更换。造成,以尺量之,令内外径与尺寸相合,名为合式也。”①在这里,特别是制造三十六根大小相差不多的锉头,在手工操作的时代并不是一件容易的事。

除竹质律管外,朱载堉还造铜质律管。叙述了包括沙模、焙干、浇铸、钻孔、抛光和截断等工艺技术。他写道:

> 选铸镜匠,令作沙模。广五寸、长一尺五寸,以木作律管形,照铸镜法打成沙模。去管后用沙裹铁条,焙令极干,安于模中,熔铜铸之……铸成、去铁条,其木管及铁条长短巨细随律样制,大率荒材里面须小、外面须大,但使有余勿令不足也。工欲善其事,必先利其器。律管筩中须用钢钻钻之。其钻样制异于常钻。钻头四楞、形如方锥,磨令快利,长短大小随所造律。从小渐大,更换钻头,次第钻之。先将铜律管安在旋床上,手执钻柄,亦如旋匠常法,非如木匠所用之钻也。律之为用,其积数与声气在内不在外。故先治其内而后治其外,内外皆使光莹、合乎周径之数。然后截齐,使合长短之数。未成不可先截,恐钻伤口面故也。截毕,仔细校量,毫厘无差乃精妙矣。造成,镌其律名二字为识,内外皆以黄金镀之。此造铜律之大概也。②

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷五,《新旧律实验第七》。

② 朱载堉:《律学新说》卷一,《造律第七》。

这些文字,多么类似于近代工艺流程报告书。非亲自实践而不能如此成文。他还指出:

"宜准方法,制律以铜,精妙简易胜如用竹。"①

律管做成后(图4-3),要做听音实验。倍、正、半三十六律内,只要"律名同者,新律皆相协,旧律则不协"。也可做这样的听音实验:"选精于点笙之人。先择声与黄钟相似之簧,令彼增减其蜡,务与黄钟律声全协;复择声与林钟相似之簧,亦令增减其蜡,务与林钟律声全协。然后两簧一口噙而吹之,则知黄钟与林钟全协者为是、不协者为非也。"②这些实验,实际上,前者是纯八度相和,后者是纯五度相和。其他各律管,除纯八度相和实验外,如林钟与太簇、太簇与南吕等也可以做类似的五度相和的实验。

但是,在实验时,有一个不可忽视的条件:吹气要适当。朱载堉说:"吹时不可性急,急乃焦声,非自然声也。""吹律人勿用老弱者,气与少壮不同,必不相协。然非律不协也。"③在这里,指出了吹气强弱对发音的影响。它与现代科学知识是相符合的:当急吹时,吹口处压强过大;管的另一端溢出的空气流形成了涡流;而老弱者吹气不足,吹口处空气压强过小,管的另一端甚至无气流溢出。这两种情况都对管的正常发音有影响。

朱载堉在《律学新说》卷一《吹律第八》中还提醒我们关于吹律的许多注意事项。他说:"凡吹律者,慎勿掩其下端。掩其下端,则非本律声矣。"一旦掩住律管下端,开口管成了闭口管,管的发音与其律数自然不相合。朱载堉还指出,吹气时"启唇少许,吐微气以吹之,令气悠悠入于管中,则其正音乃发。又要持管端直,不可轩昂;上端空围、不可以唇掩之。掩之过半,则声郁抑;气急而猛,则声焦杀:皆非其正音矣。吹之得法,则出中和之音甚幽雅可爱也"。

只有亲自实践和实验过的人,才能作出如此细微深入的描述。像朱

① 朱载堉:《律学新说》卷一,《造律第七》。

② 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷五,《新旧律实验第七》。

③ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷五,《新旧律实验第七》。

载堉这样详尽叙述乐器制造，在他之前的历史文献中是极为罕见的。历代封建帝王和儒生都把这些看做是雕虫小技，不值得为之一书。但是，这确实是近代科学和音乐艺术得以产生和发展的必经之路。

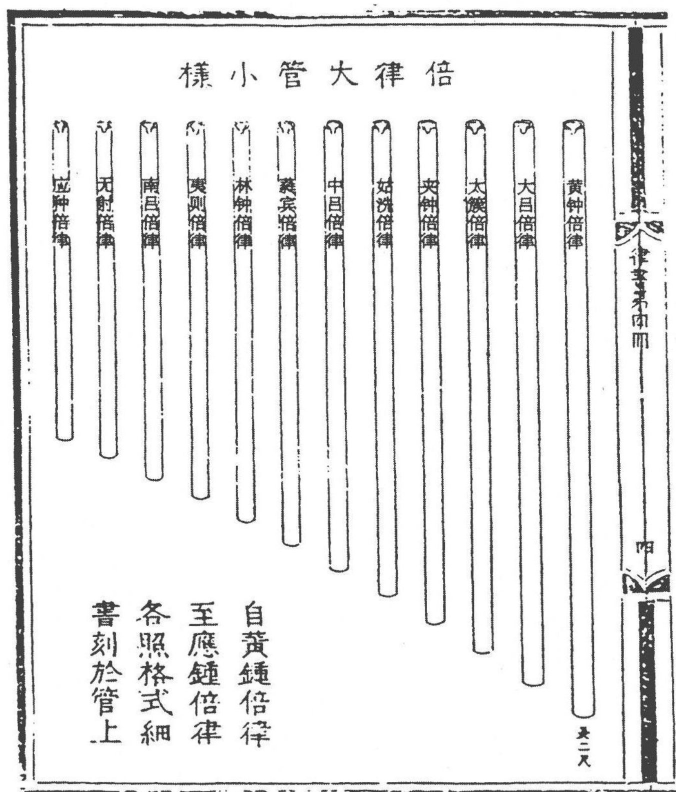


图 4－3　朱载堉创制的等程律律管

在这里要特别指出，朱载堉既是理论家，又是实践者。当他在做乐律理论计算时，他可以将数字算到二十五位，令人惊叹！然而在制造乐器时，他即刻考虑到计量工具和目力之可能。他只取到长度（尺为单位）的毫位为止，也就是五位数。在《律吕精义·内篇》卷一，《算学新说》等书中，其理论数据超过五位数，甚至二十五位数，但在《律吕精义·内篇》卷八《乐器图样》中实际制作的乐器数据，只取到毫位为止，他说：

立成图者，校正算术所用，而非造律之所用也。学算之士，留心于此可也。若造律，则不必留心于此。但依乐器图样，篇中所载通长及内外径之数足矣①。

凡算法归除有不尽之数，然人目力所察至毫而止，丝忽虽有数，非目所及也。②

但凡截断毫以下数，只名大约而已，自毫以下全数，则见之《律吕精义·内篇》。③

朱载堉是个既懂理论需要又通实践可能的科学家和艺术家。

编管、排箫

律管制成后，将它们组装成编管、箫或排箫（图4－4），它们就成为世界上最早诞生的等程律管乐器。

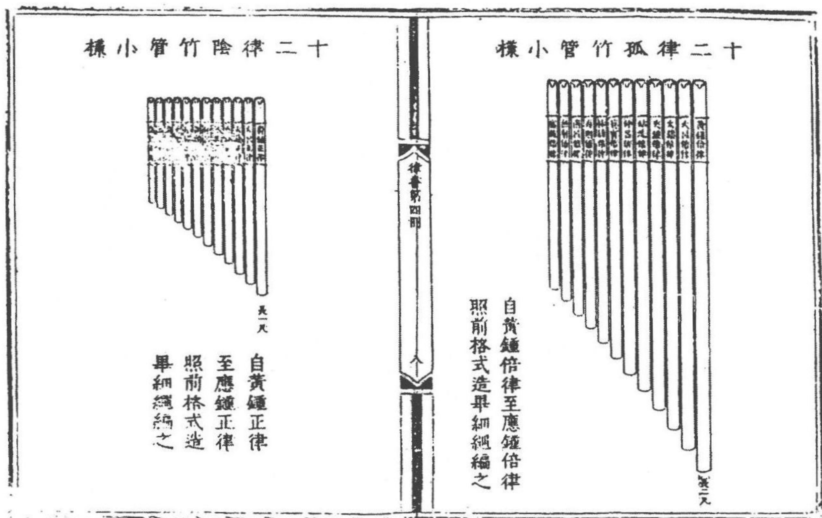


图4－4　朱载堉制造的等程律编管乐器——排箫

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷三，末语。

② 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷四，《新旧法参校第六》。

③ 朱载堉：《律吕正论》卷二。

籥、篴

籥，朱载堉书中写作“篇”。篴即“篴”。

籥和律管形状相同，只是在管身开有三孔或六孔，类似洞箫。朱载堉说他自己曾在一“好事之家见古铜籥”，他记述了有关的开孔法：“用纸条比量籥两端、取齐。将纸条折作二十截，用墨匙界毕，自下数至三截、五截、七截之际，各开一孔。孔径各如倍律内径之半。假如黄钟倍律内径五分，则知黄钟之籥所开三孔皆径二分五厘也。余律皆放(做)此。”在三孔籥的每孔下端各开一孔，即成六孔籥(图4-5)。朱载堉还记述了籥的吹法及各孔发声情形。三孔籥吹法为：“三孔尽闭，缓宫急徵；启下一孔，缓商急羽；启中下二孔，缓角急为和，启上下两孔，缓为中也。”在朱载堉书中，“中”指变徵，“和”指变宫。六孔籥的吹法为：“六孔尽闭，缓为黄、急为林；自下启第一孔，缓为大、急为夷；启第二孔，缓为太、急为南；启第三孔，缓为夹、急为无；启第四孔，缓为姑、急为应：启第五孔，缓为仲，急为黄清；启第六孔，缓为蕤、急为大清，五声六律七始十二均皆备矣”①。在中国历史文献中，对包括籥在内的许多乐器的描述，有的是诗词歌赋，辞藻华丽而令人难于琢磨；有的是言简意赅，而令人无从设想。就籥而言，虽有些文献略述其一二，但像朱载堉这样清楚的描写，是不多见的。

朱载堉还描述了一种黄钟籥，其长度与内径皆与黄钟倍律管同，唯多三孔，孔径皆二分半，下孔去下端三寸，下中上孔相去各二寸。朱载堉推崇这种籥为“尽美尽善”的“夏籥”。② 夏籥未必是，它可能是朱载堉自己设计制造的等程律籥。

篴不是横笛，它和籥除吹口不同外，其余皆相同。朱载堉写道：篴“上端比籥长出五分，以木塞之，其木后畔微削，使通气于吹孔，吹孔在篴之后”③，而籥的吹口与律管吹口相同。由于木塞的缘故，吹口处的最大空气压强点、即波腹不在木塞的可见端，而在其插入篴中的一端，因此，如

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷八，《乐器图样第十之上》。
② 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷八，《乐器图样第十之上》。
③ 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷八，《乐器图样第十之上》。

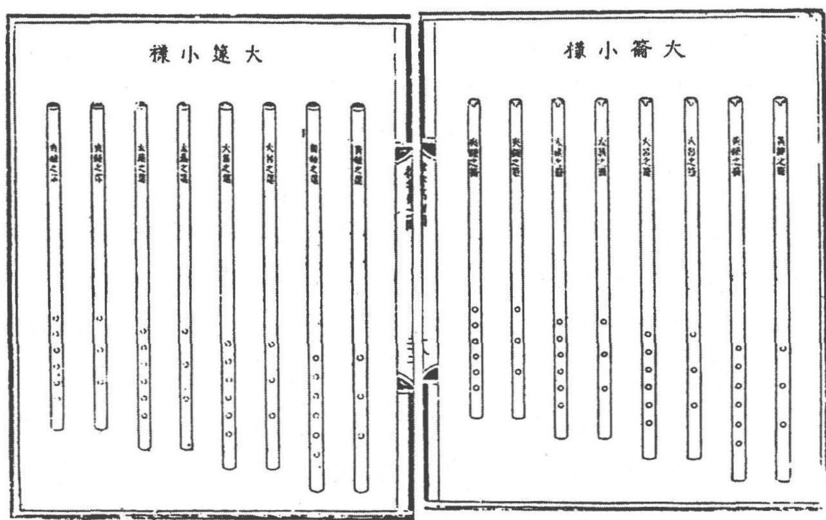


图 4－5　朱载堉创制的等程律龠和笛

果笛上端“不比龠长出五分,则声与龠不相合”①。

朱载堉总结说:“管、箫、龠、笛四器,大同小异。盖单吹无孔则谓之管,编吹无孔则谓之箫,吹处类箫则谓之龠,吹处类楚则谓之笛。然此四器长短周径皆相同也。”②可见,此四器是等程律管乐器。

笙

笙是簧管乐器,以簧片振动而发声。调律往往靠点笙师的技巧。朱载堉制造了等程律笙(图 4－6)。他言及笙中有黄钟倍律、正律管,有林钟倍律、正律管。双手按这四笙簧管,“四簧齐鸣,总是一个黄字”③。因此,可用它对琴、瑟、管等乐器调律。他说:“以笙代律定弦,庶几便于用

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷八,《乐器图样第十之上》。

② 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷八,《乐器图样第十之上》。

③ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷五,《新旧律实验第七》;也见《律学新说》卷二,《吹律第八》。

排箫耳"①。

笙是中国传统的复音乐器,西方称它为口吹管风琴(mouth organ)。在十八世纪,它多次被西方传教士和商人带到欧洲。在它到达欧洲之前,西方管风琴一直是安装"死簧",即簧片大于气流开孔。簧片不能在孔中央做自由往复振动,而是拍击孔边而生噪音。中国笙簧是自由簧。中国笙向西方传播,为西方音乐家和乐器制造家改进他们的簧片起了积极促进作用。也由于笙簧从东向西的传播,才引起一场簧管乐器的革命,造出了诸如手风琴、口琴等新乐器。美国籍的德国音乐研究家沙克斯(Curt Sachs,1881—1959)在他的《乐器史》中写道:

> 在十八世纪时,笙不止一次地被带到西方。闻名的敲击琴(nail violin)发明人、音乐家怀尔兹(Johann Wilds)②在圣彼得堡买了一个笙,并且学习演奏这种具有魅力的中国风琴。来自哥本哈根的物理学家克拉特森斯廷(Kratzenstein)听过他的演奏,考察了其中的自由簧,并且向圣彼得堡的管风琴制造家基尔希尼克(Kirschnik)建议,在他制造管风琴中采用自由簧。可是,基尔希尼克除了制造一个管式钢琴外,没有制造任何具有自由簧的管风琴。第一个具有自由簧片的管风琴是由(西德)达姆施塔特的知名的福格勒(A. G. Joseph Vogler,1749—1814)制造的。从1800年起,人们就创制了诸如口琴、手风琴、簧风琴一类的大量的簧乐器。③

很遗憾,朱载堉的等程律笙一直未传到欧洲,甚至也没在他的故乡中国传播开来。否则,用它对现代钢琴调律,不亦可乎?

埙

朱载堉指出它的形状、开孔位置,又说:"唇有俯仰抑扬,气有徐疾轻

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷八,《乐器图样第十之上·匏音之属·十九簧》。

② 十八世纪中期侨居圣彼得堡的某国音乐家。

③ Curt Sachs, *The History of Musical Instruments*, London: J. M. Dent & Sons LTD, 1942, pp. 182—184。关于笙更多的阐述,见戴念祖:《中国声学史》,湖南教育出版社,2001,第88—89页。

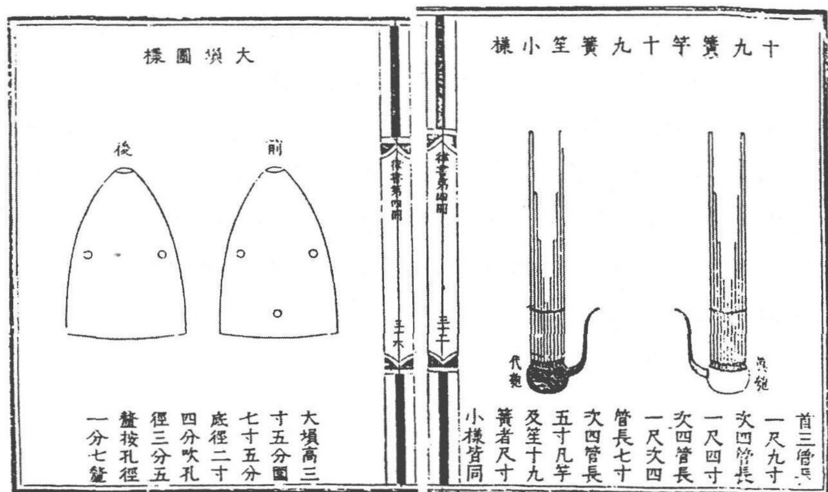


图 4－6　朱载堉制造的等程律笙和埙

重，一孔可具数位，则旋宫亦自足，不必某孔为某声也。”①除了朱载堉的特别设计外，可旋宫的埙，是值得我们注意的。

琴瑟

一般人都依传统看待它们。唯朱载堉敢于革新，将它们跃变为等程律弦乐器。只要以他的均准或律管对它们调律，它们就可以改其内涵而成新式乐器。朱载堉写道：

> 琴瑟大者，以黄钟正律之管为尺；中者以太簇正律之管为尺；小者以姑洗正律之管为尺。是谓律度之尺。②

这里的“为尺”，确切的含义当是调律时以等程律的律管的某律为标准。在朱载堉的乐器制造中常用“为尺”一词，其含义即属如此。

---

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷八，《乐器图样第十之上》。

② 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷九，《乐器图样第十之下》。

钟磬

钟是壳振动乐器。磬是板振动乐器。其律决定于以何种律制对其调校。朱载堉指出,“十二特钟各以同名倍律为尺,十二编钟各以同名正律为尺,四清声钟各以同名半律为尺。每尺均为十寸,每寸均为十分”①。倍、正、半三律正是朱载堉的均准或管式定律器。磬亦类似。钟与磬都是以等程律调律的(图4-7)。因此,它们也是等程律的金石类乐器。

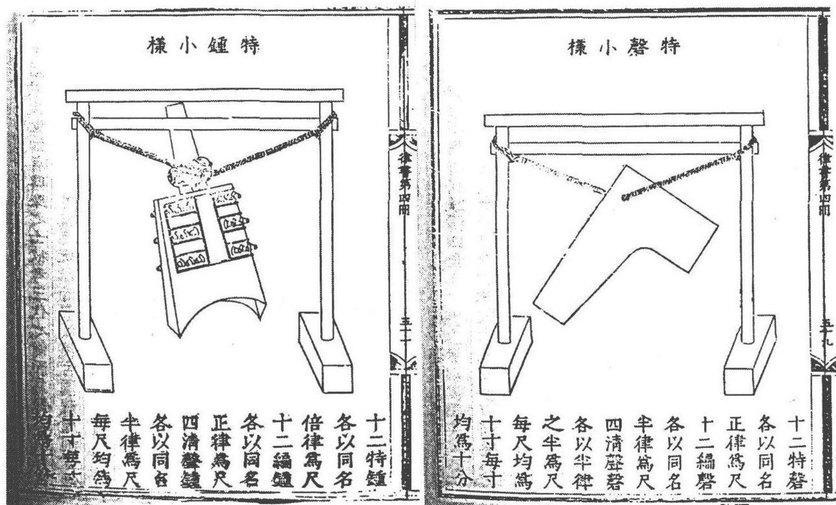


图4-7 以等程律调律的钟磬(《律吕精义·内篇》卷九书影)

朱载堉是创建等程律、倡导等程律的音乐旗手,其持之以恒,握之以固,可与之比拟者鲜矣。因此,他在《律吕精义·内篇》中涉及的乐器,除为节奏所用的鼓、柷、敔、舂牍及舞具之外,大抵能演奏的乐器都经他的精心调律或设计而成为等程律乐器了。朱载堉创造或改造了世界上最多的等程律乐器,不仅在他所属的那个时代,而且在今天亦令人为之惊叹!朱载堉创制或调谐的弹弦、吹管、打击三种方式演奏的等程律乐器也为今天的音乐舞台提供了相同律制的式样范例。

---

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷九,《乐器图样第十之下》。

五　音乐实践①

朱载堉在乐律学领域的研究博大精深，这一点已经得到广泛的承认。但是，许多人都没有注意到，他的理论成就掩盖了他在音乐的艺术实践方面的成就。人们之所以往往只从理论的角度看待乐律学家，这是因为古往今来有许多乐律学家的成就确实只停留在理论探讨层面。历史上不乏音乐学家重“道”而不重“器”，甚至在理论研究中偏于“经学”，以“经”治乐，重“雅”轻“俗”，重文献而轻实践。汉代的刘歆，宋代的陈旸、蔡元定都算得上大学问家，明代的李文察也算不得无识之辈，可惜他们都是眼光局限于文献而不注意涉及音乐实践的理论家。然而，无论在治学方法或者在治学思想方面，朱载堉和他们均形成了鲜明的对比。

历史上的乐律学家，只有其中最优秀的人物才可能在学识的广度与深度、见解的非凡性、创造思维的深刻性方面堪与朱载堉差相并肩。这里的一个最重要的秘诀就是理论与实践的紧密联系。朱载堉是乐律学家，同时也是一个真正的音乐家。朱载堉的乐律学是律、调、谱、器四者紧密关联之学，也就是律吕、宫调、记谱法与乐器研究的综合之学。

王国维讲治学的三种境界，其第一境用宋代词人晏殊（991—1055）的话“昨夜西风凋碧树。独上高楼，望尽天涯路”，写出了大学问家未被世人普遍认识时的孤独之感与造诣的独到。本书第十章将述及朱载堉的

① 本章除第一节“音乐人生”外，均为黄翔鹏先生遗作。

这种境遇。可惜的是,由于朱载堉并未得到当时人的真正理解,因此,我们从他同时代人的记述中找不到他在音乐活动中的全面的或稍为具体的材料。但是,只凭《乐律全书》就可以看出,他在音乐艺术的领域中已是一个十分全面的实践家。他不但常和琴家过从,还能虚心地向点笙匠请教,而王宫的专业乐工遇到实践问题的难点,还要来向他讨学。乐器工人的技艺问题他也注意作总结、记录。看来,他除了自己从事作曲之外,还是一个民间曲调的采集者,并能根据当时的记谱法做尽可能精确的记谱。

下面我们简评他的音乐人生,并从旋宫实践、音乐教学法与记谱法、作曲、民间音乐的采集等方面对他的艺术实践分别做些介绍。

音乐人生

作为一个音乐家,我们难以统计朱载堉一生所谱写的曲子。仅《乐律全书》所载,他以《诗经》、《仪礼》、《大戴礼》等词章,为其谱曲的有《关雎》、《鹿鸣》、《文王》、《清庙》、《兔罝(jū)》、《羔羊》、《葛覃》、《卷耳》、《鹊巢》、《采蘩》、《采苹》、《鱼丽》、《南陔》、《白华》、《华黍》、《由庚》、《崇丘》、《由仪》、《南有嘉鱼》、《南山有台》、《南风》、《秋风》、《立我烝民》、《思文后稷》、《股肱喜哉》、《驺虞》、《狸首》、《沧浪之水兮》、《康衢谣》、《击壤歌》、《夏训》、《商颂》等30余首。属于旧谱新作或改作的有《释奠大成乐章》、《初献乐章》,以及冷谦的旧谱《庆源发祥》改成新调三曲。这30余首,仅列出其歌曲名,实际上,在同一歌名下,朱载堉谱写了多支曲。如《关雎》,有操缦谱(相当于今日练习曲),有旋宫谱(图5-1),有合乐谱(今称总谱)(图5-2),还有律吕字谱、琴谱、瑟谱。除了这些曲谱形式外,在其他歌曲中还有工尺谱(图5-3)、无算乐谱。所谓"无算乐谱"指据听众多少以调式变化反复演奏同一曲目,且可以随时终乐之曲谱。朱载堉既是音乐理论家,又是一个地道的作曲家。

在《乐律全书》中留下的这些歌曲绝不是朱载堉作曲的全部,一定有许多歌曲未列入其著作之中。例如,《诗经》300篇,他为其中的《周南》、

《召南》谱曲共25篇76章①。然而,就他自己所言:“古诗者三百余篇皆可以歌,而人不能歌者,患不知音耳。”“臣尝取三百余篇诗,一一弦歌之,始信古乐未尝绝传于世。”②

朱载堉关于音乐学的著述远不止这些。他的成本成卷的相关著作有《操缦古乐谱》、《小舞乡乐谱》、《乡饮诗乐谱》、《旋宫合乐谱》,在《律吕精义·内篇》中占极大分量的《旋宫琴谱》,以及评论周代音乐与乐制的《乐学新说》,专论古代弹拨弦乐器瑟的源流、辨证其理论的乐器史著作《瑟谱》,在《律吕精义·内篇》中占有不少篇幅的《乐器图样》。前5种乐谱专著旨在宣扬、演奏、教学等程律,其中教导他人及后世学子如何演奏的操缦谱(练习曲)占较大分量。《乐器图样》中凡可演奏的乐器,包括拨弦、吹管等十余种,都是以十二等程律调律的。

在朱载堉创作的各种乐谱中,当以其“合乐谱”最令人惊叹!“合乐谱”今日谓之总谱。如《律吕精义·外篇》卷八中的《立我烝民》合乐谱(图5-4),既有主唱(或领唱)的词与曲,又有“和唱”(或合唱、齐唱)的词与曲;既有琴谱、瑟谱,又有鼓板节奏谱,其鼓板谱中示出搏、拊、牍、镛、钟、磬和敔的律位;参与演奏的乐器包括竽、笙、埙、箫、龠、篪、笛、管。在《旋宫合乐谱》中的《关雎》曲也是如此。在《灵星小舞谱》中,作为舞蹈演奏用的歌曲,如《豆叶黄》(图5-5)、《古秋风辞》、《金字经》等,除以工尺谱谱写它们的曲与词外,还示以鼓板节奏,注出钟、鼓、管(或笙、笛)的节奏、拍位。全谱“简明完备,作用同今日之西洋总谱,是中国总谱形式理性化、逻辑化、科学化之开端,明确、具体而简易”③。还有一些总谱将舞蹈的主要动作,如转动、折旋、递移等也示以谱中,这样的总谱当可称为“歌舞总谱”④。

作为一个历史时代的代表性学问家,朱载堉不仅在于放眼未来,着力

---

① 朱载堉:《乡饮诗乐谱》卷六。

② 朱载堉:《乡饮诗乐谱》卷六,《前言》。

③ 薛宗明:《中国音乐史·乐谱篇》,台湾商务印书馆,1983,第489页。

④ 朱载堉:《小舞乡乐谱》。

图 5-1　《关雎》旋宫操缦谱(《律吕精义·内篇》卷七书影)

创造新的曲谱,奠定一个音乐新时代的理论基础,而且还在于回眸往昔,去总结、发掘、批判并继承祖先留下的丰厚遗产。体现这一思想的文字在《乐律全书》等著作中比比皆是。其中《瑟谱》就是一例,《乐学新说》又是一例。在学术上能知今知古、以古鉴今并预见未来,这才是一个真正的学问大家。朱载堉是其中之一。

诗、书、易、礼、春秋、乐,古代号称“六经”或“六艺”。然而长期以来,人们以为《乐经》已佚。甚至一本蒙学课本《三字经》也言:“诗书易、礼春秋,号六经,当讲求。”在《三字经》中,“六经”已无《乐经》。朱载堉第一个喊出“《乐经》未尝亡也”,《周礼·春官宗伯·大司乐》就是古《乐经》,

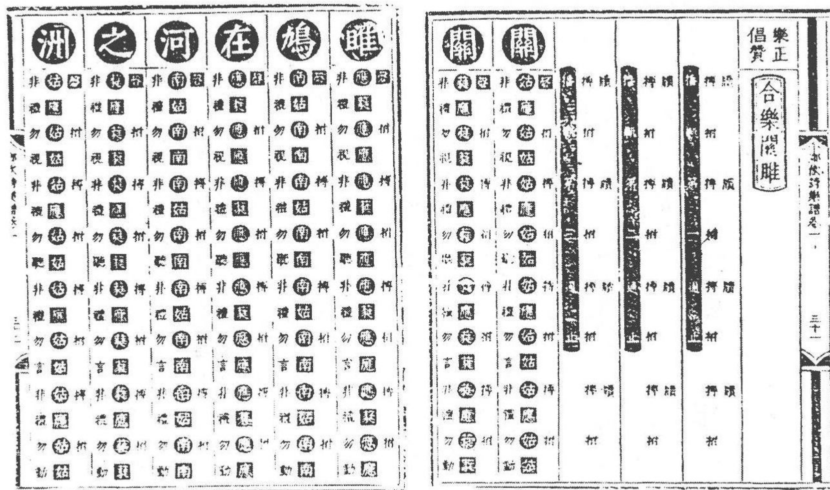


图 5－2 《关雎》合乐谱(《乡饮诗乐谱》书影)

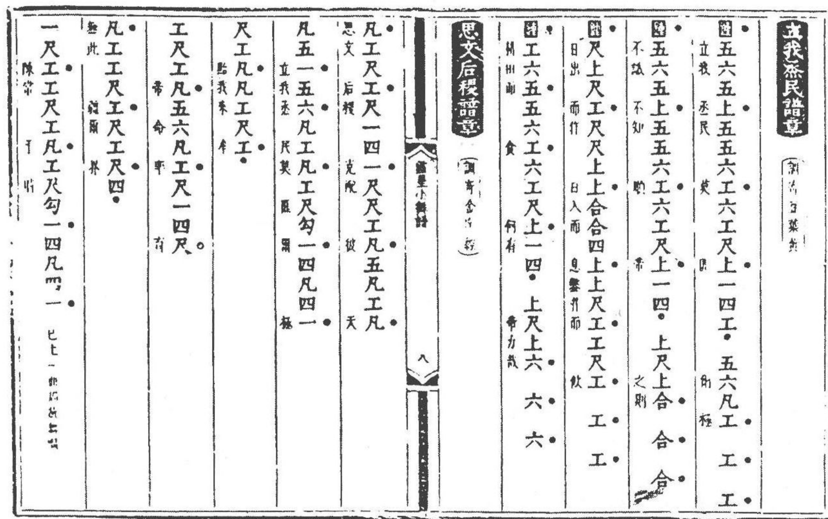


图 5－3 工尺谱:《立我烝民》(调寄豆叶黄)、《思文后稷》(调寄金字经)曲谱(《灵星小舞谱》书影)

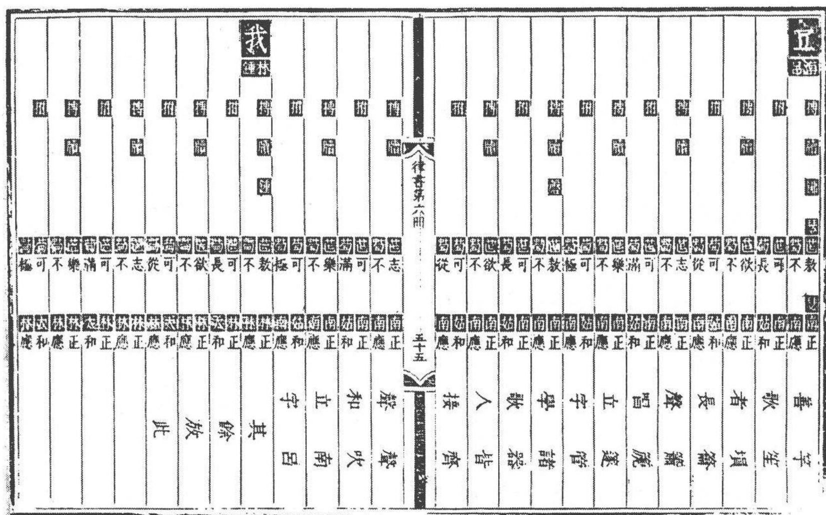


图 5-4 《立我烝民》合乐谱(《律吕精义·外篇》卷八书影)

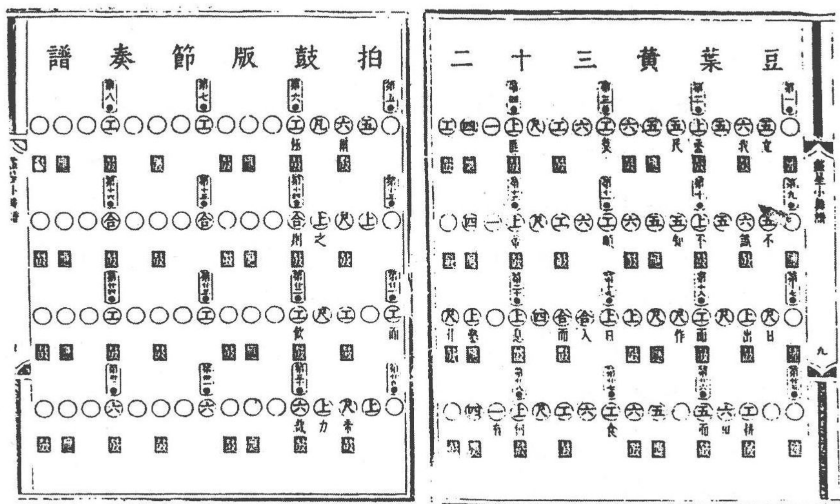


图 5-5 《豆叶黄》三十二拍鼓板节奏谱(总谱)(《灵星小舞谱》书影)

"近世好异者,妄编《周礼》,改属地官司徒,误矣"。《乐学新说》之"新",正在于此。清代之乐学家、经学家和御用学者也倡此论,不过是重弹朱载堉之调而删弃首倡者之名罢了①。

《乐学新说》阐释了大司乐的乐队成员、官职、职责分工,演奏与歌唱场景的布局、曲目安排和歌舞人员出入顺序,大司乐之教育宗旨、教学方式和教授歌舞等内容,甚而对大司乐所用乐歌的曲调也作出章句正误。陈万鼐先生对此作了极好的研究②。就其中曲调,我们概要述及一二。

朱载堉对大司乐中音阶紊乱作了如下改正:

乃奏黄钟(C),歌大吕[当作"小吕"——朱载堉改正,以下括号同。"小吕"即今仲吕(F)——本书作者补说,以下同],舞云门,以祀天神。

乃奏太簇(D),歌应钟[当作"函钟"。"函钟"即今林钟(G)],舞咸池,以祭地示。

乃奏姑洗(E),歌南吕(A),舞大韶,以祀四望。

乃奏蕤宾(#F),歌函钟[当作应钟(B)],舞大夏,以祭山川。

乃奏夷则(#G),歌小吕[当作大吕(#C)],舞大濩,以享先妣(后稷之母——朱载堉注)。

乃奏无射(#A),歌夹钟(#D),舞大武,以享先祖(后稷以下,至于文武——朱载堉注)。

历代音乐典籍中,音阶名称之混乱,甚而为号称"知音"者误夺误篡,比比皆是。朱载堉一字之改,正千余年之差,实乃乐律之高手。经他改正后,各享祭大典之乐,器乐与歌声均为上下五度相和之音。如此之胆识,非常人能比。而其后,清代御用大家,还在训诂章句,赘语误人,甚而对朱载堉评论是非,岂非井蛙乎?为了证实古乐尚存,也为了证明自己所作的改正,朱载堉还据古乐章《释奠大成乐》,"摘出首章,用旋宫法拟造新谱。使后世为乐律之学者观之,深信古乐见存,未尝失传也"。其做学问之彻

① 乾隆:《御制律吕正论后编》,《乐制考》。

② 陈万鼐:《朱载堉研究》,台北故宫博物院,1992,第167—180页。

底严谨之情，为世人所敬仰。

《周礼·大司乐》中留下了古人祭祀音乐的曲调。朱载堉在《乐学新说》中亦一一阐发之。《大司乐》写道：

凡乐：圜钟（夹钟）为宫，黄钟为角，太簇为徵，姑洗为羽。（祀天神）

凡乐：函钟（林钟）为宫，太簇为角，姑洗为徵，南吕为羽。（祭地示）

凡乐：黄钟为宫，大吕为角，太簇为徵，应钟为羽。（享人鬼）

上述三种祭祀音乐的十二种调式，朱载堉一一作出注解。如注"圜钟为宫"曰："圜钟乃夹钟也。夹钟为宫，则以仲吕为商，林钟为角，无射为徵，黄钟为羽。"注"黄钟为角"曰："黄钟为角，则以夹钟为徵，仲吕为羽，夷则为宫，无射为商。"……十二调式中，"太簇为徵"，"姑洗为羽"，"林钟为宫"和享人鬼中"太簇为徵"属同一调式。十二调中只有九调。朱载堉首次为这段文字作出清楚的合乐律含义之解释。

朱载堉对这些曲调解释说，如享人鬼之乐，"黄钟为宫，大吕为角，太簇为徵，应钟为羽。自是四乐，各举其一者而言之。大吕为角，则南吕为宫；太簇为徵，则林钟为宫；应钟为羽，则太簇为宫。以七声推之合如此。又曰，所谓'黄钟宫、大吕角'，这便是调。如头一声是宫声，尾后一声亦是宫声，这便是宫调。若是其中按拍处，那五音依旧都用，不只是全用宫。今依冷谦旧谱推衍三谱如左"。

按照朱载堉教我们制作的旋宫图板（见第三章图3-1），就容易查出《大司乐》各乐之调式音阶。朱载堉据明初冷谦作《庆源发祥》曲，为我们演示了他在冷谦谱曲基础上的旋宫三谱例（图5-6）。

冷谦旧谱是"宫调曲也，黄钟之宫黄钟为宫。故以黄钟起调、毕曲"。朱载堉推衍的三谱，一是"角调曲也，南吕之宫大吕为角。故以大吕起调、毕曲"；二是"徵调曲也，林钟之宫太簇为徵。故以太簇起调、毕曲"；三是"羽调曲也，太簇之宫应钟为羽。故以应钟起调、毕曲"。

对旋宫问题，朱载堉阐述了古琴旋宫调弦法（图5-7），旋宫八十四声（图5-8）。他将"十二均七音琴"图①一一绘出，作出了许多有意义的

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷七，《旋宫琴谱第九之下》。

评论或结论。他说:“宫旋而律不旋,正所谓旋宫也”,“律旋而宫不旋,非所谓旋宫也”①。“夫律有定而宫无定,宫虽移而律不移”。在乐律学上“律数惟止十二”②,当“有变音而无变律”,“变黄钟等六律可废,而变徵、变宫二音不可废”,宜正其名,“变徵而为中,变宫而为和”③。“宫声所在,名为均主”④,一个均主与五声或七声匹配,遂有五调或七声;十二律各为均主,便成六十调或八十四声。

就三分损益法之数学不能返宫而器乐歌声却流转圆润,朱载堉对此写道:

> 夫律之三分损益、上下相生、至仲吕而穷者,数使之然也。“十二律旋相为宫”者,音使之然也。数乃死物,一定而不易;音乃活法,圆转而无穷。音数二者,不可以一例论之也。
>
> 臣尝观仲吕黄钟之交,知声音有出于度数之外者。无射之商、夷则之角、仲吕之徵、夹钟之羽⑤,若弹丝吹竹、击拊金石,声音至此流转自若也。然算家以仲吕求黄钟,殚其术而不能合乎十七万七千一百四十七之算⑥。

朱载堉不仅谱写了多种操缦曲,而且写下了专著《操缦古乐谱》一书。

“操缦”二字何解?《辞源》释其为“调弦”,并引《礼记·学记》曰:“不学操缦,不能安弦。”“初学弹琴,须先知调协弦音,才能安弦成曲。”⑦

朱载堉解释说:“操缦,盖曲名。操之为言,持也;缦之为言,缓也。操持歌声,令极缦缓。”⑧“操缦节奏,和弦指法。”⑨

---

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷七,《旋宫琴谱第九之下》。

② 朱载堉:《律吕精义·序》。

③ 朱载堉:《律学新说》卷一,《论有变音无变律第十二》。

④ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷六,《旋宫琴谱第九之上》。

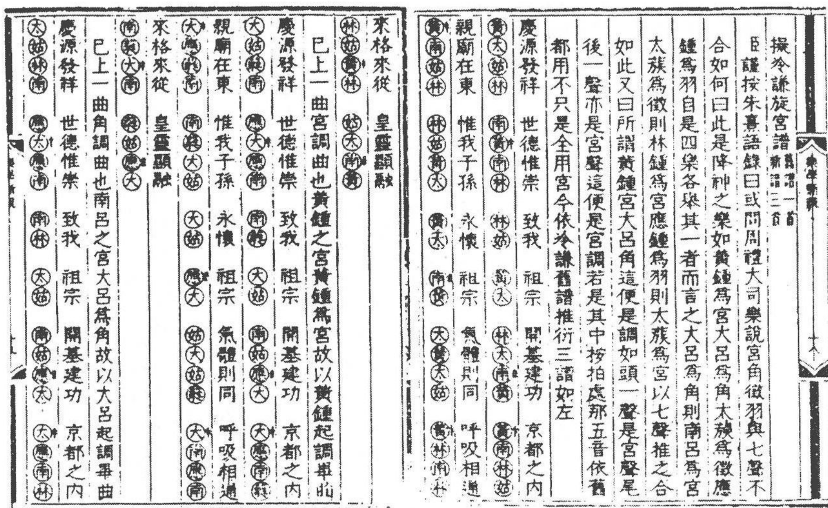
⑤ 无射、夷则、仲吕、夹钟四律,与黄钟起始音的音程比例都是在4—6位数的不可除尽的比数。因此,三分损益法之七声音阶不取这些律位。

⑥ 朱载堉:《律学新说》卷一,《吹律第八》。

⑦ 《辞源》,商务印书馆,1988。

⑧ 朱载堉:《操缦古乐谱》。

⑨ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷六,《操缦节奏和弦指法》。


操冷謙旋宮譜 舊譜一首 新譜三首

臣謹按朱熹語錄曰或問周禮大司樂說宮角徵羽與七聲不合如何曰此是降神之樂如黃鍾爲宮大呂爲角太簇爲徵應鍾爲羽自是四樂各舉其一者而言之大呂爲角則南呂爲宮太簇爲徵則林鍾爲宮應鍾爲羽則太簇爲宮以七聲推之合如此又曰所謂黃鍾宮大呂角這便是調如頭一聲是宮聲尾後一聲亦是宮聲這便是宮調若是其中按拍處那五音依舊都用不只是全用宮今依冷謙舊譜推衍三譜如左

慶源發祥 世德惟崇 致我 祖宗 開基建功 京都之內

親廟在東 惟我子孫 永懷 祖宗 氣體則同 呼吸相通

來格來從 皇靈顯融

已上一曲宮調曲也黃鍾之宮黃鍾爲宮故以黃鍾起調畢曲

慶源發祥 世德惟崇 致我 祖宗 開基建功 京都之內

親廟在東 惟我子孫 永懷 祖宗 氣體則同 呼吸相通

來格來從 皇靈顯融

已上一曲角調曲也南呂之宮大呂爲角故以大呂起調畢曲

慶源發祥 世德惟崇 致我 祖宗 開基建功 京都之內

图5－6 明初冷谦作《庆源发祥》谱（宫调曲）及朱载堉改作的新谱新调之一（角调曲）（《乐学新说》书影）

朱载堉之父朱厚烷说："定弦乃琴家先务……定弦、和弦，此二者即古所谓操缦者也。"谱"有理有象有数，有音律有节奏……为弦歌之谱也"①。

可见，操缦就是按照练习曲学习安弦、定弦、节奏、和弦、指法和演奏。所谓"操缦谱"，"盖曲名"，即今之谓练习曲也。《操缦古乐谱》不仅有练习曲，且"操缦指法，或添或减，或断或连，千变万化，板眼不差，皆操缦也"②。而"凡初学操缦者，学节奏为至要"③。朱载堉提出"学乐先学操缦"，"学乐自赓歌始"。所谓赓歌，即作歌唱和，相当于今日合唱，注重歌唱者声之谐和。学琴先学弹十徽，"凡弹操缦者，皆按十徽音。十徽寻不见，方去九徽寻"④。"宫商徵羽皆按十徽，惟独角音则按九徽"⑤，按二弦

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷六，《操缦节奏和弦指法》。

② 朱载堉：《操缦古乐谱》。

③ 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷六，《操缦节奏和弦指法》。

④ 朱载堉：《操缦古乐谱》；也见《律吕精义·内篇》卷六，《初学操缦口诀》；《嘉量算经》，卷下。

⑤ 朱载堉：《律吕正论》卷三，《箫韶琴律》。

	黃鍾宮	大呂宮	太簇宮	夾鍾宮	姑洗宮	仲呂宮	蕤賓宮	林鍾宮	夷則宮	南呂宮	無射宮	應鍾宮
一弦	徵 林倍	徵 夷倍	角 蕤倍	角 林倍	商 蕤倍	商 林倍	商 夷倍	宮 林倍	宮 夷倍	羽 蕤倍	羽 林倍	羽 夷倍
二弦	羽 南倍	羽 無倍	徵 南倍	徵 無倍	角 夷倍	角 南倍	角 無倍	商 南倍	商 無倍	宮 南倍	宮 無倍	宮 應倍
三弦	宮 黃正	宮 大正	羽 應倍	羽 黃正	徵 應倍	徵 黃正	徵 大正	角 應倍	角 黃正	商 應倍	商 黃正	商 大正
四弦	商 太正	商 夾正	宮 太正	宮 夾正	羽 大正	羽 太正	羽 夾正	徵 太正	徵 夾正	角 大正	角 太正	角 夾正
五弦	角 姑正	角 仲正	商 姑正	商 仲正	宮 姑正	宮 仲正	宮 蕤正	羽 姑正	羽 仲正	徵 姑正	徵 仲正	徵 蕤正
六弦	徵 林正	徵 夷正	角 蕤正	角 林正	商 蕤正	商 林正	商 夷正	宮 林正	宮 夷正	羽 蕤正	羽 林正	羽 夷正
七弦	羽 南正	羽 無正	徵 南正	徵 無正	角 夷正	角 南正	角 無正	商 南正	商 無正	宮 南正	宮 無正	宮 應正

图 5-7　古琴旋宫调弦图(《律吕精义·内篇》卷六书影)

九徽或三弦十一徽,皆为角音①。"凡琴之定弦,也专取九徽、十徽,而不取余徽"②。这一切,都是一个阅历丰富者的经验之谈。而对朱载堉而言,他还讲明了所以如此操缦的乐律理论。在操缦谱中,载于《操缦古乐谱》中的《股肱喜哉》合乐曲、载于《律吕精义·内篇》(卷七)的《关雎》旋宫操缦曲等都是练习曲中之佳作。

朱载堉的一生既是创建等程律的一生,也是属于音乐的一生。

他儿童时代,"无师授,辄能累黍定黄钟","审律、制器,音节协

① 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷六,《操缦节奏和弦指法》。
② 朱载堉:《律学新说》卷一,《论准徽与琴徽不同第十》。

八十四聲新圖

黃鍾調	大呂調	太簇調	夾鍾調	姑洗調	仲呂調	蕤賓調	林鍾調	夷則調	南呂調	無射調	應鍾調
宮 黃正	宮 大正	宮 太正	宮 夾正	宮 姑正	宮 仲正	宮 蕤正	宮 林正	宮 夷正	宮 南正	宮 無正	宮 應正
商 太正	商 夾正	商 姑正	商 仲正	商 蕤正	商 林正	商 夷正	商 南正	商 無正	商 應正	商 黃正	商 大正
角 姑正	角 仲正	角 蕤正	角 林正	角 夷正	角 南正	角 無正	角 應正	角 黃正	角 大正	角 太正	角 夾正
中 蕤正	中 林正	中 夷正	中 南正	中 無正	中 應正	中 黃正	中 大正	中 太正	中 夾正	中 姑正	中 仲正
徵 林正	徵 夷正	徵 南正	徵 無正	徵 應正	徵 黃正	徵 大正	徵 太正	徵 夾正	徵 姑正	徵 仲正	徵 蕤正
羽 南正	羽 無正	羽 應正	羽 黃正	羽 大正	羽 太正	羽 夾正	羽 姑正	羽 仲正	羽 蕤正	羽 林正	羽 夷正
和 應正	和 黃正	和 大正	和 太正	和 夾正	和 姑正	和 仲正	和 蕤正	和 林正	和 夷正	和 南正	和 無正

律學新說卷一 四十五

图 5－8　旋相为宫八十四声图(《律学新说》书影)

和”①。他自述少年,“余少嗜音律,长而益得其趣,是以乐学之说颇异于众”②。20—24 岁,“弱冠之时,读《性理大全》……《律吕新书》……而悦之,口不绝诵,手不停披”③。25 岁,写下《瑟谱》一书。32 岁,郑恭王厚烷返国,指导他撰写《操缦古乐谱》。直到 45 岁,《律学新说》、《律吕精义》、《乐学新说》、《旋宫合乐谱》、《小舞乡乐谱》等书初稿完成。在郑府内,他曾与宗庙乐生、乐工切磋音乐、乐律,教他们学习歌舞。他也曾“与善

① 乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷二一,《人物・列传》。

② 朱载堉:《瑟谱》卷二。

③ 朱载堉:《进历书奏疏》。

琴者论古今雅乐高下";与典乐尤世贤其人(可能是郑府内典乐官)以演奏其"神乐观"笙共同讨论宋代蔡元定与明初冷谦之乐异同,因而得出这样的结论:"冷氏黄钟乃蔡氏之倍律林钟,蔡氏黄钟乃冷氏之正律林钟。此乃大略耳。其实差六七律,而声在二者之间。"①耄耋之年的他,为自己的音乐生活而自喜自慰。他自陈:"一人吹律,一人弹琴,一人击缶而歌。余亦自歌,互相唱和,而乐在其中矣。""曷若一琴、一缶、一吹、一歌,足以自乐? 呜呼,此趣惟达者能知之。"②

朱载堉的音乐人生,可谓达到"入乎其神"的境界。

探索继承关系,恢复旋宫古法

什么叫"旋宫"? 用现代概念说,就是调高的改变。按民间的一般说法,就是"调门"高低的变化。一段音乐,原来是 C 调(以 C 音作宫音),又变到 G 调(改用 G 音作宫音)去演奏、演唱,这就是旋宫。同一段音乐当中,前面是 C 调的,后面又变成别的调门,这也是旋宫。"旋宫"(古人常用)、"转调"(今人常用)实为同一意义。今人常将此二词连用,即"旋宫转调"。它和"返宫"是两个不同的物理概念。汉代的《礼记·礼运》篇记载了先秦的古乐是用旋宫法的。1978 年曾侯乙墓编钟出土,证明先秦的音乐确实可以旋宫,说明中国古代音乐文化确实有很高的发展水平。但是汉代宫廷音乐中,旋宫法却"屡作屡辍",总的说来是失传了。汉以后,律学研究中的许多创造,可以说是围绕着旋宫古法这个课题发展的。原因是古法失传,而传下来的三分损益法很难解决自由旋宫问题。这使律学家们不得不绞尽脑汁去探寻各种新的途径。南朝宋的何承天,隋唐的祖孝孙(? —640),虽然都曾一度解决旋宫问题,但何承天只是接近旋宫需要而并未解决各律之间的比率问题;历代虽然承认祖孝孙通过实践

① 朱载堉:《律学新说》卷二,《纵黍横黍约率密率算法》。

② 朱载堉:《嘉量算经》卷下。

做到了“钟无虚悬”、十二律在旋宫中全部用上，但他却没有详尽的理论和律学计算方法传世，后人还是学不会他的方法。因此，真正彻底地从理论到实践解决了旋宫问题的是朱载堉的新法密率，也就是现在世界上通用的等程律的调律法。

朱载堉恢复旋宫古法，在律学上并不是“恢复”古代原有的东西，而是全新的创造，在音乐实践上是真正实现了有汉以来律学家们的梦想，使失传了的东西重新“活”了起来。

有许多评论家，谈到等程律，不得不承认这是朱载堉的伟大的理论创造，但同时又要说声“可惜”，认为这个创造只不过是停留在理论的提出层面，认为是欧洲人才解决了这个理论的应用即实践问题。从明以后的整个时代而言，或者对中、西音乐史的客观实际而言，这样看问题是有道理的。我们完全同意封建社会及其统治者的愚昧是阻碍音乐文化以及一切文化进展的根本原因，但对朱载堉本人的贡献来说，这却是一个极不公平的评价。

因为，朱载堉创造了新法密率，并不曾仅停留在理论创造层面，他是为实践而创造的。朱载堉不仅是一位理论的大师，同时也是一位身体力行、亲身从事音乐艺术实践的大师。他是律学家，也是音乐家。

旋宫法是“乐学”问题，也就是说，是音乐基本理论问题，实际属于与音乐实践直接相关的一种应用理论。要恢复旋宫古法，古乐已经没有了，又怎样恢复呢？朱载堉紧紧抓住了“今乐”的实践，他在《乐学新说》中说：“借今乐明古乐不亦可乎？……用旋宫法拟造新谱，使后世为乐律之学者观之，深信古乐见存，未尝失传也！”音乐作为时间的艺术，流动性极大，不可能像美术作品那样用实体的形式再现古代的原有情况。但是古乐所用的旋宫法却是可以重现的。朱载堉在音乐艺术上的古今观也许和孟夫子“今之乐犹古之乐也”有同道之处，但更主要的东西恐怕更接近唯物主义哲学家张载(1020—1077)的看法。果然，他在《律吕精义·内篇》中引用了张载的话说：“今人求古乐太深，始以古乐为不可知”。这句话的背后含义认定古乐是可知的。求其大体，掌握它的精神、方法，这就是继承；求之太深，搞饾饤之学，要求不可能实现的原样再现，那就不可

知了。

朱载堉在旋宫实践上是“用旋宫法拟造新谱”，通过自制乐器，作曲、改编、演奏和教学、教唱活动，脚踏实地作了艰辛的探索。他为旋宫实践写了许多乐曲，采用了各种谱式：律吕字谱、宫商字谱、琴谱、瑟谱、工尺谱，以至于总谱形式的“合乐谱”。数量之多，决不是浅尝辄止的做法。其中，我们只举他标明是意在旋宫法的成套乐谱，在《乐律全书》中就有四套。《乐学新说》中有《拟冷谦旋宫谱》(见图5－6)。冷谦(生卒不详)是明初的学者，曾参与定太常乐。朱载堉利用他的旧谱，以旋宫法在不同的调高上发展，使同一个“庆源发祥，世德惟崇……”这样的词句在不同的宫调上反复演唱、产生变化。《律吕精义·内篇》卷六、卷七，有篇幅很大的《旋宫琴谱》；《律吕精义·外篇》卷五有《文王》、《鹿鸣》、《关雎》、《清庙》等用诗经歌词所作的《四始诗旋宫谱》；《乐律全书》中还有整本的《旋宫合乐谱》。

朱载堉自制的乐谱，有一部分是为“教学歌人”而用的。在音乐艺术实践活动中，他也是一个很注意教学法、善于运用直观教具的好教师。他设计的几种“旋宫图”至今看来还有实用价值。

只举《算学新说》中两图为例，稍加解释，恐怕不懂音乐的外行人也就不难知道什么叫旋宫了：

①仲吕林钟夹辅之图。

②大吕应钟夹辅之图(见图5－9)。

如同我们在第三章图3－1中所看到的“七声音阶旋宫图”一样，这两个图也分为内、外盘。外盘固定，刻写十二律名；内盘可以旋转，刻写七声的阶名。旋动内盘，宫音的位置移动而对应各律，这就是旋宫。

如果我们把黄钟标准音的音高定在C音，那么十二律依次为：

律名：	黄	大	太	夹	姑	仲	蕤	林	夷	南	无	应
	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
音名：	C	$^{\#}$C	D	^{b}E	E	F	$^{\#}$F	G	^{b}A	A	^{b}B	B

这是按半音关系排列的第②图的次序，不带升降号的音名相当于钢琴上的白键，其他五个相当于黑键。第①图不过是改按五度关系排列，律

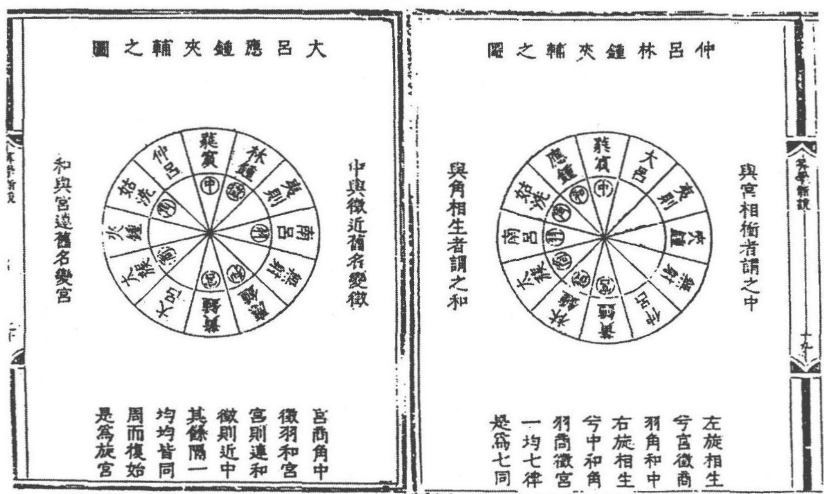


图 5－9　朱载堉绘旋宫图以教人制造旋宫图板(《算学新说》书影)

名和音名的对应关系是一样的。

内盘七个阶名和现代唱名的关系是：

阶名：宫　商　角　中　徵　羽　和

唱名：do　re　mi　#fa　sol　la　si

第①图的内盘则是改按五度关系排列的七声阶名。

按照以上的简略解释，读者不难摸清这两种旋宫图的实际用法，以及“旋宫”的真实含义了。

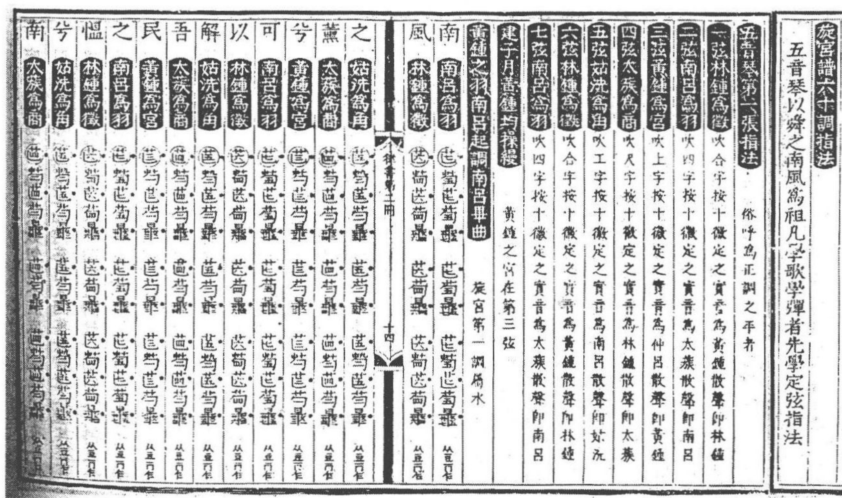
朱载堉恢复旋宫古法的科学根据就是他的等程律理论(新法密率)以及他自己设计制作、用形如芥子的金属“徽”标明“新率”发音位置的乐器，即他的“新制律准”。因此，他的新法密率并不是在旋宫实践面前停止了脚步的一种纯理论计算。

旋宫法得不到等程律的实践运用时只不过是一种空想；等程律不付诸旋宫实践时也不过是一种空论。自古以来谈旋宫八十四调的人为数不少，但没有一本著作拿得出八十四调的谱例，这一点说明了旋宫理论未曾有过全面的实践。只有朱载堉真正这样做了，《律吕精义·内篇》卷六、

卷七列出了他创制的《旋宫谱六十调指法》和《旋宫琴谱》。这是朱载堉在自己的艺术活动中亲身实践了等程律的重大证据！也是朱载堉在艺术实践领域中对新法密率的一次闪耀着光辉的检验！

朱载堉的旋宫理论不称八十四调，他做了一字之差的修改，称为八十四声六十调(见图5－8)。声与调的一字之差，说明了理论与实践的原则差别。这一字的改定，把朱载堉和历史上一切人云亦云的空头理论家区别开来。朱载堉的旋宫琴谱，“中”与“和”两个音级有声无调，十二律旋宫得八十四声，共有二十四声不能立调，非躬亲实践者不能真正懂得其中的道理。

新法密率的创造者用同一首“南风之薰兮”的歌词，谱写了旋宫谱六十调(图5－10)，并且详订了指法，说明他是在乐器上真正实践了的。这既是等程律理论的胜利，也是旋宫古法真正在新的历史条件下，首次得到完全的实现。



旋宫譜六十調指法

五音琴以舜之南風爲祖凡學歌學彈者先學定弦指法

五音琴第一張指法 俗呼爲正調之平者

一弦林鍾爲徵 吹合字按十徽定之實音爲黄鍾散聲即林鍾

二弦南呂爲羽 吹四字按十徽定之實音爲太簇散聲即南呂

三弦黄鍾爲宮 吹上字按十徽定之實音爲仲呂散聲即黄鍾

四弦太簇爲商 吹尺字按十徽定之實音爲林鍾散聲即太簇

五弦姑洗爲角 吹工字按十徽定之實音爲南呂散聲即姑洗

六弦林鍾爲徵 吹合字按十徽定之實音爲黄鍾散聲即林鍾

七弦南呂爲羽 吹四字按十徽定之實音爲太簇散聲即南呂

建子月黄鍾均操縵 黄鍾之宮在第三弦

黄鍾之羽南呂起調南呂畢曲 旋宫第一調爲水

南 南呂爲羽

風 林鍾爲徵

之 姑洗爲角

薰 太簇爲商

兮 黄鍾爲宮

可 南呂爲羽

以 林鍾爲徵

解 姑洗爲角

吾 太簇爲商

民 黄鍾爲宮

之 南呂爲羽

慍 林鍾爲徵

兮 姑洗爲角

南 太簇爲商

图5－10 《南风之薰兮》旋宫谱六十调(《律吕精义·内篇》卷六书影)

歌曲、乐曲的初级教学体系和有量记谱法

在中国音乐史上，朱载堉如果不是第一个系统地提出了音乐教学法的人，也是其间的先行者之一。他作为十六世纪下半叶的音乐家，当时提出这方面的问题，对世界音乐文化史说来也不是后知后觉的。中世纪以前的音乐史中，即使如我国的特殊历史条件那样重视“礼乐”传统，音乐的教学活动也是以“口传心授”为特点的。人存事兴，人亡事废，一切都维系于经验。所以，汉代的制氏家族一遇变故，就造成中断先秦雅乐的后果；唐代宫廷乐工李郎子（生卒不详）逃走，宫廷中的清乐立即失传。唐、宋间（甚至在更早的年代中）记谱法的发展已经提供出比较详细的记写音乐的可能性。但是历史仍然自有规律，音乐教学仍然不能像文学那样积累起循序渐进的书面教材。

历史怎么会允许朱载堉注意音乐教学法的系统化问题的呢？也许是由于他的个人特点？因为他在古代社会的音乐学的发展中是一个广博的、百科全书式的人物？看来这都不是全面的理由。这是明代发生的、而非个人所独有的历史现象。朱载堉之前，已有他的父亲在做这件工作，他是承其父志而更上一层楼的；朱载堉之后，从明末传到日本的《魏氏乐谱》看，明代宫廷中在音乐教学方面也已积累了相应的方法。郑府乐工常向朱载堉请教，这也许直接反映出朱载堉有关建树的影响，但如时势不至，个别人物的创造不是常遭夭折的么？真正的历史原因可能还与明代手工业的发达、商品经济的发展、各种专业分工渐趋细密，因而与扩展了人们的眼光与思维习惯有关。许多伟大学者的成就，常常在他们能够敏锐地抓住历史的契机，当多数人刚刚悟出某项课题的必要性时，他们恰好已经领先做了出来。

如前所述，朱载堉曾为音乐教学编写了大量的乐谱，至今还保存在《乐学新说》、《律吕精义》的《内篇》、《外篇》以及四五种以“乐谱”命名的著作之中。他对循序渐进的教学系统的主张则集中在《律吕精义·外

篇》与《操缦古乐谱》二书之中。

他把歌曲的教学提到了第一位。在《操缦古乐谱》序中总论“乐以人声为主”，强调“永（歌咏）者声气之元，乐之本也”，并对“学乐自赓歌始”作了专题论述，把歌曲的逐句教唱作为初学音乐的门径。

朱载堉更加重视乐器伴唱在歌曲教学中的作用，在《律吕精义·外篇》卷八中着重论述了“弦歌二者不可偏废”的命题，并且采用《康衢谣》、《击壤歌》、《南风之诗》、《夏训》、《商颂》等古歌词，编写了乐谱和乐队合乐谱，作为“教学歌人”之用。他在《乐律全书》中多处强调了“操缦”的基本训练。“操缦”就是弦乐器的定弦与弹奏，学习操缦，意在弦歌，把操缦作为准确地演唱的手段。他多次地重复“论学歌诗六般乐器不可缺”的命题，也是这个意义。明末魏之琰（生卒不详）避难去日本，由他的后人传下了《魏氏乐谱》，从中也可以看出朱载堉为歌诗教学所规定的“乐器不可缺”的主张。魏氏家族的这种传统即使并不直接来自《乐律全书》的主张，也当是明代音乐生活的遗风。

由于对器乐教学的重视，朱载堉对古乐器的制作与演奏技法的研究也作了许多深入实践的探索。他精于研究的主要是当时已经失传了的雅乐乐器，大胆地作出了“夫乐学失传而八音诸器皆非本制”的结论。我们从今天的乐器考古研究中对照明清宫廷雅乐乐器来看，也只能十分钦佩朱载堉这句话的正确无误。他并无我们今天可见先秦考古实物的这个条件，怎能作出正确的判断？秘诀仍在他不是死守书本而是从演奏实践中来观察问题。他认为“先儒不识管”，认为“今舞者所执籥或吹之不成声，恐非古之籥也”，认为“今太常篪围径太粗而又长大，盖误用大尺，非古黍尺也”，这些看法也都十分正确。特别在二十五弦瑟的研究上，他更能针对当时太常所传的错误指法，上考古籍，旁驳某些文人学士出于主观的妄断，深入到实际演奏活动的技法上作了辨正。他反对“黄弦（中弦）不弹”的教条，批评了“太常之瑟右手不鼓小弦，左手不鼓大弦”的论调，认为这些“盖为异说之所惑”。他辩证地解释了《韩非子》中“齐宣王问巨倩”一文中有关这一问题的记述。虽然朱载堉不能像我们一样见到马王堆汉瑟柱位的排列法，因而不知瑟柱应作两行排列，但他审察问题时精于实践的

精神，由此可见一斑了。

自古以来的“口传心授”教学，即使采用了一定的乐谱，也都不用有量记谱法。今人见了古谱如此，误以为古乐都是一字一音；甚至直到现在也还有些学者取这种看法。朱载堉论“弦歌”、论“操缦”，大力批驳了这一谬误，力图在音乐教学中引进尽可能精密的、科学的有量记谱法。

他在《律吕精义·外篇》卷八的《弦歌要旨序》中说：“《周礼·小师》‘掌六乐声音之节与其和’。和者齐声如一之谓也，节者板眼如一之谓也。”又说：“古人于乐重在节奏，今人学歌学琴多无板眼，何也？板眼者节奏之谓也，节奏者操缦之谓也。”他以此批驳古乐无节奏的说法，并在《操缦古乐谱》中用“沧浪之水清兮……”为歌词作曲，谱出了几种不同节拍的例子，供初学者学习。

他解释说：“此亦有断句之操缦。操缦指法或添或减，或断或连，千变万化，板眼不差。”他还增补引用了《周礼》、《仪礼》、《礼记》数处文字，结论性地论证了节奏问题的重要。

朱载堉提出的这个问题，其实在明代的音乐实践中久已提出并已有有心人采用一定方法试行过。早于朱载堉约一个世纪，自中原地区传入朝鲜的乐律理论就是一个证据。这些理论和有关谱式已被朝鲜音乐家成俔（生卒不详）完整地采入《乐学轨范》一书之中。朱载堉在这一方面的建树主要是对节奏问题作了理论高度的音乐学的探讨，并明确地纳入了教学体系。

朱载堉对有量记谱法的重视，还导致了他的另一重要成就，即在本章后文中将要论述到的、采录民间音乐的精确的记谱。

音列、音域与作曲问题

朱载堉作曲甚多，但大都为“教学歌人”而作，他主要是一个音乐学家而不以作曲家名世。作为一个深入艺术实践的音乐理论家，他却是一

个能在作曲问题上尊重艺术规律,摒弃种种教条束缚的人。

古来论乐皆文人,而文人往往并不真正懂音乐。他们耻于下问,不肯向实践者请教,却要装出一副高深莫测的样子,为实践者树立许多障碍和人为的规矩。明代虽也产生过不少大学问家,但也有不少这样的儒者,以致在学术史上出现了尽人皆知的"明儒鄙陋"的情形。

李文利(生卒不详)、张敔(生卒不详)、黄积庆(生卒不详)都号称知乐。他们都宣称,在音列的使用中,变宫音(应钟)以上不许用高音,宫音(黄钟)以下不许用低音。

朱载堉在理论上用律学的根据批驳了这种谬说,又在实践上"引太常乐谱为证"说明这种规定是不符实际的。

李文察自己作曲的《青宫乐章》,用五声音阶配五字句,机械地采用同一个曲调,逐句降低半音,每句旋宫一次,十二句唱到底。这显然是作者本人都无法演唱的、书斋中的理性产物。朱载堉一针见血地说:"文察本不知音,而乃强作解事……鄙俚缪妄,识者无不笑之"。这当然无须再作什么批驳了。《律吕精义·外篇》卷三引录该谱的目的十分明确:"今录为撰者戒",提出了作曲问题上脱离实际的一个典型错误。

把音韵学中的"喉牙齿舌唇"混同于音乐中的"宫商角徵羽",也是文人牵强附会的惯技。有一个叫刘濂的知名文人,强不知以为知地著书立说、讨论作曲法问题。他规定,凡歌词中有某字,即据此字的音韵分类,定其宫商。这种机械的作曲法,当然只能得到可笑的结果。朱载堉以当时众人尽皆承认的明初作曲家冷谦的曲例与刘濂的"作曲法"进行比较,使初学者自然明白应该如何取舍。

更可贵的是,他在《律吕精义·外篇》卷三中提出了"谱无定法,勿惮改定润色"的思想。这位在科学工作上充分表现出创造性的人物,在艺术问题上同样也是毫不保守。他选取了当时认作神圣不可侵犯的《释奠大成乐章》作为乐例,把元代颁行的乐谱与明廷当时所用的乐谱进行比较,说明作曲可以创用不同的方法而精益求精。

采录民间乐曲及其精确记谱

从世界音乐史的全局看，在十六世纪作曲家采用民间曲调并不是个别的先进范例。但是，有意识地标明乐曲的民间来源，作出精确的记谱并刻版传世，用以保存当时民间音乐的原型，恐怕是值得为之大书特书的。（见图 5－11）

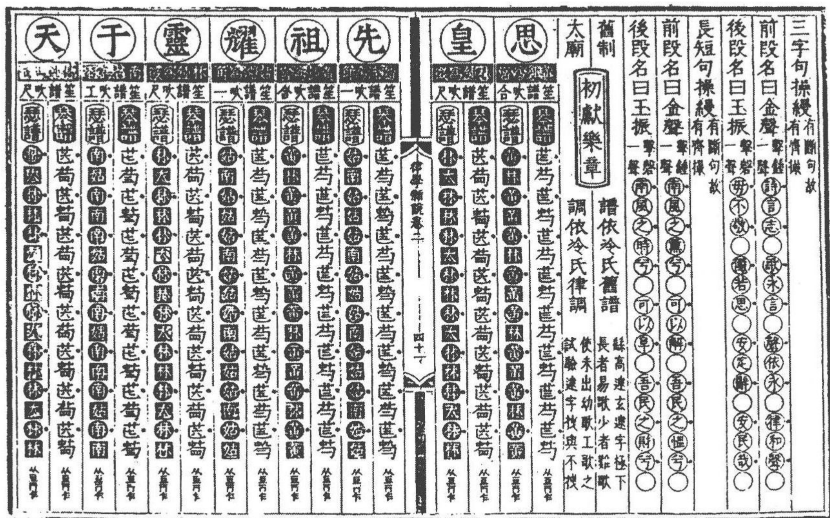


图 5－11　朱载堉采集、明初冷谦作《初献乐章》谱（《律学新说》卷二书影）

当然，朱载堉并不是出于民俗学的目的而为民间音乐记谱的。正如他在律学理论上懂得虚怀下问一样，他是一个深明民间音乐的艺术价值的学者。他想借用民间乐曲的精神，为丧失活力的古乐恢复青春。在《乐学新说》中他曾说过“借今乐明古乐不亦可乎”这样的话，面对当时一字一音的“古乐”演奏实际情况，他在《操缦古乐谱》中又提出了“总论复古乐以节奏为先”的看法。

他在《灵星小舞谱》和《字舞谱》中分别录存了民间曲调，然后总结性

地写道:“凡音之起,由人心生也,人心无古今之异而音岂有古今之异哉?用古之词章,配今之腔调,使人易晓而悟乐之理如此其妙也。”

他为古之词章配曲,《立我烝民》用的是“豆叶黄”腔调,《思文后稷》用“金字经”(图5-3),《古南风歌》用“鼓孤桐”,《古秋风辞》用“青天歌”,正是为了他的音乐艺术古今观的理想而在从事创造性的活动。

他是一个有科学头脑的创造家。他如此想,如此做,同时又不曾采取强使民间俗乐附庸风雅,含糊改名,混淆古今的做法。

他在四首配曲的“古之词章”之后,每一次都单独地列出了该民间腔调的“鼓板节奏谱”。这就是:

豆叶黄三十二拍鼓板节奏谱(图5-5)。

金字经二十四拍鼓板节奏谱。

鼓孤桐四十二拍鼓板节奏谱。

青天歌五十四拍鼓板节奏谱。

朱载堉为迄今已达四百余年之久的民间乐曲留下了这四篇精确记谱,是音乐史上不可多得的宝贵财富。

六　文学、舞蹈与绘画

如前所述，朱载堉是位音乐家、乐律学家、乐器制造师、科学家，本章述及他在文学艺术方面的成就。他还是个诗人，创作了流传至今的大量歌词；他是中国历史上舞谱的集大成者，在白描绘画上也颇有建树。

文　学

在我国文学史上，明代出现了一个新的繁荣局面。从明中叶开始，资本主义因素萌芽，商品经济发展和市民意识的成长，反映在文学上，旧体诗歌处在衰落阶段，代之而起的是长篇和短篇小说成批涌现，民间文学和歌谣大量出现，各种文学形式争妍斗艳、丰富多彩。特别是来自劳动人民和市民阶层的民间俗曲和歌谣，以盛旺的生命力活跃在城市集镇和农村田野。明末沈德符（1578—1642）在《野获编》中写道："嘉、隆间，乃兴《闹五更》、《寄生草》、《罗江怨》，《哭皇天》、《干荷叶》、《粉红莲》、《桐城歌》、《银纽丝》之属，自两淮以至江南，渐与词曲相远……又有《打枣竿》、《挂技儿》二曲，其腔调约略相似，则不问南北，不问男女良贱，人人习之，亦人人喜听之，以至刊本成帙，举世传诵，沁人心腑。"可见，歌曲在当时的文坛上占有重要位置。

生活在这个时代的朱载堉，运用当时的民歌形式，创作了不少曲词。

流传至今的有《醒世词》一册,内载曲词七十三首。其中二十一首由路工先生编入《明代歌曲选》中①。据路工先生证言,朱载堉的《醒世词》深得人民的喜爱,它在河南、山西一带民间被辗转传抄。清道光元年(1821),河南一位不闻名的儒生贺汝田,将其收集的部分抄本加以选编,雕版成书,并作序说:"此书流布人间,俱系抄本……余搜寻数本,考校选择,刻此七十三条。"可见,原抄本绝不止七十三首(见图6-1)。

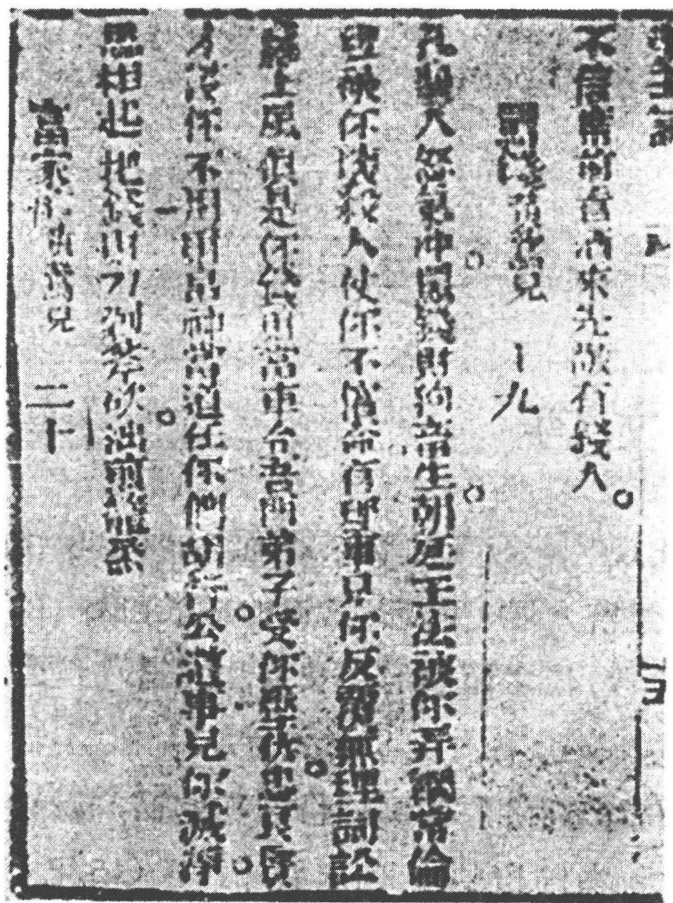


图6-1　清道光元年刻本《醒世词》

① 路工编:《明代歌曲选》,上海古典文学出版社,1956,第73—79页。

在这七十三首曲词中，有一些可能是朱载堉自己的生活经历和性格特点的写照。他在《黄莺儿：求人难》一曲中写道：

自己跌倒自己爬，指望人扶都是假。至亲人说的是隔山话，虚情儿哄咱，假意儿待咱，还将冷眼观。时下且休夸，十年富贵，再看在谁家？

跨海难，虽难犹易；求人难，难到至处。亲骨肉深藏远躲，厚朋友绝交断义。相见时项扭头低，问着他面变言迟。俺这里未曾开口，他那里百般回避。锦上花争先添补，雪里炭谁肯进去。听知！自己跌倒自己起，指望人扶耽搁了自己。

从朱载堉的家世中，我们知道，其父朱厚烷因规谏好道教、喜奢侈的世宗朱厚熜而为其所恶。同族人祐橏夺爵心切，又对厚烷落井下石，诬告厚烷有叛逆罪，致使厚烷被削爵并禁锢高墙。此时载堉筑土室于宫门外，席藁独处十九年。曾经显赫的王子瞬息间成为庶人。当时载堉才十五岁，全家所经受的种种折磨和苦难是可想而知的。在载堉感到艰难的日子里，"至亲人"的虚情假意、白眼翻飞，"亲骨肉"的回避躲藏、断绝往来，这样的情景朱载堉不知经历了多少。他体会到，那满嘴的"仁义"原是"锦上花争先添补，雪里炭谁肯送去"的市侩诀窍。他也识破了那"跨海难，虽难犹易；求人难，难到至处"的皇宗王族的人伦真谛。他终于得出了这样的为人之道："自己跌倒自己爬，指望人扶都是假"，"自己跌倒自己起，指望人扶耽搁了自己"。这是封建时代的处世警言，也是朱载堉自强不息的肺腑之言。在这里，朱载堉表现出一种自我崛起的勇气；也表现了在艰难时刻憧憬未来的信心。他说："时下且休夸，十年富贵，再看在谁家？"这首词，从一个侧面揭露了封建仁义道德的虚伪性，也对一个失势王子的处境和内心世界刻画得惟妙惟肖。

然而，朱载堉的可贵之处在于出淤泥而不染。即使在强大的皇宗王族势力的迫害之下，他依然宣称要做一个正直人。在《诵子令：讥谄神》中他写道：

不孝漫烧千章纸，亏心枉爇万炉香；神明本是正直做，岂受人间枉法赃？

不做不孝事，不做亏心事，要做就做正直人！就这是朱载堉的为人之道。我们从朱载堉的这个人生哲理中，可以窥见到，他三番五次辞让国爵的某些真实原因；也可以想象到，他的父亲厚烷所以敢于上进规谏书的胆量和勇气；同时也看出，他的外舅祖何瑭为什么在职时敢于顶撞把持朝政、号称"刘皇帝"的太监刘瑾，罢官后家徒壁立，仍怡然自乐。"正直"二字，牵动了三代人的神经，也维系着他们的健全的脑髓。

对于那种终日在算计他人并一时得志的小人，朱载堉在《黄莺儿：戒得志》中写道：

堪叹世情疏，但得志，气儿粗，从前亲友全不顾。穿一领好衣服，动不动赤着膊，开口便讲谁穷富。真臭物！坐井观天，笑杀俺大丈夫。

朱载堉以犀利的笔锋揭露了资本主义因素萌芽时期的种种社会现象。他在《山坡羊：钱是好汉》中写道：

世间人睁眼观见，论英雄钱是好汉。有了他诸般趁意，没了他寸步也难。拐子有钱，走歪步合款。哑叭有钱，打手势好看。如今人敬的是有钱，蒯文通无钱也说不过潼关。实言，人为铜钱，游遍世间。实言，求人一文，跟后擦前。

"人为铜钱，游遍世间"，"求人一文，跟后擦前"。这种现象在牢固的封建土地关系的束缚下是不大可能出现的。只有随着商品经济的繁荣，土地、物产、工具、劳动力甚至人本身都可以成为商品或金钱的奴仆时，人们才能离开那原来被认为财宝的土地，而到处为金钱奔走呼号；随着商品而起的市民意识，自然要为一文钱而仰人鼻息。在某种意义上说，钱当然也是封建经济关系中的一个护身符，但是，在牢固的封建经济形态中，至少从思想意识上看，土地是至高无上的财宝，人们追求的是土地，金钱必须转换成地产才会令人起敬。当时"一条鞭法"的施行，促使人们将土地、物产等兑换成银钱，加深了钱在人们心目中的地位。因此，人们的观念变化了，"论英雄钱是好汉"，"如今人敬的是有钱"了。朱载堉以民间的通俗语言揭露了从嘉靖到万历年间人们的观念变化。这种变化和当时的经济结构在许多地区发生变动是不无关系的。朱载堉恰好生活在这个

短暂的资本主义因素萌芽时期，只有深刻的感受才能使他写出这样脍炙人口的歌词。

在这样的经济结构变动时期，一些固守封建土地关系的乡村豪绅，或者因为受到商品经济的冲击，或者因迫于皇室、官府的野蛮的土地兼并而破产，因此，"有钱的受穷"。在市民阶层中，也由于贪官的掠夺、奸商的敲诈、繁重的苛税，使绝大部分市民终日忧愁于温饱。其中的一些市民还处在发财的梦境之中，或者一些破落多年的地主豪绅在心头还残存不死的灰烬，于是，他们"无钱乍有钱"。朱载堉在《夹榆头》①和《黄莺儿：穷而乍富》中分别刻画了这样的两种人。

有钱的受穷，好是鬼偷生。不和亲邻少宾朋，起了些没要紧的瞎五更。看人时只在门儿缝，买豆腐另锭苛加三秤。锅儿里十年到有九年清，又不是吃斋入定。一块羊肉擦嘴一冬，对人说大费用："朝朝不离腥。"

（《夹榆头》）

无钱乍有钱，逞乖华，卖狼烟，人间你是现世现。穿一领丝绵，发几句狂言。扭腰趔胯人前站，几文钱？穷而乍富不说那几年。

（《黄莺儿：穷而乍富》）

朱载堉在这里暴露了他们的丑恶嘴脸，也表现了他对这些人的厌恶。

在朱载堉的作品中，从生活中微细处入手，淋漓尽致地揭露了穷富之间的尖锐矛盾。他在《山坡羊：富不可交》中写道：

劝世人，休结交有钱富汉。结交他，把你下眼来看。口里挪肚里僭，与他送上礼物，只当没见。手拉手往下席安，拱了拱手，再不打个照面。富汉吃肉，他说："天生福量。"穷汉吃肉，他说："从来没见。"似这般冷淡人心，守本分，切不可与他高攀。羞惭，满席飞锺，转不到俺跟前。羞惭，你总有银钱，俺不希罕！

在《叹人敬富》②中他又写道：

① 曲名原已佚。

② 曲名原已佚。

劝人没钱休投亲，若去投亲贱了身。一般都是人情理，主人偏存两样心。年纪不论大与小，衣衫整齐便为尊。恐君不信席前看，酒来先敬有钱人。

朱载堉虽然不明白这矛盾的根由，但他把这种矛盾现象刻画得入骨三分。这个矛盾，即使至亲好友、年龄长幼，甚至送礼上门，也不能把它的观念鸿沟填平。有无银钱使这条鸿沟泾渭分明。朱载堉的解决办法是，“劝世人，休结交有钱富汉”，“劝人没钱休投亲”。就是说，不要跟富人来往。那么，穷人是否可以期待富人的施舍呢？朱载堉的看法是“休望人”。他写道：

指望人家衣，冻的我咳嗽打颤。指望人家食，饿的我肝肠气断。指望人家耕牛，荒坏了我的田园。指望人家财帛，哄的我脚手撩乱。如今人敬的是有钱，弃的是穷汉。人有了钱，邓通说话也新鲜。听言但有银钱，白丁做官。听言！只说时运，休提炎寒。

（《山坡羊：休望人》）

这首词，深刻地揭示了天差地远的穷富之别。它好像一幅图画，一边是挨冻受饿、田园荒芜的穷汉，一边是腰缠万贯、锦帛附体的富翁。穷苦人被弃之市野，有钱人白丁能做官。这正是明朝中晚期社会现实的真实写照。

在朱载堉生活的时代，上至天子、阉党，下至地方官吏，都穷凶极恶地搜刮民脂民膏。据《明史》载，皇庄田产四处遍布，数以万顷计之。只一个福王分封，就“括河南、山东、湖广田为王庄，至四万顷”。那些管庄官校也为虎作伥，欺诈人民，他们“招集群小，称庄头、伴当，占地土，敛财物，污妇女。稍与分辨，辄被诬奏。官校执缚，举家惊惶”①。神宗朱翊钧“赉予过侈，求无不获”。“王府官及诸阉丈地征税，旁午于道，扈养厮役廪食以万计，渔敛惨毒不忍闻。驾帖捕民，格杀庄佃，所在骚然。”②为了挥霍、奢侈的需要，天子刮尽库银，阉官盗窃内库。世宗朱厚熜以严嵩为

① 《明史》卷七十七，《食货志》。

② 《明史》卷七十七，《食货志》。

相，文武将吏，多出严嵩门下，官吏迁擢，唯贿是问。神宗帝"以金钱珠玉为命脉"[1]，以致拷掠宦官，"有献则已，无则谴怒"[2]，更有甚者，"视商贾懦者肆为掠夺，没其全赀。负戴行李，亦被搜索。又立土商名目，穷乡僻坞，米盐鸡豕，皆令输税"，"又假买办、孝顺之名，金珠宝玩、貂皮、名马，杂然进奉，帝以为能"[3]。为了银钱，真是横征暴敛，无恶不作。对于这一切，朱载堉定当耳闻目睹。他借孔夫子之口，对这个社会表示了最强烈的反叛和控告。他在《黄莺儿：骂钱》中写道：

孔圣人怒气冲，骂钱财：狗畜生！朝廷王法被你弄，纲常伦理被你坏，杀人仗你不偿命。有理事儿你反复，无理词讼赢上风。俱是你钱财当车，令吾门弟子受你压伏，忠良贤才没你不用。财帛神当道，任你们胡行，公道事儿你灭净。思想起，把钱财刀剁、斧砍、油煎、笼蒸！

表面上骂钱，实际上是对那个社会的愤怒的诅咒。曾经受过迫害的朱载堉一家，对于这种社会状况自然有所觉察。朱载堉及其父，一生布衣蔬食，朱载堉本人不仅让出郑王国爵，甚至抛弃东恒郡王的所有财产，过着与世无争的清贫日子。这些行动的确不为当时许多人所理解。从这里看来，他所以让出爵位，大概是不愿与自己所痛恨的"钱财"、"官势"、"皇宗"之类为伍的一种果决的表示。他清楚地看出，为了金钱，形形色色的魑魅魍魉在干着伤天害理的事。他诅咒钱，也诅咒当时的社会是个鬼的世界。他写道：

楞憎鬼从天降下，阴司鬼来阳间做吓？医睁鬼不曾捶醒，混账鬼不论上下，尖倘鬼到处磨牙，轻薄鬼溜溜拉拉，大头鬼善会妆判，无眼鬼支了此瞎架，树耐鬼动不动胡拿，油炸鬼支溜扒叉。听咱！天穹鬼没个波查；听咱！狂帐鬼叫吃的甚么？

（《山坡羊：十二鬼》）

---

① 《明史》卷二百三十七，《田大益传》。
② 《明史》卷二百三十四，《雒于仁传》。
③ 《明史》卷八十一，《食货志》。

在朱载堉的作品中还鞭笞了各种各样的社会蛀虫，如贪得无厌的地痞，终日梦想官势钱的恶棍，形形色色的小人、无赖和市侩。这些曲词，读起来令人痛快，让人感到一种文学艺术的享受。

朱载堉的文学作品，说了人民要说的话，谱写了人民喜爱的歌曲。他的作品，揭露了当时社会的黑暗，攻击了吃人的封建统治阶级；痛诉了人民的苦难和不幸，反映了人民的愿望；同时，也在一定程度上暴露了市民阶层的唯利是图、损人利己的落后性。王子载堉的作品，是从上层封建统治阶级的宝塔中呼唤而出的反叛声，是杀向封建的顽固堡垒的回马枪。他的文学语言，大都是劳动群众生活的提炼，不仅通俗、简洁、朴素，而且极易为劳动群众所熟记。这一切，使得他的作品长期为人民所传诵，成为明代文艺园地中的一朵鲜葩。

从内容看，《醒世词》是朱载堉青壮年时期的作品。他在此时期经历了郑王夺爵、席藁独处的岁月。走出王宫，接触社会，目睹百姓，方有是作。这些歌词，和他的“狂生”、“山阳酒狂”的身份完全一致。然而，在他少年时期，他曾写下忠厚、温雅的《补亡诗》二十五首。

据《郑端清世子赐葬神道碑》载，朱载堉在请名之后、请封之前，亦即其10岁之前，曾一度爱诗，念诗，以至于其父郑恭王厚烷颇为欢喜，并说：“鞠子学诗耶，令咏长至日。”意思是说：“稚子学诗了，让老师天天教他诵诗、作诗。”留存至今的朱载堉《补亡诗》25首，是仿《诗经》“小雅”篇而作。据历代文儒言，小雅篇中亡《南陔》、《白华》、《华黍》、《由庚》、《崇丘》和《由仪》六篇[①]。《补亡诗》一名由此而来。《诗序》说：

> 《南陔》，孝子相戒以养也。《白华》，孝子之洁白也。《华黍》，时和岁丰，宜黍稷也。有其义而亡其辞。
>
> 《由庚》，万物得其道也。《崇丘》，万物得极其高大也。《由仪》，万物之生各得其宜也。有其义而亡其辞。

朱载堉就是据此意而填写诗词的。《补亡诗》表明，他不仅熟读《诗经》300篇，而且能逼真形象地仿作。作此25首诗时朱载堉不会超过15

① 向熹：《诗经词典》，四川人民出版社，1986，第315页或589页。

岁。原因有两个：一则，诗的原意讲孝道，讲万物丰长、君臣父子之伦理，让未成年人学作这类诗影响深远长久；二则，15 岁后的朱载堉，因家事变故，绝无心作此类诗；待家和爵复，其志向已在乐律而不在诗文了。需要指出的是，他虽将其诗名谓之“补亡”，但《诗经》未必亡此六篇。一些大儒，如宋代朱熹以为，这六篇非诗，而是唱颂《诗经》时用作演奏笙等乐器的曲调名，歌笙合奏。朱熹此说是据《仪礼·乡饮酒》中的一段文字：

工歌《鹿鸣》、《四牡》、《皇皇者华》，笙《南陔》、《白华》、《华黍》；乃工歌《鱼丽》，笙《由庚》；歌《南有嘉鱼》，笙《崇丘》；歌《南山有台》，笙《由仪》。

换句话说，这《南陔》等六首曲是为《鹿鸣》等六词而配的。纵使如此，朱载堉在学《诗经》的同时，能作出类似《诗经》之诗，已是非凡之天才了。

我们从他的 25 首诗中抄录几首如下，供读者欣赏评说。

南陔三首

南陔有风，吹彼芑棘。厥景娑娑，欲静弗得。孝子事亲，当竭其力。父母之恩，昊天罔极。

南陔有风，吹彼桑梓。慕我父母，终身敬止。勖哉伯仲，以及娣姒。恪尔晨昏，絜尔甘旨。

景薄桑榆，日亦云暮。父母俱存，兄弟无故。虽有至乐，宁不深虑。一则以喜，一则以惧。

白华五首

嗟彼白华，莹然如玉。君子立身，必慎其独。无贻亲辱。

嗟彼白华，莹然如琇。君子立身，必谨所守。无贻亲咎。

嗟彼白华，莹然如霜。君子立身，如圭如璋。为亲之光。

嗟彼白华，莹然如雪。君子立身，清清洁洁。庶无玷缺[①]。

---

① 缺：读 quē，同“缺”。

嗟彼白华，莹然如冰。君子立身，战战兢兢。庶无怨憎。

崇丘四首

瞻彼崇丘，积土成高。相彼大海，积水成涛。

卷石积多，其形嵯峨。勺水积久，势若江河。

宝藏货财，靡所不足。积善之家，必有余福。

鸟兽鱼龙，咸遂其性。积善之家，必有余庆。

《补亡诗》收录在清代朱彝尊所编《明诗综》卷二中①。朱彝尊（1629—1709），清代文学家，字锡鬯，号竹垞，浙江秀水（今嘉兴）人。康熙十八年（1679）以布衣举博学鸿词科，授检讨。参与修撰《明史》。室号曝书亭。学问博洽，精于金石考证，长于古文诗词。其时号称"南朱北王"，"王"即王士禛。朱彝尊对朱载堉《补亡诗》评论道：

世子研精乐典，按律审音，察及铢黍。历辨刘歆、何妥、李照、范镇、陈旸、蔡元定之失。近代若李文利、李文察、刘濂、张敔，皆驳其非。所著《乐书》，历论宜采入国史。迹其《补亡诗》六篇，概括古训，比之夏侯湛、束皙，似为过之。至于念严君之囚，席藁门外，因长幼之序，让国盟津，尤非人所几及。

在朱彝尊看来，《补亡诗》25 首，"概括古训"，实属难得。若将其与魏晋间文学家夏侯湛（243—291）、束皙（261—300）等人的《补亡诗》相比，就逊色几分。自然，一个少年之习作是不能与成人文学家相比的。

至于朱载堉的《醒世词》，为人所知。尤其在豫西北，为老少传诵。陈万鼐先生对《补亡诗》和《醒世词》作了如下比较：

《补亡诗》二十五首中，那是何等肫挚、忠悃、孝友、和穆，哪像《醒世词》字里行间嫉世妒俗，充满怨怼心理，岂不有失学者与世无争、韬光晦迹的老人的身份②。

如前所述，《补亡诗》是朱载堉少年学诗而作，其"肫挚、忠悃、孝友、

① 朱彝尊：《明诗综》卷二，《郑世子载堉补亡诗二十五首》，《四库全书》本。

② 陈万鼐：《朱载堉研究》，第 235 页。

和穆”之主题，是《诗经》“南陔”等六篇之要求。如不以此为主题，则不能以“南陔”等六篇冠名。而《醒世词》当是朱载堉壮年之所为，他历经18年磨难，体察到民间百姓喜怒哀乐之景象。他作《醒世词》目的并非结怨泄仇，也非与世有所争，而是在于“相劝、相戒”世人世事，忍让求安、勤奋劳作等；自然，也揭露了人世间贪婪求富、富贵不平等各种丑陋现象。《醒世词》中通俗、民间的语言是朱载堉壮年所喜爱的文化，也是经历苦难后的朱厚烷所喜好的文化。《醒世词》又称《郑王词》不无道理。我们仔细阅读他们父子俩合作的《操缦古乐谱》中一段文字，对《醒世词》的疑惑之心或可解也。该书“论学乐自赓歌始”，以为《尚书》中所谓“九歌”，乃君臣相戒之歌，本为下人、田野之歌。朱载堉遂以《尚书》传注中“股肱喜哉元首起哉”文字配曲，以作赓歌。并写下一段文字如下：

朱熹曰：“（九歌）恐是君臣相戒如赓歌之类。”臣亦以为然也。又按，“元首”两字，俗呼为头的是也；“股肱”两字，俗呼为手足的是也。有天下之元首、股肱，有一国之元首、股肱，有一家之元首、股肱，有一身之元首、股肱。赓歌所指，乃总括言之也。盖舜说道：凡一切世间事，为手足的皆喜为之，故为头的由是兴起，而百般工作皆广矣。皋陶说道：凡一切世间事，为头的又明晓，为手足的又能，则诸般事业皆安矣。假若为头的又烦琐，为手足的又懒，则万事废坠矣。概指一切世事而为相劝、相戒，是以此歌，人人可歌，家家可诵。

即使今天，我们仍将本单位、本部门领导，甚至国家元首俗呼为“头儿”。更不能将喊领导为“头儿”者一概斥为对领导妒嫉怨怼。读此段文字，方知“为头的”一词乃源于近500年前之民间语言，朱载堉甚至将其追溯到传说中的舜帝、皋陶时代。朱载堉出于“相劝、相戒”之心，以民间语言写下《醒世词》，本与“老年”、“壮年”毫不相干，乃其良知所致也。《股肱喜哉》歌词如下：

股肱喜哉，元首起哉，百工熙哉！

元首明哉，股肱良哉，庶事康哉！

元首丛脞哉，股肱惰哉，万事坠哉！

倘若将其译成白话或民间语言，将“元首”代之以“头儿”，“股肱”代

之以"手足",不就是"醒世"之词吗？作《醒世词》以令人相劝、相戒,使之人人可歌,家家可诵,理应是为民众、为社会之平安和谐所做的好事、善事。

不能以为朱厚烷、朱载堉父子是天潢贵胄,便整日肃穆如佛庙前门之四大金刚。同在《操缦古乐谱》中,他们写道:"譬如学急口令、偷换气,则罚之学吹笙。"由此可联想朱氏父子在家中练习绕口令,或其一人因"偷换气"而被罚学吹笙的情景,不觉令人莞尔。

舞　蹈

在艺术上朱载堉是个能歌善舞的全才。《乐律全书》十四种,有四种是专门叙述舞蹈内容、绘制舞谱。其目的全在于教人学舞。这四种书分别为《六代小舞谱》、《小舞乡乐谱》、《二佾缀兆图》和《灵星小舞谱》。此外,在《律吕精义·外篇》中以两卷篇幅对舞蹈作了理论探讨,并绘画舞谱纲目图。他的这些工作,在中国舞蹈史和文化史上具有相当重要的地位。

朱载堉自认为,有关舞蹈著作多涉"小舞"。所谓"小舞",他说:

> 岂异于大舞哉。以其无佾数,独一人舞,故谓之小舞耳。或云年幼,十三已上教之至二十,然后教以大夏等大舞。大舞支派,别主名号。以教年少者为小舞。①

中国古代的舞谱是以舞蹈分动作的素描图画,或此种图画加之简练文字说明,或以简练文字和乐谱相结合,将整个舞蹈描绘出来。对于"简练文字",必先有舞蹈分动作绘画于之定义;然后,指出这些文字方能知晓孰何种动作。朱载堉以"四纲八目"作为舞谱分动作图画的定义。他写道:

> 四势为纲,象四端也:

① 朱载堉:《律吕精义·外篇》卷十,《论舞学不可废第八之下》;也见《六代小舞谱》。

一曰上转势，象恻隐之心；

二曰下转势，象羞恶之义；

三曰外转势，象是非之智；

四曰内转势，象辞让之礼。

此四势象四端。舞谱谓之送、摇、招、邀。上转若邀宾之势，下转若送客之势，外转若摇出之势，内转若招入之势。

八势为目，象五常三纲也：

一曰转初势，象恻隐之仁；

二曰转半势，象善恶之义；

三曰转周势，象笃实之信；

四曰转过势，象是非之智；

五曰转留势，象辞让之礼。

此五势象五常。朱熹《诗传》释"辗转反侧"四字之义曰，"辗者转之半，转者辗之周，反者辗之过，侧者转之留"。舞谱借此四字之义，明古人舞法。转之一言，众妙之门也。

六曰伏睹势，表尊敬于君；

七曰仰瞻势，表亲爱于父；

八曰回顾势，表和顺于夫。

此三势象三纲……五常三纲共为之目，总以四端，为之纲也。①

在这里，我们要指出，舞蹈总是对客观世界、理念世界或感情世界的艺术性表述。这种表述又都受到一个特定社会的"理"的约束。因此，朱载堉将各种舞蹈动作陈述为"象五常三纲"就不足为怪了。譬如"回顾势，表和顺于夫"；即使在今天的歌舞中也是常用的表现手法。歌舞《二人转》中，夫妻间就是以"回顾势"来表达他们之间的某些感情。当然，今天我们感兴趣的是，在舞谱中所叙述的各种动作规范。这些规范，随着文化的进步和发展，会变得日益复杂和多样化。但是，一个特定时代的舞蹈动作规范是该时代舞蹈水平的反映。

① 朱载堉：《律吕精义 · 外篇》卷十，《论舞学不可废第八之下》；也见《六代小舞谱》。

以四纲配八目，例如“上转势”与“转半势”、“转周势”等匹配，有“上转转半势”、“上转转周势”等等，就有32帧基本动作图。《律吕精义·外篇》卷十和《六代小舞谱》二书中，都曾画出32帧图以说明并规范这些动作（图6-2）。前书各以32帧图描绘“大袖敛手舞”和“小袖展手舞”两个舞谱。

《六代小舞谱》的“六代”，指轩辕、尧、舜、夏、商、周。各代舞俱不同。轩辕舞道具为帗，称帗舞或云舞；舜舞无道具，就称人舞；夏舞以羽为道具，又称羽舞；商舞道具为旄，称旄舞；周舞以干戚为道具，又称干舞、大武舞。四纲八目，配以六种道具，共有图4×8×6=192帧图，外加10帧图单独示舞具和队列，共202帧图。今日舞蹈家据此图谱可以重复去演朱载堉设计的舞蹈。

根据四纲八目的舞蹈分动作图，也可以用简单几个字说明舞之动作。在乐谱、节奏谱上注明这些动作，如外转、内转、折旋、递移等，这种谱就成为歌舞总谱，或称为歌舞全谱（图6-3）。谱中歌到何处，舞作何姿，一目了然。《小舞乡乐谱》就是这种舞谱。它原是采集乡俚野俗的乡人舞。朱载堉以《诗》中二南（“周南”、“召南”二首）为歌，使“小舞乡乐”为士庶通用。该书还集前代诸家教舞方略七条，书末列出教学舞蹈之乐器与适宜的人数。

《二佾缀兆图》的特点是，以舞鞋表示舞人所在的方位及姿态。“缀兆”是指舞队行列。图中所绘舞鞋为草履，以示舞之源在民间（图6-4）。该书绘有71帧图。

《灵星小舞谱》中的“灵星”二字，意指汉代祭祀农神后稷而建的灵星祠。该书中记述两个舞谱：

其一，以16个男童表演农田耕作至收获的全过程，包括“芟除、耕种、芸（通耘）耨、驱爵（雀）、穫（获）刈、舂簸”的劳作舞蹈。舞具均为劳动工具之象。如锄、铲、镰、枷等。乐器有钟、鼓、鞉、板各一，双管或单管一两副，随地而用，或笙或管均可，不需多，宜从简便。舞曲为《豆叶黄》，收曲为《金字经调》。朱载堉在序中说，该舞在民间称为“村田乐”（图6-5）。其图谱合280帧。20世纪40—50年代之间流行的《兄妹开荒》与此

图谱颇相似。

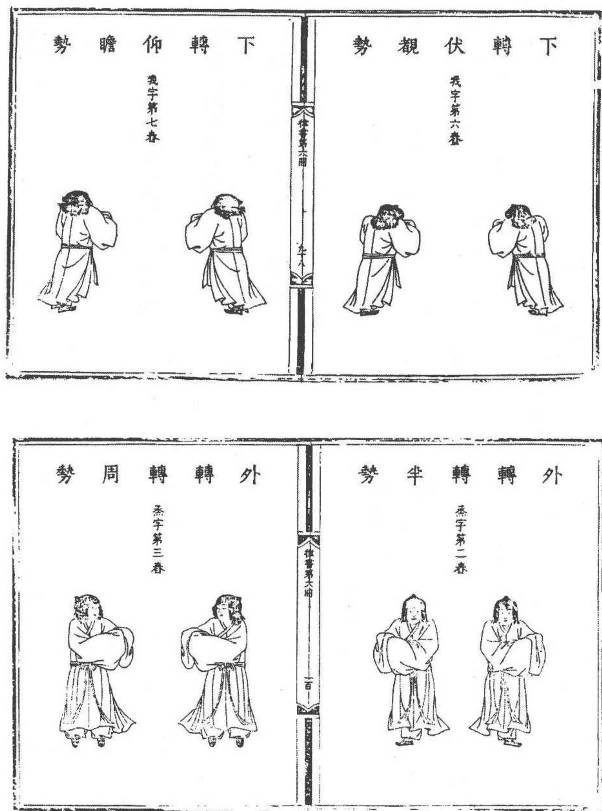


图 6－2　朱载堉舞谱：纲目相应的舞蹈分动作图
（《律吕精义·外篇》卷十书影）

其二，“天下太平”字舞谱。16 个徒手男童，分 4 佾 4 列，通过舞蹈过程逐一排成“天”、“下”、“太”、“平”四个字。由舞蹈而组成一个文字图样，朱载堉称其为“字舞”或“字舞谱”，今日泛称为组字舞。天下太平字舞（图 6－6）的舞曲为《鼓孤桐》，收曲为《古秋风辞》（调寄青天歌），其图计 80 帧。近代摆字造型的团体操或舞蹈与此不无传承关系。

这两个舞谱是我国历史上最详尽的舞蹈图。

对于舞蹈本身，朱载堉还有一精辟见解。他认为，有舞必有“转”，舞

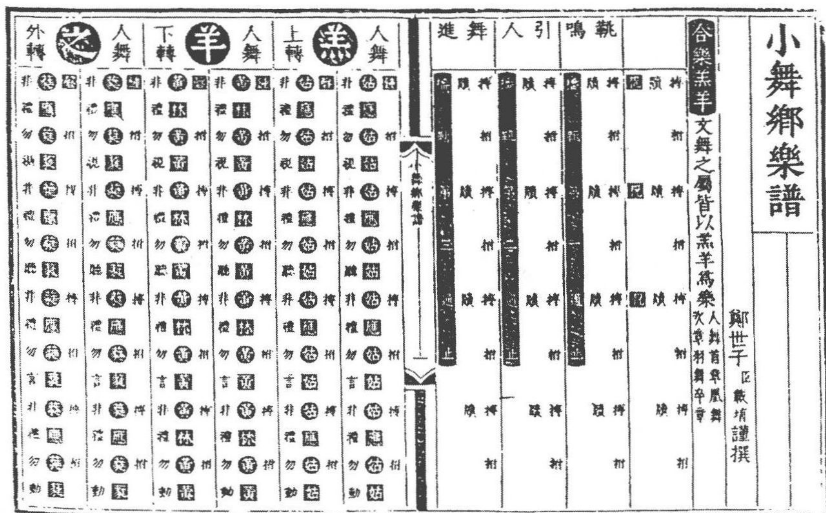


图 6－3　歌舞全谱《羔羊》(《小舞乡乐谱》书影)

者的旋转动作、速度变化，是舞蹈中最为奥妙、神奇的“众妙之门”；明代宫内“学舞又不肯转”，这是古法失传所致。《六代小舞谱·序》中写道：

> 古人学歌以“永”之一字为众妙之门，古人学舞以“转”之一字为众妙之门。何也？所谓歌者，五声六律，千变万化，举要言之，不过一气“永”长而已；所谓舞者，三迴九转，四纲八目，举要言之，不过一体旋转而已……今人学歌而不能“永”，学舞又不能“转”，此所以失传也。

舞蹈中最为炫目的部分无疑是旋转及其速度，配以肢体动作的变化，往往令人神往入奇。作为众妙之门的旋转动作，不仅区分了雅舞与俗舞，也区别了欧洲中世纪教堂舞和民间舞。它还是古典舞与现代舞（如芭蕾）的重大区别之一。朱载堉在400多年前提出的旋转为舞蹈众妙之门的见解，其艺术眼光确实比他人深远。

朱载堉提出“舞学”一词，为此拟定“舞学十议目录”①。“舞学”既可以是“舞蹈学校”、“学习舞蹈”之简称，也可能是一门知识或学问的“术

① 朱载堉：《律吕精义·外篇》卷九，《论舞学不可废第八之上》。

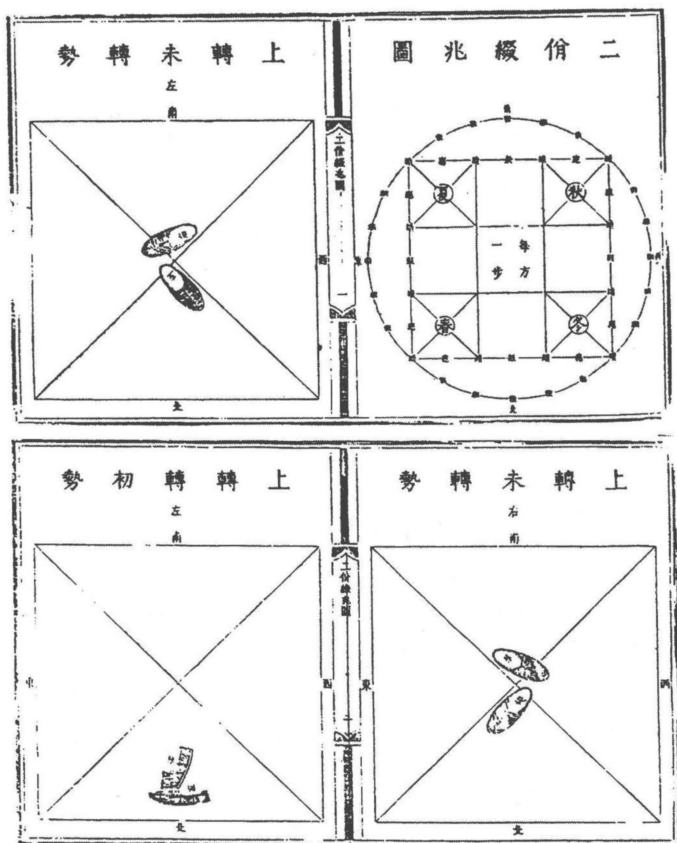


图 6－4　舞谱之一(《二佾缀兆图》书影)

语”。其“十议”包括:

一、“舞学”,此指舞蹈学校或舞蹈场所,宜“清幽洁净之处”。二、“舞人”,指“教”与“习”舞蹈之人。“吹者弹者,歌者舞者,总而计之得数十人,宜效南方结为诗社,先使诵诗读书,而兼习乐习舞。不拘士农工商之子,皆可入社。但择颇有德行,人所爱敬者,最好勿用轻薄无赖之人”。三、“舞名”,指舞蹈的具体名称及其分类。四、“舞器”,即今所谓舞具。五、“舞佾”,舞蹈队列。朱载堉说:“舞佾行列,盖取算术开方之法,纵横相等,四面皆方,犹俗称所谓棋盘纹也。”这是中国古代轴对称美学观在

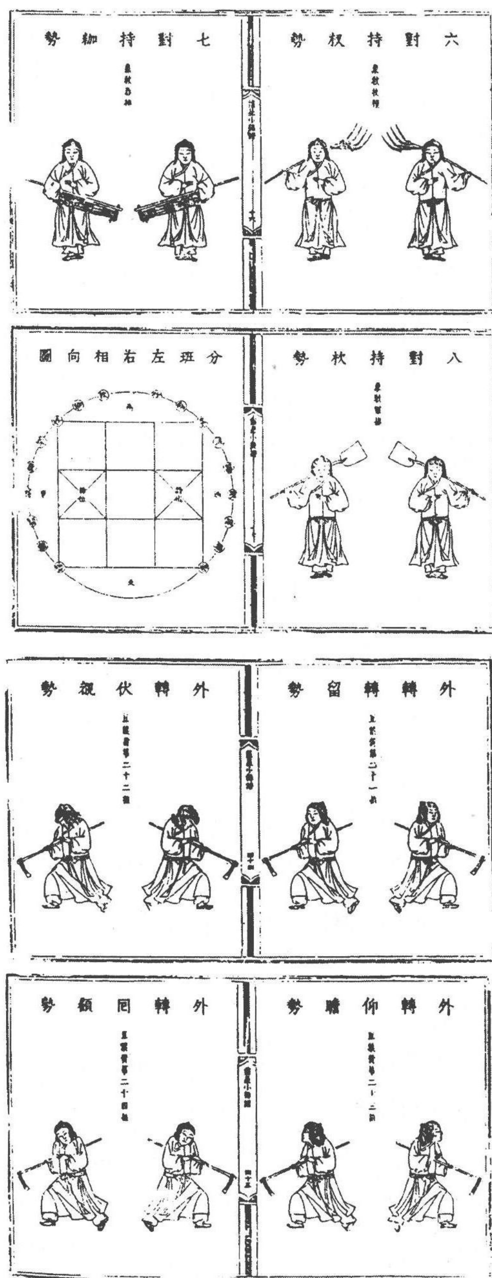


图6-5　朱载堉绘《村田乐》舞谱之部分
（《灵星小舞谱》书影）

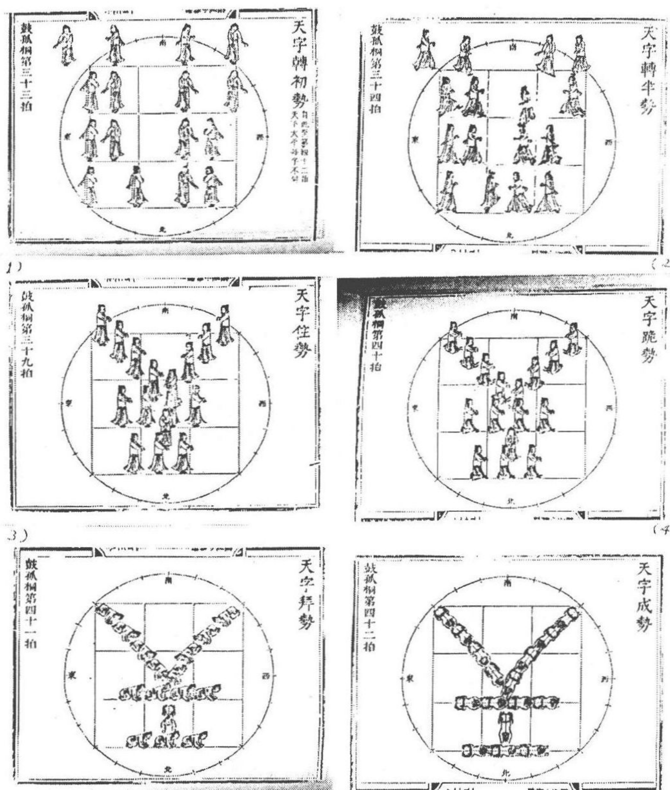


图 6－6　天下太平舞“天”字舞谱之一部分
（《灵星小舞谱》书影）

舞蹈艺术上的体现。六、“舞表”，包括表演场地、与内容相宜的舞具、队列变化（缀兆）等。七、“舞声”，包括咏诗、器乐与歌唱。八、“舞容”，指舞蹈本身的观念、概念或其内涵。九、“舞衣”，舞蹈者的衣服。十、“舞谱”，某一舞蹈从始至终的动作设计图。这设计图既可以是简练的文字术语，也可以是人体图画或身体某一部分所展示的动作过程；更有仅以几何图画（线段、曲线、圆、弧、螺旋线等）展示舞蹈的图谱。限于时代局限，朱载堉没有作出这种几何舞谱，但他是 19 世纪之前，最详尽绘制舞谱的人。

应当指出，有关舞蹈和舞谱的论述，在朱载堉之前，或多或少已有所

论述。比朱载堉早些时候，即嘉靖中，韩邦奇（1479—1555）在其著《苑洛志乐》中以人物舞蹈画的形式描绘两个舞蹈，但未提出任何理论。嘉靖中为国子监生的昆山人张敉（原名张献翼），撰《舞志》12 卷。它以韩邦奇《苑洛志乐》为本，杂引史传写成此书。内分：舞容、舞位、舞器、舞服、舞人、舞序、舞名、舞音、舞什、舞述、舞议、舞例 12 卷①。但全书却无舞谱一篇章。朱载堉也未读过此书，因为在他的《律吕精义》书前所列明朝参考书中不见张敉的《舞志》。看来，“舞谱”、“舞学”二词是朱载堉最先创造的，也是他在文化艺术领域所提出的新概念。朱载堉的贡献，是他集历代有关论述之大成，第一次详尽地、系统地论述舞蹈，并描绘舞谱，提出舞学十议和舞谱纲目，奠定了中国古代的舞蹈理论和舞谱大纲。虽然他的舞蹈著作并未完全脱离宫廷舞蹈的羁绊，但他如此认真地研究并祈求创建一门新艺术学科的深邃目光是令人敬佩的。

时至今日，国际上也尚未有通用的舞谱。西方舞谱出现要比朱载堉舞谱晚得多。匈牙利舞蹈家拉班（Rudolf von Laban，1879—1958）创作了拉班舞谱，是较早的、也是现代较为流行的舞谱。他于 1928 年出版了著作 *Schifttanz*，提出了他的舞蹈动作体系，被称为“拉班舞蹈活动摄影机”（Kinetography）。1954 年又出版了他的《舞蹈和动作谱原理》（*Principles of Dance and Movement Notation*）。1953 年纽约舞谱办公署（Dance Notation Bureau）就将它重新命名为拉班舞谱（*Labannotation*）②。

白描画

《乐律全书》中还有 600 多幅人物白描木刻画，它们大多数是为舞蹈图谱而作的。这些画，笔法简练，勾画出各种舞蹈姿态，正背、侧转，仰俯、

① 永瑢等撰：《四库全书总目》，中华书局，1981，第 333 页。

② Stanley Sadie Ed.，*The New Grove Dictionary of Music and Musicians*，Vol. 10，p. 334，Macmillan Publishers Limited，1980.

屈伸,进退、跪拜,形态逼真,线条细匀,用墨得当,内含动静之感。在《乡饮诗乐谱》中绘“鼓瑟搏拊图”、“三笙一和图”(图6－7、8),在《灵星小舞



图6－7　朱载堉绘鼓瑟搏拊图(《乡饮诗乐谱》卷一书影)

谱》中画的农业劳动舞蹈,舞者持镰、锄、铲等劳动工具的舞蹈姿态,活灵活现。在朱载堉最早的著作《瑟谱》一书中,也有一些描绘乐人生活的白描画,如“相工图”(图6－9)。它画出了一个瞽瑟师和一个乐童相依而行的情景:瞽者的手杖似乎正在探试那凹凸不平的道路,乐童左手荷瑟,右手扶着老年瞽者缓缓而行。这张相工图,造型准确,比例恰当,笔法匀称,栩栩如生。这些作品虽列不上文人画“正宗”,但它们的确表现了绘画者成熟的笔墨技巧。这些画中人物的发式、衣着、道具,对我们今天研究明



图 6－8　三笙一和演奏图（三人吹笙、一人歌诗拍板和之。《乡饮诗乐谱》书影）



图 6－9　朱载堉绘“相工图”（《乡饮诗乐谱》书影）

代艺术极具参考价值。这些画的木刻可能不是朱载堉亲手所为，更有可能出于刻工之手。但是，朱载堉自幼刻苦钻研，博览群书，王府内乐生、舞生及其歌舞情景也是其素描写生之源。在受到包括绘画艺术在内的中华文化的熏陶之下，他自己构思和绘制这些生动的图画，足见其为琴、棋、书、画之全才。



图 6－10　朱载堉绘混元三教九流图碑（该图摹本见图 2－1）

朱载堉在其父被禁錮凤阳、自己被褫夺世子冠带之时，曾入少林寺与僧松谷学佛，撰有《金刚心经注》，并在少林寺撰绘有“混元三教九流图”碑。他以漫画形式将释、道、儒三家合为一体（图 6－10）。该图正面看为一人；掩左半，右半为一侧面人像；掩右半，左半为一侧面人像。以此图示三教合一，难怪人称其为“中国漫画之鼻祖”。朱载堉为此图碑题写“混元三教九流图赞”，还有“酒狂仙客”和“三教九流中人”之玺刻各一。这张图画的笔法与《乐律全书》中的白描完全相同，也体现了朱载堉绘画的巧妙构思。

七　数学和计量

朱载堉在《律吕精义 · 序》中对音乐和乐律作了这样的界定:“夫乐也者,声音之学也;律也者,数度之学也。”

探讨乐律,必涉及数学和计量的问题。数学方法不同,会产生不同的律制;度量单位和度量方法的不同,对乐律计算过程的简捷性、对乐器制造以及对黄钟的标准音高或绝对音高产生影响。“数度”之学就成为乐律学的基本内容。

朱载堉在数学上所做的主要工作有:计算圆周率,解高次方根和等比级数,以珠算工具进行开方运算,九进制和十进制的小数换算方法,由四项构成的等比级数的计算等。除了在《律学新说》、《律吕精义》、《乐学新说》中充分体现了他的这些数学工作外,尚存的数学著作还有:《算学新说》、《嘉量算经》、《古周髀算经图解》、《圆方勾股图解》。这些专门的数学著作和他的乐律研究是密切相关的。

朱载堉在《算学新说》中说:“臣所撰新说凡四种:一曰律学,二曰乐学,三曰算学,四曰韵学。前二者其书之本原,后二者其书之支脉,所以羽翼其书者也。”

算学或数学作为完成新乐律学的“羽翼”是毋庸置疑的。本章主要介绍朱载堉的数学研究,同时也涉及他在计量或度量衡方面的探索成就。

求圆周率

要确定律管的径、周、幂、积,圆周率取何数值,是一个重要问题。

朱载堉是以纸条比对的经验方法,获得了这样的结果:当圆的内接正方形边长为9寸时,该圆周长为40寸。先作9寸边长的正方形,然后“片纸作寸,移量圆周,针尖点识,恰好四十整寸”①。他为自己反复多次进行试验而得出这一结果,异常高兴。朱载堉的圆周率为:

$$\pi_{朱}=\frac{40}{\sqrt{9^2+9^2}}=\frac{40}{9\sqrt{2}}=3.1426968$$

他称这一数值为“天地自然真数”或“周公密率”。并以歌诀形式归纳说:“圆周四尺,容方九寸。弦股相求,是为定论。”②在《乐学新说》中又说:“诀曰:圆周四十方容九,勾股求弦数可知。遂以此求径率,求周,求积亦如之。”这里的“径率”即指圆周率。

利用“周公密率”,朱载堉在《律吕精义·内篇》卷二中,叙述了“新法密率算术周径幂积相求”之法。他说:

> 周求径者,置周全数九因,四十除之,所得自乘,倍之为实,开平方法除之,得径;径求周者,置径全数自乘,半之为实,开平方法除之,所得四十乘之,九归得周。
>
> 旧法平圆、周、径、积互相求,但系围三径一术者皆疏舛不可用;惟周径相乘、四归得积,及半周半径相乘得积二者可用。

在这里,设径为d、周为l、面积为S,按照朱载堉的说法,则径求周为:

$$l=\frac{40\sqrt{d^2/2}}{9}$$

---

① 朱载堉:《律学新说》卷一,《密率求圆幂第五》。

② 朱载堉:《乐学新说·天圆地方自然真数图》。

周求径为：

$$d = \sqrt{2 \times (\frac{9l}{40})^2}$$

面积为：

$$S = \frac{ld}{4} = \frac{l}{2} \cdot \frac{d}{2}$$

直到他去世前一年，即 1610 年，当他撰写《圆方勾股图解》时，他还津津乐道于自己的“周公密率”及用其计算周、径、幂、积的公式。其自持之坚、自信之固，令人赞叹。

在朱载堉之前，已有不少人计算了圆周率 π 值①，除古代在工程上最常用的“周三径一”即 $\pi=3$ 外，还有：

西汉末刘歆（？—23）为王莽造嘉量，据推算其 $\pi=3.1547$；

东汉张衡（78—139）的 $\pi=\sqrt{10}=3.16227$，或 $\pi=\frac{730}{232}=3.14655$；

三国吴国王蕃（228—266）的 $\pi=\frac{142}{45}=3.15555$；

魏晋时数学家刘徽（生卒年不详）取实用值 $\pi=\frac{157}{50}=3.14$；其理论计算值 $\pi=\frac{3927}{1250}=3.1416$。

南北朝祖冲之（429—500）计算了两种 π 值，一为“约率”，$\pi=\frac{22}{7}=3.1428571$；一为“密率”，$\pi=\frac{355}{113}=3.1415929$。宋末元初赵友钦验证了祖冲之的密率，并推崇“其法精密”。

在明代，还有邢云路（与朱载堉同时代）的计算值，$\pi=3.126$ 或 $\pi=3.12132034$；陈荩谟（约 16 世纪）的 $\pi=3.1525$；方以智（1611—1671）的 $\pi=\frac{52}{17}=3.0588235$；以及在程大位（1533—？）《算法统宗》中所载的“智

① 钱宝琮：《中国数学史》，科学出版社，1964，第 61、65—68、86—88 页。

率”$\pi=\frac{25}{8}=3.125$ 等①。

而圆周率计算到小数点下第七位的精确值 $\pi=3.1415927$。

由此可见，在明末西方数学传入中国之前，中国历史上圆周率的精确计算者依次是，祖冲之的“密率”，刘徽的理论计算值，朱载堉的“周公密率”。朱载堉凭经验“试验”之法而居第三，可见其试验之认真。应当说，朱载堉的圆周率值远不如祖冲之“密率”精确。但是在他计算律管的周径幂积时，是以寸为单位的，毫位数（小数点下三位数）已是估计值了。因此，朱载堉的圆周率值并不影响他制造发音准确的律管。

朱载堉欣赏自己所创的“圆周四尺、容方九寸”的圆周率。如前所述，他不仅用它去计算周长、直径、面积，而且还用于周求幂（已知圆周长 l，求圆面积 S）、径求幂（已知直径 d，求圆面积 S）②，它们分别是：

周求幂：$S=\sqrt{\frac{100}{162}[(\frac{9}{40}l)^2\cdot 2]^2}$；

径求幂：$S=\sqrt{\frac{100}{162}(d^2)^2}$。

朱载堉忘记了一条数理原则，所用公式务需化繁为简，而他却化简为繁了。除此之外，他用纸条比量圆周长的经验所带来的误差是可想而知的。按照朱载堉方形九寸之说，那么，其外接圆的直径即方之斜应为 $\sqrt{9^2+9^2}=12.727922$（寸），它小于 13 寸；而圆周长应为 39.985633 寸，不足 40 寸。这个误差显然是由于朱载堉用纸片比量圆周而不能达到真正的圆的缘故。

朱载堉自称其《算学新说》之“新”在于，“周径幂积相求之类，旧则疏而新则密；平方不用商除、立方不显廉法之类，旧则繁而新则简；旧以勾股为末、专明《九章》，新以勾股为首，专明律历。此其异也。余则文虽小异，要亦殊途同归者也。”其实，这里只有第二点是新的，这就是他用算盘

① 李俨：《中算史论丛》第三集，科学出版社，1955，第 266—267 页。

② 有关周求幂和径求幂的文字叙述，见《律吕精义·内篇》卷二，《新法密率算术：周、径、幂、积相求》；也见《圆方勾股图解》。

进行开方运算。第一点恰好是朱载堉疏，而刘徽、祖冲之密。第三点仅是将勾股术用于不同学科而已。从今日看来，《算学新说》之新在于用珠算作开方运算，找到了由四项构成的（已知首、末两项）的等比级数解法。在数学史上，也是值得大书特书的。朱载堉虽然自称其数学为“新说”，但他还是谦虚地讲道：“臣忝末学，虽好算术而实未臻其奥。”①

令人欣喜的是，朱载堉的圆周率值在清代由崇拜他的江永予以修正。江永将圆分为360°，每度又分为60′，即将圆细分为21600边。按照西学三角术，求每1分的正弦值，其总和则可得21600边之总长。再取赢朒二限之间，得到

$$\pi=3.14159265$$②。

这是在西学影响下，中国人所取得的最精确的圆周率值。按照这一圆周率，江永重新计算了十二平均律的律管之周、径、幂、积，其计算数字仅取至10位数。朱载堉与江永的律管周径幂积之差数只在毫位以下有别。

珠算开方

使我们感到惊讶的是，朱载堉用算盘完成了包括开方在内的大量计算。

《算学新说》写道：

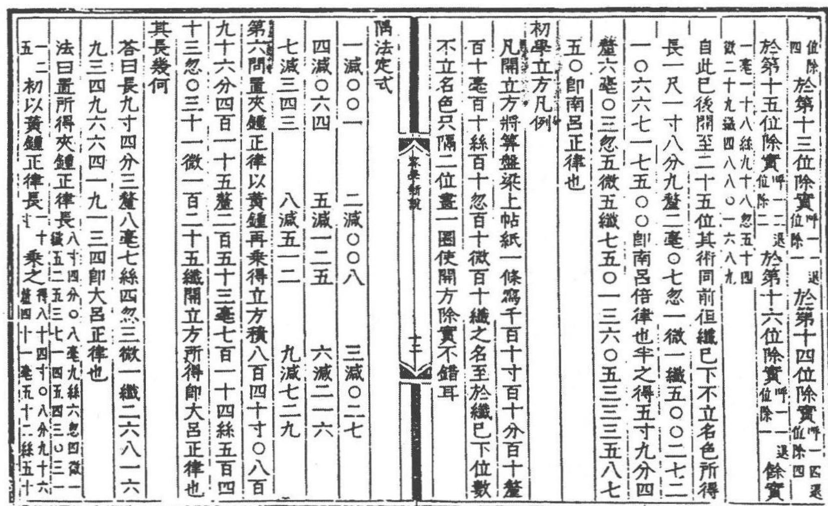
> 凡学开方，须造大算盘，长九九八十一位，共五百六十七子，方可算也。不然，只用寻常算盘，四五个接在一处算之，亦无不可也。其算盘梁上贴纸一长条，上写第一位、第二位等项字样，使初学易晓也。
>
> 凡开立方，将算盘梁上贴纸一条，写千百十寸、百十分、百十厘、百十毫、百十丝、百十忽、百千微、百千纤之名，至子纤以下位数，不立

① 朱载堉：《进历书奏疏》。

② 江永：《律吕阐微》卷三，《周径幂积密率》。

名色，只隔二位画一圈，使开方除实不错耳。

这些文字都是在“凡例”中写下的，可见当时人们用算盘作开方运算还很生疏（图 7－1）。


於第十三位除實呼一一位除一退於第十四位除實呼一四位除四退
於第十五位除實呼一二位除二退於第十六位除實呼一一位除一退餘實
一毫一十八絲九十八忽五十四微二十九纖四八八〇一六八九
自此已後開至二十五位其術同前但纖已下不立名色所得
長一尺一寸八分九釐二毫〇七忽一微一纖五〇〇二七二
一〇六六七一七五〇〇即南呂倍律也半之得五寸九分四
釐六毫〇三忽五微五纖七五〇一三六〇五三三三五八七
五〇即南呂正律也
初學立方凡例
凡開立方將算盤梁上帖紙一條寫千百十寸百十分百十釐
百十毫百十絲百十忽百十微百十纖之名至於纖已下位數
不立名色只隔二位畫一圈使開方除實不錯耳

算學新說

隅法定式
一減〇〇一　二減〇〇八　三減〇二七
四減〇六四　五減一二五　六減二一六
七減三四三　八減五一二　九減七二九
第六問置夾鍾正律以黃鍾再乘得立方積八百四十寸〇八百
九十六分四百一十五釐二百五十三毫七百一十四絲五百四
十三忽〇三十一微一百二十五纖開立方所得即大呂正律也
其長幾何
荅曰長九寸四分三釐八毫七絲四忽三微一纖二六八一六
九三四九六六四一九一三四即大呂正律也
法曰置所得夾鍾正律長八寸四分〇八毫九絲六忽四微一纖五二五三七一四五四三〇三一
一二初以黃鍾正律長一十乘之得八十四寸〇八分九十六釐四十一毫五十二絲五十

图 7－1　《算学新说》中有关算盘开方的文字，其中“第六问”即为求取四项构成的等比级数中第二项的方法

朱载堉在《算学新说》中分别在开平方、开立方条下写出了有关的珠算口诀。如，开立方口诀：“一已上开一，八已上开二，二十七已上开三，六十四已上开四……一千已上开一十，八千已上开二十……七十二万九千已上开九十，一百万已上开一百……”又说：“隅法定式：一减〇〇一，二减〇〇八，三减〇二七，四减〇六四，五减一二五，六减二一六，七减三四三，八减五一二，九减七二九。”对于具体的开方运算，他也在书中做了详尽举例。他在《律学新说》、《律吕精义》等书中，经常写到置某某数“在位”，就是将某数拨到算盘的位上。正是由于应用了算盘，才使他在乐律计算中准确地算到二十五位数，并为他节省了大量的时间。

算盘产生于元代，应用算盘计算的著作先后有：

万历元年(1573)徐心鲁校订《盘珠算法》,书中绘算盘样式及加减歌诀①。

万历六年(1578)柯尚迁著《数学通轨》,书中画有一个13档的算盘,称为"初定算盘图式",上二珠与下五珠之间用木梁隔开,与今通用算盘相同。但是,柯尚迁未用它进行开方计算②。

万历十二年(1584)作序的朱载堉著作《律学新说》,已用了81档大算盘进行开平方、开立方运算。

万历二十年(1592),程大位《直指算法统宗》提出开方的珠算方法,但已是在朱载堉实际运用算盘开方之后至少10年。

朱载堉用算盘计算等程律各数据和律管的周径幂积,并将其算盘用法详细撰入其著《算学新说》之中。由于《算学新说》列进了《乐律全书》中,未有单本问世,因此不为人所注意;同时《算学新说》的内容与乐律相结合,不为人所懂。即使注意《乐律全书》的人,大都注意其乐律理论。所以,长期以来《算学新说》中的数学问题未曾得到揭示。数学与算盘是朱载堉从事乐律研究的工具。他完成十二等程律之时,也就是他珠算开方成功之日。

九进制和十进制的小数换算

《乐律全书》中指出了三种不同进位尺:一、横黍尺即平常十进尺,"以十忽为丝,十丝为毫,十毫为厘,十厘为分,十分为寸,十寸为尺,从微至著,皆用十焉",再推延之,十尺为丈,十丈为引等;二、纵黍尺即九进尺,"以九忽为丝,九丝为毫,九毫为厘,九厘为分,九分为寸,九寸为尺,从微至著,皆用九焉",再推延之,九尺为丈,九丈为引等;三、斜黍尺即混合进位尺。它是以斜排黍粒90粒而得到的一种尺,称为"斜黍九十分

① 陈万鼐:《朱载堉研究》,第105页。

② 钱宝琮:《中国数学史》,科学出版社,1964,第137—140页。

尺”。它的尺单位长度与横黍尺、纵黍尺相等,但尺以下各单位为每尺九寸,每寸十分。朱载堉在这里的数学贡献是用算盘完成了九进制和十进制的小数换算,在数学史上是一项开创性的工作。

九进制尺,或纵黍尺,又称律尺,是在乐律计算中常用的尺。十进制尺,或横黍尺,又称度尺,是日常生活中常用的尺。为何提出这两种尺的换算呢?朱载堉在《算学新说》第一问中写道:

> 古云黄钟长九寸,今云黄钟长十寸。何也?答曰:所谓九寸者,度法之名也。度生于律者也,非律生于度也。……盖九寸者,算率云耳。率也者,假如之法也。……创此率者主意不过专为三分损益而设。今既察知三分损益其率疏舛,不用三分损益,则彼黄钟九寸之说亦不可宗矣。

这就是说,三分损益法为算率方便,设定黄钟九寸。新法密率,不宗黄钟九寸之说,而设定黄钟长一尺。也是为了算率方便。问题是,设定起始音黄钟在两种律制下同高,而尺度却有长短,又以何标准度量其尺,或是它们之间存在某种数学换算。如若不信,三分损益之林钟为六寸,新法密率之林钟为六寸六分七有奇,耳朵可察其音高之差,以何种尺去量度它们长短之差呢?两种律制在尺度上如何寻其统一?为了比较这两种尺的关系,自然涉及它们的彼此换算问题。

横黍尺(度尺)、纵黍尺(律尺)之间的关系及其换算的思想启发,来源朱载堉的外舅祖何瑭。第一章已述及,此不赘。

不同进位制的相互换算问题,是初等数论中的基本内容之一。如二进制、八进制的数学表示及换算方法是大家熟悉的[①]。我们用 $(a)_k$ 表示 a 这个数遵从 k 进位,因此 $(a)_2$ 或者 $(a)_8$ 表示 a 这个数遵从二进位或八进位。当 a 是十进位数字时,我们用平常写法,不加括号。我们列举初等数论中关于八进位的换算。

$(536)_8$ 化为十进制数是多少?

---

① 陈景润:《初等数论》,科学出版社,1978,第 36—53 页。

$(536)_8 = 5\times8^2+3\times8+6=320+24+6=350$

因此，$(536)_8$ 等于十进制数 350。350 又如何换算成八进制数呢？

设 $350=(b_1b_2b_3)_8$，

由 $\frac{350}{8}=43+\frac{6}{8}$ 得到 $b_3=6$，

由 $\frac{43}{8}=5+\frac{3}{8}$ 得到 $b_2=3, b_1=5$，

所以 $350=(536)_8$

朱载堉所做的不是这种整数的不同进位制的换算，而是小数的不同进位制的换算。这种换算，初看起来，更加抽象和令人生畏。朱载堉给了我们极为简单的方法和途径。已知九进制的某小数，如何换算成十进制的某小数？朱载堉以算盘演算列举道①：

> 大吕纵黍律长 8. 376 寸，大吕横黍度长 9. 36442 寸。
>
> 置 8. 376 寸在位，先从末位毫上算起，用九归一遍，得 6. 66 毫奇；却从次位厘上算起，再九归一遍，得 8. 518 厘奇；又从次位分上算起，再九归一遍，得 4. 2798 分奇；又从首位分上算起，再九归一遍，得 9. 36442 寸奇。余律皆放(仿)此。②

所谓“归”，就是“除”。算盘演算如下：

九归第一遍　$\underline{8.376}\div0.9=\underline{8.37}666$

再九归一遍　$\underline{8.3}7666\div0.9=\underline{8.3}8518$

再九归一遍　$\underline{8}.38518\div0.9=\underline{8}.42798$

再九归一遍　$8.42798\div0.9=9.36442$

以上各等式中，下画横杠的数字表示在算盘演算中，这几档的算盘珠不参与演算。朱载堉得出，纵黍尺 0. 8376 尺等于横黍尺 0. 936442 尺。也即 $(0.8376)_9=0.936442$。

按照朱载堉用算盘演算的过程，我们用现代数学形式将其表示如下：

---

① 为了便于阅读和数字对照，我们特将以下引文中的汉字数字表示改成阿拉伯数码。

② 朱载堉：《律学新说》卷一，《约率律度相求第二》。

$$(0.8376)_9=8\div 9+3\div 9^2+7\div 9^3+6\div 9^4$$
$$=0.8888888+0.0370370+0.0096021+0.0009144$$
$$=0.936442 \qquad (1)$$

和以上列举的$(536)_8=350$的换算规则相比较，我们不难发现不同进位的小数换算规则。

朱载堉又把十进位的小数换算成九进位的小数。他列举道：

大吕横黍度长9.43874寸，大吕纵黍律长8.44067寸。

置9.43874寸为实，初九因至寸位住，得8寸；又九因至分位住，得4分；又九因至厘位住，得4厘；又九因至毫位住，得0毫；又九因至丝位住，得6丝；又九因至忽位住，得7忽。凡九因六遍，共得8.44067寸，为大吕，余律皆放(仿)此①。

所谓"因"，就是"乘"。算盘演算如下：

九因第一遍　9.43874×0.9 = 8. 494866

九因第二遍　0.494866×0.9 = 0. 4 453794

九因第三遍　0.0453794×0.9 = 0.0 4 084146

九因第四遍　0.00084146×0.9 = 0.00 0 757314

九因第五遍　0.000757314×0.9 = 0.000 6 815826

九因第六遍　0.0000815826×0.9 = 0.0000 7 342434

以上列式中，用笔圈起来的数字，既表示不再参与算盘演算，又表示它们就是我们要寻找的答数。因此，横黍尺0.943874尺等于纵黍尺0.844067尺，或8.44067寸。也就是$0.943874=(0.844067)_9$。

仿照上述将十进制350换算成八进制数一样，也可以对朱载堉的这一计算进行验证。我们将他的演算过程用以下方式表述，人们不难发现他的计算是完全正确的。

当假设

$$0.943874=(0.b_1b_2b_3b_4b_5b_6)_9,$$

则　$0.943874\times 9=8.494866$，　$\therefore\ b_1=8.$

① 朱载堉：《律学新说》卷一，《密率律度相求第三》。

$$0.494866\times9=4.453794, \quad \therefore \quad b_2=4.$$

$$0.453794\times9=4.084146, \quad \therefore \quad b_3=4.$$

$$0.084146\times9=0.757314, \quad \therefore \quad b_4=0.$$

$$0.757314\times9=6.815826, \quad \therefore \quad b_5=6.$$

$$0.815826\times9=7.342434, \quad \therefore \quad b_6=7. \qquad (2)$$

因此，$0.943874=(0.844067)_9$.

从(2)式不难看出两种不同进位制的小数换算规则。

朱载堉作出的九进制与十进制小数换算法则，与现代数学表示的(1)、(2)式相同。他说：

> 律度相求诀曰：从微至著，用九乘除，纵横律度，契合图书。
>
> 若置纵黍之律以求横黍之度，则用九归；若置横黍之度以求纵黍之律，则用九因。反复相求，各得纵横二黍律度①。（图7－2）

由上可见，这种初等数论中的繁杂计算，若以算盘作运算工具，却非常简单。这也是朱载堉最先作出的贡献。

关于不同进位的尺，在我国可能起源于西周时期。据后人记载，在西周时期有以十寸为尺者，有以八寸为尺者②。按照朱载堉的考证，宋代蔡元定曾计算了九进制和十进制的小数换算的数学问题。③ 但是，蔡氏著作过于简略，只有朱载堉的目光才发现了其中的珍珠宝货，又经过他的解释，我们才明白蔡氏计算之奥妙。在蔡元定的计算基础上，朱载堉又从何瑭之说，将不同进位的基本单位从寸移到尺，详细阐述了不同进位的小数换算方法，作出了有关计算法则的数学总结，从而达到了相关数学成就的高峰。

不同进位制的相互换算问题，一般地认为，是从德国数学家莱布尼兹(Cottffried Wilhelm Leibniz,1646—1716)于1701年发现二进制开始的。

---

① 朱载堉:《律学新说》卷一,《约率律度相求第二》。

② 蔡元定:《律吕新书》卷二,《度量衡第十》。

③ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷四,《三黍四律古今同导考》;《律吕精义·外篇》卷一,《辨蔡元定李照之失第一》。

而非真數特筭率如此耳京房劉歆之徒皆喜穿鑿傅會飾辭巧
說迷惑千載而先王古樂愈湮滅難復矣苟有志復古者則漢志
之失所當先辨也
律度相求訣曰
從微至著　用九乘除　縱橫律度　契合圖書
若置縱黍之律以求橫黍之度則用九歸若置橫黍之度以求
縱黍之律則用九因反復相求各得縱橫二黍律度蓋縱黍之
律契合雒書故以九忽爲絲九絲爲毫九毫爲釐九釐爲分九
分爲寸九寸爲尺從微至著皆用九焉其橫黍之度契合河圖
則以十忽爲絲十絲爲毫十毫爲釐十釐爲分十分爲寸十寸
爲尺從微至著皆用十焉然古法頗疎得其大略而已非精密
之筭術故謂之約率也

黃鍾縱黍律長九寸
黃鍾橫黍度長十寸
黃鍾九寸每寸九分即縱黍八十一分也以爲九十橫黍之廣
誤矣置九寸在位用九歸一遍進位定作十寸即橫黍一百分
而爲度母古謂度本起於黃鍾之長是也謂加一寸非也
大呂縱黍律長八寸三分七釐六毫
大呂橫黍度長九寸三分六釐四毫四絲二忽
置八寸三分七釐六毫在位先從末位毫上筭起用九歸一遍
得六毫六絲六忽奇却從次位釐上筭起再九歸一遍得八釐
五毫一絲八忽奇又從次位分上筭起再九歸一遍得四分二
釐七毫九絲八忽奇又從首位寸上筭起再九歸一遍得九寸
三分六釐四毫四絲二忽奇餘律皆倣此

图 7－2　《律学新说》有关不同进位的小数换算法则

莱布尼兹比朱载堉晚了百余年，比蔡元定晚了 500 年。朱载堉的演算过程，还充分显示了算盘在不同进位制的相互换算中的优越性——简单。

由四项组成的等比级数解

在第三章中，我们已叙述了朱载堉以找出公比数来解一个等比级数的方法。如果不先求得公比数，而直接从已知的首项、末项如何求解一个由四项组成的等比级数，也就是如何直接解出四项中的第二、第三项。这应当是朱载堉时代的一个数学高峰。朱载堉找到了这种等比级数的求解方法和求解公式，但是并未将它看做是一个数学发现，也没有如同圆周率、珠算开方和不同进位制的小数换算方法一样去宣传推广它。可以说，他是在《算学新说》求解十二等程律中静悄悄运用了这种求解法。

朱载堉以历法中的二至点和二分点来阐述他的比例中项概念。他说："律家先求黄钟，犹历家先求冬至也。次求蕤宾，犹夏至也。又次求

夹钟，犹春分也。又次求南吕，犹秋分也。然后求大吕，除黄钟外诸律吕之首也。其次求应钟、诸律吕之终也。犹历家所谓履端、举正、归余也。黄钟履端于始，蕤宾举正于中，应钟归余于终。"①在这里，他分别以冬至、夏至、春分、秋分比喻黄钟、蕤宾、夹钟、南吕。"黄钟履端于始，蕤宾举正于中"，表明蕤宾处于从黄钟开始再回到黄钟（或半黄钟）的中间点上，正如夏至是处在太阳从冬至开始再回到冬至点的时间过程的中间点一样。夹钟和南吕分别处在从黄钟到蕤宾和从蕤宾到半黄钟的中间点上，正如春分和秋分分别处在冬至到夏至和夏至到冬至的中间点一样。只要对天文上黄道和赤道的两个相交点有初步概念，就不难理解朱载堉对相应的乐律所作出的比例中项的含义。

我们按音高顺序将一个八度内的十三个律名列出如下，并将朱载堉计算的某些乐律的数值列于表 7－1 中，以帮助我们更好地理解本节内容。

表 7－1　朱载堉关于等比级数各项计算公式

（从 2 号到 12 号皆为倍律，表中省略了"倍"字）

序号	1	2	3	4	5	6
律名	倍黄	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕
计算值	2	$\sqrt[3]{\sqrt{2\times\sqrt{2}}\times 2^2}$		$\sqrt{2\times\sqrt{2}}$		

序号	7	8	9	10	11	12	13
律名	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	正黄
计算值	$\sqrt{2}$			$\sqrt{1\times\sqrt{2}}$		$\sqrt[3]{\sqrt{1\times\sqrt{2}}\times 1^2}$	1

从《律吕精义·内篇》和《算学新说·第二问》中，我们可以知道朱载堉求取第 7 号蕤宾的方法。他以黄钟正律 10 寸（即 1 尺）为勾和股，用勾股求弦术即得中项蕤宾为$\sqrt{2}$。他这样做，是为了将他的"新法密率"披上

① 朱载堉：《算学新说·第二问》。

《周礼》的外衣。实际上他完全清楚中项蕤宾$\sqrt{2}=\sqrt{2\times1}$，即蕤宾项是由首项倍黄钟乘以末项正黄钟、再开平方而得。因为当他不能再用勾股术求第4项(夹钟，为倍黄钟和蕤宾的比例中项)、第10项(南吕，为蕤宾和正黄钟的比例中项)时，他就清楚地表述了比例中项的求解方法。

《算学新说·第四问》写道："以黄钟正律乘蕤宾正律得平方积……[①]开平方所得，即夹钟正律。"这条定律性文字表述了求取黄钟与蕤宾的比例中项(即夹钟)的方法。如果将这条文字的正律改为倍律，其意义是相同的。按照这个说法，在倍律中，

$$倍夹钟=\sqrt{倍黄钟\times倍蕤宾}=\sqrt{2\times\sqrt{2}}。$$

《算学新说·第五问》写道："以黄钟正律乘蕤宾倍律得平方积……开平方所得，即南吕倍律。"这也是一条定律性文字，它表述了求取蕤宾倍律与黄钟正律之间的等比中项(即倍南吕)的方法，这就是：

$$倍南吕=\sqrt{正黄钟\times倍蕤宾}=\sqrt{1\times\sqrt{2}}。$$

由此可见，朱载堉以首项乘末项，并将其积开平方，所得开方数就是比例中项的数值。以此方法，朱载堉求得了蕤宾、夹钟、南吕的数值。在表7-1中，序号1—4、4—7、7—10、10—13，都是由四项构成的等比级数，并已知其首项、末项，又如何解出其他各项呢？

在序号为1—4的四项中，朱载堉叙述了求取第二项即大吕的求法。《算学新说·第六问》写道："置夹钟正律以黄钟再乘，得立方积……开立方所得，即大吕正律也。"这里的"再乘"，即乘二次。所以，

$$大吕正律=\sqrt[3]{正夹钟\times黄钟\times黄钟}=\sqrt[3]{正夹钟\times(黄钟)^2}。$$

朱载堉当然清楚，由此可推知倍大吕，即：

$$倍大吕=\sqrt[3]{倍夹钟\times(倍黄)^2}=\sqrt[3]{\sqrt{2\times\sqrt{2}}\times2^2}=2^{11/12}。$$

在由序号为10—13的四项中，朱载堉叙述了求第三项(表7-1中序数12)应钟的方法。《算学新说·第七问》写道："置南吕倍律以黄钟再

① 在此省略了具体的冗长的25位数字，这些数字是以汉字表示的。以下所引《算学新说》的文字中，凡是省略号表示的都与此情形相同。

乘,得立方积……开立方所得,即应钟倍律也。”“再乘”即乘二次,所以,

$$倍应钟=\sqrt[3]{南吕倍律\times(黄钟)^2}=\sqrt[3]{\sqrt{1\times\sqrt{2}}\times1^2}=2^{1/12}$$

如果一个由四项组成的等比级数:A,x,y,B。已知A、B,那么,按朱载堉上述解题陈述,x、y分别是这样求得的:

$$x=\sqrt[3]{A^2B};\quad y=\sqrt[3]{AB^2}。$$

这个公式正是今日初中数学课本中求解四项等比级数的方法。朱载堉未能写出这一公式的现代形式,但他的文字陈述中是清清楚楚地将它们表述出来了。

在这13项组成的等比级数中,朱载堉列举了以上几项的求法,其他各项可以依此类推。朱载堉所求解的这几项,是求解等比级数的典型例子。它们表明,除了求解等比中项(表7-1中的序号第7、4、10三号)外,还有,在由四项构成的等比级数中,已知首项、末项,求第二、第三项的方法(表7-1中序号第2、12两号)。朱载堉虽然没有以此方法将十二等程律的各个律一一列举求出,但从求解等比级数的任意一项的方法而言,他举的这些例子实际上已经完备了。再举其他律的求法是多余的。

在朱载堉《算学新说》的影响下,清代的陈澧才对等比级数各项求法作出了总结:

> 连比例三率,有首率末率求中率之法:以首率末率相乘,开平方得中率。
>
> 连比例四率,有一率、四率求二率、三率。其法以一率自乘,又以四率乘之,开立方得二率;以四率自乘,又以首率乘之,开立方得三率也①。

我们注意到,由于某些国外学者或者没有读完《乐律全书》中所有的书,或者没有完全理解《算学新说》的内容,或者更有可能是语言文字的关系,因此怀疑朱载堉以数学,特别是以等比级数的方法解决十二等程律

① 陈澧:《声律通考》卷二。

的能力,甚至于对朱载堉创建十二等程律也抱怀疑态度,这是令人遗憾的①。近30年来,这种怀疑论的腔调渐趋低沉。

计量及其历史探索

乐律中涉及计量,这是中国古代乐律学的一大特点。中国古代没有频率概念,律家通常以弦线长度来度量音的高低,②这就涉及长度的计量问题;为了确定律管发音的高低,不仅要确定管长,而且还要精确测定管的横截面和容积。这就决定了中国古代的律学与计量学的密切关系。由于历代度量衡变迁、标准音高的变迁,因此,研究律学史不能不涉及度量衡史,度量衡史也常常以历代音高标准作佐证。日常用尺与音乐用尺(或称乐尺、律尺)结下了不解之缘。

据一般说法,夏、商、周三代日常用尺与律尺并无区别,在魏晋以后这两种尺才明确地分开。律尺与常用尺到底有何联系?这是历代学者都很关心的问题。

据《尚书·虞书·舜典》载,"岁二月,东巡守,至于岱宗……,协时月正日,同律度量衡"。这是说,上古时代的舜帝于二月到东方去巡视守土的诸侯,到了泰山,除祭祀山川之外,又修正月日,使各地遵循同一的时间,并且统一标准音高、统一各地的度量衡。这里的"同"字是"统一"、"划一"的意思。从这段文字来看,上古时代的中国曾经有过一次最早的统一度量衡和统一标准音高的工作。但是,对"同律度量衡"一语的理解,从汉代起,注家蜂起,并把它解释为以黄钟律管校正度量衡。根据《汉书·律历志》记载,度者"本起于黄钟之长",量者"本起于黄钟之龠",权者"本起于黄钟之重"。这意思是,黄钟律管的长度是长度单位的

① F. A. Kuttner, "Prince Chu Tsai-rü's Life and Work", *Ethnomusicolosy*, Vol. XIX, No. 2, 1975, pp. 168 - 169.

② "频率"的概念是从意大利科学家伽利略(Galileo Galilei, 1564—1642)开始有的。他在做钟摆实验时,将单位时间内振动次数称为频率。

起源，黄钟律管的容量是容量单位的起源，黄钟律管所容黍的重量是重量单位的起源。这种想法有一定道理。在古代，人们不容易找到不变的度量标准，而一旦某律管能发出准确的黄钟音高时，它的长度和内径也就确定了。因此，人们推想，以累黍、容黍的办法确定黄钟律管的长度、容量及其所容黍的重量之后，该律管就可以作为度量衡的标准。

据文献载，汉代刘歆（？—公元23年）做过“同律度量衡”的实验。《汉书·律历志》记下了他累黍实验的结果。① 实验中，用什么黍，标准黄钟管究竟多长，怎么做实验，文献未曾述及。此后，律家众说纷纭。从汉以降，朱载堉之前，似乎无人真正做过以黄钟管“累黍定尺”的实验。

朱载堉开始做累黍试验了。它需要的原料，一是黍粒，二是修长无节之竹管。按照第四章尺寸要求，他先制作发音准确的正黄钟律管；再选定合适中用的黍粒。在与黄钟律管同长的纸面上排黍，究竟排多少粒，怎么排法，这确实需要一个摸索过程。朱载堉在晚年写下的《律吕正论》中叙述了他自己多年的试验情况。他说：

> 余尝取羊头山最大黑黍八十一粒，用糊或胶涂于尺上，纵黍成尺，恰好八寸，又一年，八十二三粒，不满八寸；又一年，七十八九粒，已满八寸。此大约也。缘有极大过八寸者，有极小不及八寸者。故据八寸为中黍定式也……呜乎，累黍之法，名为最密，实为最疏。苟无格式、大小、几何，惟云中式，尤非定论②。

按照历史文献载，山西上党（今长治市境内）羊头山黍颗粒饱满，河南宜阳县金门山竹节长匀称。在初次排黍试验失败后，他定出“格式”为：81粒黍排齐后，“若过八寸，名为大黍；不满八寸，名为小黍；恰好八寸，名为中黍”。为了选到中式之黍，他用几种筛子筛选。甚至于“将黍带穗买来，用手揉去稃，令明目少年拣取大号者，依法排尺上”③。万历八

① 《汉书》卷二一上，《律历志第一上》。
② 朱载堉：《律吕正论》卷一，《秬黍说第四》。
③ 朱载堉：《律吕正论》卷一，《秬黍说第四》。

年(1580),“余尝遣人采取三者:单粒之秬,双粒之秠,长节之竹,不止数万。亦自种之。”以至后来“黍成顷,竹成林”①。直到万历三十八年(1610),邢云路赠《古今律历考》并请其作序。朱载堉读“邢公之书,于历最详,律则颇略”,“余固此有所感,复遣二人,各往本处买黍及长节竹,至则亲手再较一遍”②。

由此可见,朱载堉一生不知做了多少次累黍试验,在此花费的精力与时间又有几何。使他有所发现的是:在黍粒选取得当的条件下,纵排黍粒81粒为一尺,斜排黍粒90粒为一尺,横排黍粒100粒为一尺(图7-3)。这一累黍为尺的试验令朱载堉悟性大发。他“昼夜思索,穷究此理,一旦豁然有悟,始知古四种律(即前述四种尺度)皆近似之音耳”③。原来,纵黍尺乃九进制尺,每尺九寸,每寸九分;横黍尺乃十进制尺,每尺十寸,每寸十分;斜黍尺乃混合进位尺,每尺九寸,每寸十分。在这一试验基础上,他将古代律尺纷纭之说统一起来。这在朱载堉看来,是莫大收获。他高兴之至,将其已完成的《律学四物谱》立即改写成《律学新说》,大大地扩充了原书中“黍谱”内容,并且排黍结果与乐律紧密相连,指出“此律学新说之所由作也”④。再进一步做黄钟律管容黍试验之后,又得出该管“合千二百黍,天平称之,重三钱”⑤。于是,律、度、量、衡,在他看来,确实统一起来了。累黍试验的成功,使他深深感激其父和何瑭,且感叹曰:“古来无此议论,盖自我朝为始,而《律吕精义》之所由作也。”⑥

累黍为尺、黍尺与乐律关系诸问题,在《律学新说》、《律吕精义·内篇》、《律吕正论》、《嘉量算经》等书中以大量篇幅涉及。《律学新说》第一章言及不同进位制的小数换算,旨在令古代不同律的尺度能“殊途同归”。因此,朱载堉在“累黍详说”中申明,“纵黍累尺,名曰律尺”,“横黍

① 朱载堉:《律吕正论》卷一,《黍竹二山说上第一》。
② 朱载堉:《律吕正论》卷一,《黍竹二山说上第一》。
③ 朱载堉:《律学新说》卷一,《密率律度相求第三》。
④ 朱载堉:《律学新说·序》。
⑤ 朱载堉:《律吕正论》卷一,《秬黍说第四》。
⑥ 朱载堉:《律学新说》卷二,《证之以黍粟》。

累尺，名曰度尺”①；“黄钟之秤起于累黍”②，“累黍者，考定律吕之准也”③，乃至于“律度量衡四器寓法于黍”④。

朱载堉的另一个发现是“嘉量起于黄钟律龠”⑤。黄钟律龠即黄钟律管（图7－4）。“嘉量”，原指《考工记·栗氏为量》所载标准量器“鬴”，其量值如下：

量之以为鬴。深尺，内方尺而圜其外，其实一鬴。其臀一寸，其实一豆。其耳三寸，其实一升。重一钧。其声中黄钟宫。

这个“鬴”，或作“釜”，又称“嘉量”。这个内方外圆（圆内接边长为1尺的正方形）、深为一尺的鬴容量是可以计算出来的。朱载堉考据，五区为鬴，四豆为区，四升为豆，即一鬴为八十升或八斗。鬴之臀，即鬴之下底基座为一寸高，容一豆，即容四升。鬴之两耳，深三寸，容一升。一升为二十龠。这个嘉量的基本单位“龠”与黄钟律龠相同否？根据他的度量考证，他又做了认真的计算。他不仅在《律学新说》、《律吕精义·内篇》中有章节文字叙述，而且晚年还以专著《嘉量算经》阐述此问题。

由鬴内方一尺，可求鬴之内径，再求其周长、面积，由面积乘其“深尺”，又得鬴之容积为1571.3484立方寸。由此容积又推算知，1升＝19.641855立方寸，而1龠＝982.09275立方分⑥。这是由嘉量推得的基本容积龠的数值。当然，这里所采用的圆周率是朱载堉自己的“周公密率”。

朱载堉算得的黄钟正律积实为：“九百八十二分〇九十二厘七百五一毫六百四十七丝九百八十二忽。”⑦即黄钟正律的容积为982.092751647982立方分。可见，由嘉量推算的容积龠与黄钟律管（律

① 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一〇，《累黍详说》。

② 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一〇，《黄钟之秤起于累黍》。

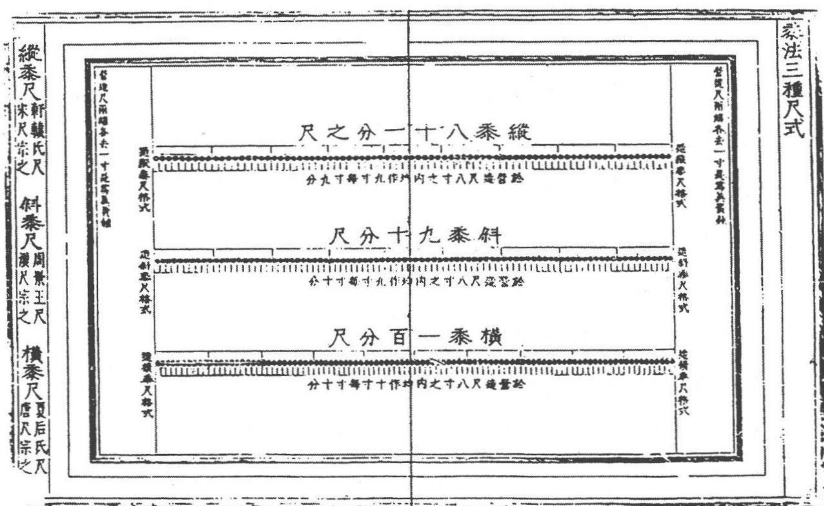
③ 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一〇，《总论律度量衡四器寓法于黍》。

④ 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一〇，《总论律度量衡四器寓法于黍》。

⑤ 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一〇，《嘉量第二》。

⑥ 朱载堉：《律学新说》卷四《嘉量篇第二》。

⑦ 朱载堉：《律学新说》卷一，《密率求方积第四》；《律吕精义·内篇》卷三，《次求三十六律实积真数》。



黍法三種尺式

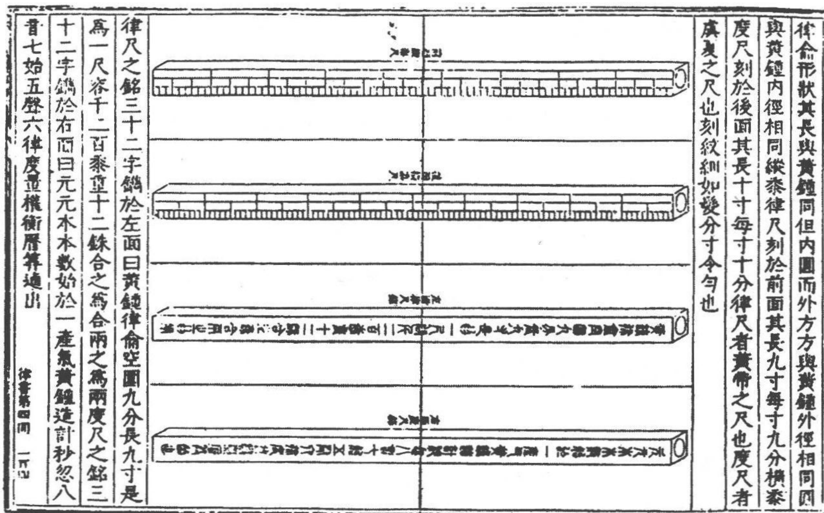
縱黍尺 新莽氏尺 宋尺宗之 斜黍尺 周景王尺 漢尺宗之 橫黍尺 夏后氏尺 唐尺宗之

縱黍八十一分之尺

斜黍九十分尺

橫黍一百分尺

图 7－3　不同排黍法的三种黍尺（《律学新说》卷二书影）



律龠形狀其長與黃鍾同但內圓而外方方與黃鍾外徑相同圓與黃鍾內徑相同縱黍律尺刻於前面其長九寸每寸九分橫黍度尺刻於後面其長十寸每寸十分律尺者黃帝之尺也度尺者虞夏之尺也刻紋細如髮分寸令勻也

律尺之銘三十二字鐫於左面曰黃鍾律龠空圍九分長九寸是為一尺容千二百黍重十二銖合之為合兩之為兩度尺之銘三十二字鐫於右面曰元元本本數始於一產氣黃鍾造計秒忽八音七始五聲六律度量權衡曆算適出

律書第四冊　一百四

图 7－4　朱载堉创制的黄钟律龠——律与度量衡标准器（《律吕精义·内篇》卷一〇书影）

龠)完全相同。由于二者度量衡制相同,以它们的龠(嘉量龠和律龠)所得到的容黍重量自然亦相同,我们就不必再细说或转述朱载堉著作中冗繁的文字了。在朱载堉看来,正是这二者度量衡一致,所以,《周礼·考工记》说,嘉量“声中黄钟宫”。

得到这样的结果,朱载堉异常兴奋。他写道:

新法用密率算出积分,则律与量若合符节而无一毫错谬。此乃千载之所未有。而今一旦得之,岂非幸乎?

(密率)所推鬴豆升等周径幂积真数与新黄钟律龠之所容受无不吻合者也。臣恐后世同志之士于此未解,故详注之,有可疑处亦详辨之。此乃律学第一要务。读者不可以其迂阔难晓而遂废不讲也。①

然而,正如朱载堉所言:“龠者,新铸黄钟律龠也。”②也就是说,这里的律龠乃等程律的律龠,而非三分损益律的律龠。《周礼·考工记》述及的嘉量鬴,“其声中黄钟之宫”。《周礼》成书时代尚无等程律理论,其嘉量又如何与等程律相应呢?

值得指出的是,朱载堉还亲手制作了铜律龠和铜嘉量。他说:

嘉量,古人只一块铸。今人学铸,分作五件,总焊而为一,庶几易成也③。

余所以至老好之者,正为屡铸不成,幸而既成,自得其趣,喜不自胜,言不尽意。是故大学以格物致知为首,而致知在格物,此可见其一端④。

75岁的朱载堉还为其铸成嘉量而欣喜,并为此写下《嘉量算经》一书。

除了累黍定尺、发现嘉量与律龠各自的容积龠相同外,朱载堉在度量

---

① 朱载堉:《律学新说》卷四,《嘉量篇第二》。
② 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷一〇,《嘉量第十二》。
③ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷一〇,《嘉量第十二》。
④ 朱载堉:《嘉量算经》上卷,《铸量以炼铜为至要第二十》。

衡上还做了大量的考证工作。他推导出古制三种尺（即商汤尺、夏禹尺、周武王尺）与明代三种尺（裁衣尺、量地尺、营造尺）、黍法三种尺（纵黍尺、斜黍尺、横黍尺）的长度相关性。又以尺步、钱币、玉佩、衣服、人身、弓箭、车轮等器物（图 7－5），以及上述黍、律探讨历代度量衡变迁①，从而开创了入清以后、迄至今日有关度量衡史的研究方法。

图 7－5　朱载堉考证钱币与尺度关系（《律学新说》卷二书影）

朱载堉的计量理论，对后世有很大影响。清圣祖康熙帝和高宗乾隆帝先后主编的《律吕正义》及其《后编》，采纳了朱载堉纵、横、斜三种黍尺及其单位尺相等的结论。这个结论迄止今天，已成为度量衡史或计量学史上的定论。20 世纪 30 年代，吴承洛的《中国度量衡史》也完全遵循朱载堉的思路和方法，用三种黍尺考定三代尺度②。近二十年，逐渐有人将乐尺与日常用尺分开讨论，③认为这两种尺各有其独立的发展系统。朱

① 朱载堉：《律学新说》卷三，《审度篇第一之下》；《律吕精义・内篇》卷一〇，《审度第十一》。

② 吴承洛：《中国度量衡史》，商务印书馆，1937，第 64—66 页。

③ 曾武秀：《中国历代尺度概略》，《历史研究》1964 年第 3 期，第 163—182 页。

载堉还提出，王莽、刘歆所造的尺是伪周尺、晋前尺非周尺①。这个思想也被《律吕正义》和钱塘著的《律吕古谊》所采纳。

在度量衡的相关研究中，朱载堉精确地测定了水银密度。他记述道：

> 尝以木作立方横黍一寸之模，实以水银，称之重，今天平六两二钱。以千分除之，得六厘二毫。遂以六厘二毫为率，乘各律之积实，则得其管所受水银之数②。

这就是，他以当时的权衡器，测得以横黍尺一立方寸的水银密度为六两二钱。我们试将这个数值换算成今天的通用单位。

按朱载堉考，其横黍尺 1 尺等于明营造尺 8 寸，营造尺 1 尺等于今日 32 厘米。故此，横黍尺 1 尺为 25.6 厘米，横黍尺 1 寸即为 2.56 厘米。

根据现存的三个明代天平砝码，其重量分别为："叁两铜砝码"为 109.3 克，合一斤重为 582.39 克；"肆两铜砝码"为 145.5 克，合一斤重为 582 克；"贰拾伍两铜砝码"为 928.4 克，合一斤重为 594.176 克③。这三个砝码的平均结果，明代天平一斤约合 586.37 克，则一两为 36.65 克，一钱为 3.665 克。因此，六两二钱水银为今日的 227.23 克。

这样，朱载堉测定的水银密度为：

$$\frac{227.23}{(2.56)^3}=13.55(\text{克/厘米}^3)。$$

现代测定的水银密度是，当 0℃时，为 13.5951 克/厘米^3；当 20℃时，为 13.5458 克/厘米^3。

将上述测定值与现代值相比较，当 0℃时，误差为+0.0451 克/厘米^3；当 20℃时，误差为-0.0042 克/厘米^3，可以说，几无误差。朱载堉测定水银密度之精确性，令人惊叹！若以现代值推朱载堉测定水银密度的时间，当在春秋天，气温在 20℃左右的凉爽时候。

---

① 朱载堉：《律吕精义 · 外篇》卷一，《伪尺辨疑》。

② 朱载堉：《嘉量算经 · 问答》，《考周径积实第二十四》。

③ 国家计量总局主编：《中国古代度量衡图录》，文物出版社，1981，图 231—233，图版说明第 49 页。

八　天文历法[1]

在古人看来，音乐、乐律与天文、历法是彼此相通的，在乐律上有所成就者往往也都同时探讨一些历法问题。然而，像朱载堉这样，同时在艺术和自然科学两大领域均有建树者，鲜矣。他在万历九年（1581）之前已编制了“黄钟历”，撰写了“黄钟历议”。这两篇大作成为其《律历融通》一书的主要内容。在万历二十三年（1595）之前几年，又编制了《圣寿万年历》，写下了《万年历备考》。此二书或称为《历学新说》。《历学新说》与《律历融通》合称为《历书》。朱载堉在历法方面的成就，不仅是编制了“黄钟历”和“万年历”，而且还有诸多新见解与新发现。诸如他获得了比前人更为精确的回归年长度值；提出了测量地理纬度的新方法，据其新法测得的地理纬度值之误差比元代郭守敬所测还小。尤其是，他在明代严禁私习历学、私造历法的态势下，敢于申述明廷颁用的大统历有误，从而向朝廷呼吁修正历法。这一大胆举措，惊动宫廷内外，从而为中国科学文化史翻开了新的一页。

① 本章除末节“上进《历书》引发的风波”之外，均为陈美东先生的遗作。陈美东（1942—2008），中国天文学史家。曾任中国科学院自然科学史研究所所长，中国科学技术史学会常务副理事长等职。

背　景

天文历法是我国古代科学中发达最早和成就最大的学科之一，经过世代天文学家的努力，天文历法工作不断取得进展。到元代，著名科学家郭守敬（1231—1316）、王恂（1235—1281）等人在进行大量观测并汲取前人研究精髓的基础上，于1281年编撰了十分精良的历法——授时历，从而把我国古代天文历法推向了新的高峰。可惜，明王朝建立以后，由于对天文历法的研究工作采取了极其错误的政策，兼之墨守成规、不思改革的思潮泛滥，致使具有优良传统和雄厚基础的天文历法工作失去了生机，迅速从光辉的高峰上跌落下来，进入了一个停滞不前甚至倒退的黑暗时期。

明太祖朱元璋对于科学技术采取鄙视的态度，据载："明太祖平元，司天监进水晶刻漏，中设二木偶人，能按时自击钲鼓。太祖以其无益而碎之"①。这是视科学技术为奇技淫巧的极端表现。这里不但毁弃了一个水晶刻漏，而且是断绝各种新创造、新发明道路的极不祥的先例。

为了加强明王朝的封建统治，朱元璋采取了一系列思想控制措施，对于天文历法的研究，也制定了极其严厉的法律条例。据明代学者沈德符（1578—1642）的《万历野获编》记载："国初学天文有厉禁：习历者遣戍，造历者殊死"②。在明代以前，有些王朝虽禁止民间私习天文，但对于历法则从无禁习、禁造之例。历代民间历法研究者可以说是人才辈出，如唐代的僧一行（683—727），宋代的平民卫朴（约生活于十一世纪）、布衣陈得一（生卒年不详）、士人刘孝荣（生卒不详）等均起自民间，元代郭守敬、王恂等人实亦出自民间。这是历代历法研究工作的一支十分重要的生力军。而明初的禁令，则堵塞了历法得以不断更新的一个活的源泉。

明宪宗成化十七年（1481），有俞正己者，郑重其事地献上以十九年

① 《明史》卷二五，《天文志一》。

② 沈德符：《万历野获编》卷二〇，《历法·历学》。

七闰法为主干的历法,而该法是在此一千年以前就被历法家废弃不用的落后方法。可见上述禁令对民间历法研究的摧残达到了什么程度。更可悲的是,这件事还惊动了宪宗皇帝,遂以"正己不谙事体,妄议历法"为由,令"锦衣卫其执治之"①。因献历而获罪,这在中国历法史上是少有的事件。

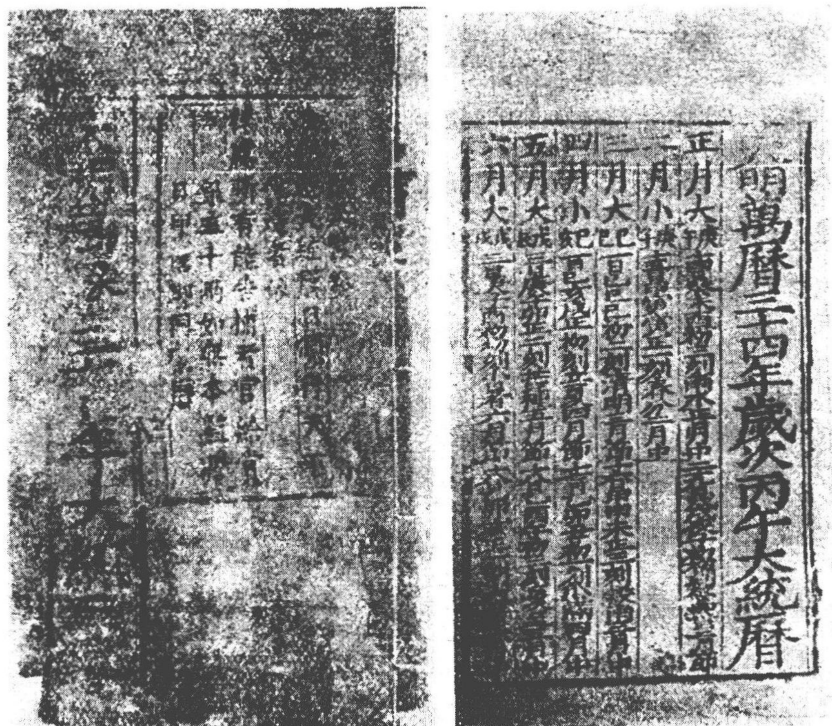
上述禁令严格地实行了大约百年之久,到明孝宗弘治十一年(1498年),才"弛其禁,且命征山林隐逸能通历学者以备其选,而卒无应者。"②由此可见,这一禁令造成了何等严重的后果!

事实上,这一禁令在民间一直延续到明万历年间。据考古工作发现,1953年盗墓者在江苏省丹阳县黄堰乡贺家坟内盗走几十本明代历书,考古工作者好不容易才从农民手中收到一本。原来是"大明万历三十四年大统历",即1606年的历书(图8-1)。这一年是朱载堉上进《历书》之后的11年。在这本大统历书的封面上赫然写着:

> 钦天监奏准印造大统历日,颁行天下。伪造者依律处斩;有能告捕者,官给赏银五十两。如无本监历日印信,即同□(此字已不可辨识——笔者注)历③。

民间历法研究是这样的状况,那么,有幸从事天文历法研究的极少数历官的状况又如何呢?明代所行用的历法叫大统历,其实它就是授时历,仅改变了名字而已。大多数历官只能依样画葫芦,穷于应付皇历的颁布。虽然在行用过程中,也曾发现预推结果与实际天象不符的情况,但多无可奈何,不了了之。在朱载堉提出改历之议前,也曾有人提出对历法做小修小改的意见,但由于提议者本身学识肤浅,不能切中要害,更加上反对的势力强大,后者常以"古法未可轻变"、"历不可改"④为由,反对改革祖宗之法,所以改历之议一直束之高阁。这样年复一年,恪守旧法之风益甚,

① 雷礼等辑:《皇明大政记》卷一六,成化十七年八月。
② 沈德符:《万历野获编》卷二〇,《历法·历学》。
③ 葛治功:《丹阳贺家坟发现明代历书》,《文物参考资料》,1957年第7期,第82页。
④ 《明史》卷三一,《历志一》。


明萬曆三十四年歲次丙午大統曆

正月大

二月小

三月大

四月小

五月大

六月大

图8-1　万历三十四年大统历历书

造成了官方历法研究死水一潭的状况，用明孝宗（1488—1505年在位）的话说，已经形成了“朝士鲜知星历者”[1]的可悲局面。

朱载堉正是在这样的历史背景下，开始他的天文历法研究工作的。

首先，朱载堉仍要冒很大的风险才能从事天文历法的研究。因为上述所谓“弛其禁”，还只是对明初的禁令作了新的解释：“乃指民间妄以管窥而测妖祥，伪造历者而紊气朔者言”。[2] 与朱载堉差不多同时的天文学家邢云路，就曾因提出改历之议，差一点被人以“私习天文历数者罪

① 朱载堉：《进历书奏疏》。

② 范谦：《议正历元以成大典奏疏》，载朱载堉《乐律全书》。

之"①。所以,没有足够的胆识是不敢问津天文历法这一禁区的。

其次,朱载堉必须突破祖制不可变的思想藩篱,与盲目迷信授时历或大统历的社会思潮相抗争。如果没有这样的精神,即便涉足于天文历法这一领域,也将一事无成。

再者,朱载堉面对着朝野人士对于天文历法基本无知的情势,用他自己的话说:"未睹(大统)历经,不识仪表,粗晓算术,罔谙星象,惟据史册成说,实乏师传口授",②这就是说他必须从头开始,靠自己的努力,一点一点地学习、摸索,以期解其术、通其法,进而"采众说之所长",并力求达到"青生于蓝而青于蓝、冰生于水而寒于水"③的新境界。为此,朱载堉不知付出了多少辛勤的汗水。

朱载堉在其父恭王厚烷和外舅祖都御史何瑭的影响下,从小就对数学、律学产生了很大的兴趣,"弱冠之时,读《性理大全》,见宋儒邵雍《皇极经世书》、朱熹《易学启蒙》、蔡元定父子《律吕新书》、《洪范皇极内经》等而悦之,口不绝诵,手不停披,研究既久,数学之旨颇得其要"④,这为他后来进行天文历法的研究创造了重要的条件,打下了坚实的基础。

"壮年以来,复观历代诸史志中所谓历者五十余家,考其异同,辨其疏密,志之所好,乐而忘倦"。这是朱载堉自壮年开始,从研究史志所载各家历法入手,步入天文历法领域的生动自述。当时大统历经,是对世人保密的,朱载堉虽身为世子,也无从得知。他写道:"但以未睹皇朝大统历,于是犹未慊耳。后读丘祭酒所撰《大学衍义补》,内载大统历气、闰、转、交四准分秒,心窃喜曰:大统历经全文未见,而其大略已得之矣"⑤,这充分反映了朱载堉强烈的求知的欲望,同时也说明了研究工作的艰难。

通过刻苦的学习、研究,朱载堉以惊人的毅力完成了他的《历学新说》一书,该书是在万历二十三年(1595)进献给明神宗皇帝的。书中包

① 张应候:《申明历元奏疏》,载朱载堉《乐律全书》。
② 朱载堉:《进历书奏疏》。
③ 朱载堉:《进历书奏疏》。
④ 朱载堉:《进历书奏疏》。
⑤ 朱载堉:《进历书奏疏》。

括《律历融通》四卷(《黄钟历法》和《黄钟历议》各二卷),《圣寿万年历》二卷,《万年历备考》三卷(《诸历冬至考》、《二至晷景考》和《古今交食考》各一卷),以及《进历书奏疏》和《上进表》二文。这些都是朱载堉天文历法研究的心得之作。下面我们分别予以讨论。

黄钟历和圣寿万年历

朱载堉曾先后编撰了两种历法——黄钟历和圣寿万年历。在《进历书奏疏》中,朱载堉称《圣寿万年历》及《万年历备考》均系"臣近年所撰",即成书于1595年之前几年,而黄钟历及其历议乃"臣昔年所撰",查朱载堉所撰《律历融通·序》,署为"万历九年正月吉日",可知黄钟历及其历议当成于1581年以前。

黄钟历和圣寿万年历均取中国古代传统历法的经典形式。黄钟历共分《步律吕》、《步发敛》、《步朔闰》、《步日躔》、《步晷漏》、《步月离》、《步交道》、《步交会》、《步五纬》九篇。分别解决二十四节气、七十二候的计算,月朔和闰月的安排,每日日影长度、漏刻更点和南中天星象的推求,日、月交食的预报,日、月、五星运动的计算及其在恒星间所处位置的预报等天文历法问题。圣寿万年历与之大同小异,它把《步律吕》并于《步发敛》篇中,其余七篇依旧(仅《步交会》改名为《步交食》),共得八篇。细审二历术文,除所设历元不同,和因此导致的若干天文数据有所变化外,并无什么重大的差异。

从表面上看,黄钟历和圣寿万年历分别取万历九年(1581)和嘉靖三十三年(1554)为历元。但实际上在进行各种历法问题的具体推算时,黄钟历是以1581年前的300(律限)①年,即1281年为实际历元,而圣寿万年历则是以1554年前的4560(元纪)②年为实际历元。

---

① 朱载堉:《律历融通》卷一,《黄钟历法·步律吕第一》。

② 朱载堉:《圣寿万年历》卷一,《步发敛第一》。

黄钟历和圣寿万年历所取用的许多天文数据，如朔望月、近点月、交点月、恒星月、交点年长度，赤道岁差值，黄赤交角、黄白交角值以及五星会合周期值等，均与授时历相同，但也有若干天文数与授时历不尽相同，如回归年长度值与历法所设历元有关的诸应值等。所谓诸应值是指：

律应（气应）——历元年冬至日名时刻与甲子夜半前（或后）的时距。

闰应——历元年十一月平朔日名时刻与冬至日名时刻前（或后）的时距。

转应——历元年冬至日名时刻与冬至前（或后）月亮过近地点时刻间的时距。

交应——历元年冬至日名时刻与冬至前（或后）月亮过黄白降交点时刻间的时距。

周应——日所在宿度起算点与历元年冬至日所在宿度的度距。

合应——历元年冬至日名时刻与冬至前（或后）五星平合时刻间的时距。

历应——与推算五星平合与五星近日点之间的时距有关的数据。

以上七应，对授时历而言是在其历元年（1281）经实际测算得到的，它均取其前的时距。对黄钟历多是沿用了授时历的结果，但合应则取其后的时距。而对圣寿万年历，诸应均取其后的时距，且是在授时历七应值的基础上经推衍而得的。这就是说朱载堉对诸应的含义略作了修正。至于黄钟历和圣寿万年历诸应值的由来，拟进一步说明如下：

已知黄钟历的实际历元即授时历的实测历元，所以它沿用授时历的七应值是合理的。查黄钟历的气应（五十五日六刻）、闰应（二十日二十刻五十分）①、转应（十三日二刻五分）、交应（二十六日三刻八十八分）②四值，均与“授时续定之数”③相同。关于周应，黄钟历取实际历元年日在箕宿十度，这也与授时历相同。但黄钟历是以角宿初度为日所在宿度的

① 朱载堉：《律历融通》卷一，《黄钟历法·步律吕第一》和《步朔闰第三》。

② 朱载堉：《律历融通》卷一，《黄钟历法·步月离第六》和《步交道第七》。

③ 《明史》卷三十五，《历志五》。

起算点的，其周应值应等于角宿初度到箕宿十度的累计值——“七十八度八十分”①。而授时历是以虚宿七度为日所在宿度的起算点，其周应值应等于虚宿七度到箕宿十度的累计值——“三百一十五万一千七十五分”②，即三百一十五度一十分七十五秒。所以黄钟历和授时历周应值各异，仅是所选定的日所在宿度的起算点不同造成的。关于合应，由于黄钟历“求五星平合日”时，是“置岁定积来减往加其星合应”③，而授时历则是“置中积（与黄钟历的岁定积相当）加合应”以求来者，而“上考者，中积内减合应”④。这就是说黄钟历是以实际历元年冬至日名时刻与冬至后五星平合时刻间的时距为合应，而授时历则是以实测历元年冬至日名时刻与冬至前五星平合时刻间的时距为合应。查黄钟历的五星合应，适与五星会合周期减去授时历的五星合应值相等，其缘由正在于二历所认定的合应的含义不同。至于五星历应，黄钟历全同于授时历。这些情况表明：黄钟历诸应值实质上都与授时历相同，其表面上或有差异，仅是起算点或含义稍异引起的。

关于圣寿万年历诸应的由来，较黄钟历要复杂些，可分别讨论如下：

先谈律应。已知圣寿万年历实际历元与授时历实测历元间的积年数为4287，其“岁定积” $A=365.25\times4287-[(4287^2\times7)/(8\times10^6)]$（该算式的由来详见下一小节），律总=60。设1281年的律应等于55.06日（此即授时历实测历元年的气应值），由此上推圣寿万年历实际历元年的律应值应等于$[(A-55.06)/60]$的余数=55.6089日，该值正是黄钟历所取用的律应值⑤。

同理，已知授时历闰应=20.2050日，朔望月长度（朔策）=29.530593日，可推得圣寿万年历实际历元的闰应=$[(A-20.2050)/29.530593]$

① 朱载堉：《律历融通》卷一，《黄钟历法·步日躔第四》。

② 《元史》卷五十四，《历志三》。

③ 朱载堉：《律历融通》卷二，《黄钟历法·步五纬第九》。

④ 《元史》卷五十五，《历志四》。

⑤ 朱载堉：《圣寿万年历》卷一，《步发敛第一》。

的余数=19.3619日,此即圣寿万年历所取闰应值①。

已知授时历转应=13.0205日,近点月长度(转周)=27.554600日,可推得圣寿万年历实际历元的转应=〔(A-13.0205)/27.554600〕的余数=7.5034日,此即圣寿万年历所取转应值②。

已知授时历交应=26.0388日,交点月长度(交周)=27.212224日,可推得圣寿万年历实际历元的交应=〔(A-26.0388)/27.212224〕的余数=20.4734日,此即圣寿万年历所取交应值③。

如上所述,若以角宿初度为起算点,授时历的周应值应等于78.80度,又已知日躔历率=365.2575度,可推得圣寿万年历实际历元的周应=〔(A-78.80)/365.2575〕的余数=238.2239度,此即圣寿万年历所取周应值④。《明史·历志》的编撰者以为:"万年历法以周应减积度,命起角初,其周应为箕十度至角初之数,当为二百八十六度四十五分。今数不合,似误"⑤。此说误解了朱载堉取周应值法的真意,是错误的。

至于圣寿万年历实际历元五星合应值的问题,可由下式求得:

$$\text{五星周率} - \frac{A - \text{授时历五星合应}}{\text{五星周率}}\text{的余数}$$

以木星为例,已知授时历木星合应=117.9726日,木星周率(即木星会合周期)=398.8800日⑥,代入上式得310.1837日,此即圣寿万年历所取用的木星合应值⑦。其他四星合应值可依同理推得。

圣寿万年历实际历元五星历应值可由下式计算:

$$B - \frac{A - \text{授时历五星历应}}{B}\text{的余数}$$

$$\text{上式中 } B = \frac{\text{授时历五星历率}}{10000}$$

---

① 朱载堉:《圣寿万年历》卷一,《步朔闰第二》。
② 同上书卷二,《步月离第五》。
③ 同上书卷二,《步交道第六》。
④ 同上书卷一,《步日躔第三》。
⑤ 《明史》卷三十二,《历志一》。
⑥ 《元史》卷五十五,《历志四》。
⑦ 朱载堉:《圣寿万年历》卷二,《步五纬第八》。

=圣寿万年历五星度率×日躔历率。

亦以木星为例,已知授时历木星历应=1899.9481日,木星的 B = 4331.2964965日[①],代入上式得4018.6073日,此即圣寿万年历所取用的木星历应值[②]。其他四星历应值亦可同理推得。

由以上讨论可知,圣寿万年历实际历元的诸应都是以授时历实测诸应值为基础,经推衍而得的,在参与推衍的各值中,除 A 值外又均与授时历相同,所以说圣寿万年历诸应值是依授时历作小的修正后得到的。

我们再来看看大统历诸应值的求取。由于大统历以"洪武十七年(1384年)甲子岁为元",所以诸应值亦当作相应调整,查其气应、闰应、转应、合应和历应的推算无误,但周应和交应却出了问题。大统历所定"周应三百一十五度一十分七十五秒",与授时历全同。对此,《明史·历志》的编撰者已作了中肯的批评:"洪武甲子(与授时历实测历元)相距一百四年,岁差已退天一度五十四分五十秒,而周应仍用旧数,殆传习之误耳"[③]。此外,大统历中亦不列交应值,依术推其交应值为11.5105日,与授时历不同,可能也误以授时历的交应值代之。这些失误表明,自明初之际始,历家对于授时历已是一知半解,以致以讹传讹,不知更改。而朱载堉在他的黄钟历和圣寿万年历中,均不曾出现这类错误,说明他对于授时历的研究是深入的,比起明代的历官要高过一筹。

若将黄钟历和圣寿万年历同授时历的相关术文逐一对照,我们不难得出二者之间大同小异的结论。用朱载堉自己的话说:"其学大旨出于许衡,而与衡历(指授时历)不同。"[④]这就是说,黄钟历和圣寿万年历的主骨部分乃源于授时历,但也作了若干修正,这些修正大小达十余处之多。许衡(1209—1281)是朱载堉的同乡,均为现在的河南沁阳人。除上已述及的历元设置,诸应含义,以角宿初度为日所在宿度的起算点等外,

① 《元史》卷五十五,《历志四》。
② 朱载堉:《圣寿万年历》卷二,《步五纬第八》。
③ 《明史》卷三十五,《历志五》。
④ 朱载堉:《进历书奏疏》。

有些修正并不妥当，但也还有若干有意义的修正，其中又以关于回归年长度及其古今变化的研究最为重要，下面我们拟先讨论这个问题，并兼及其他。

对回归年长度及其古今变化的研究

我们知道，回归年长度（T）并非恒量，而是一个随时间而变化的变量，任一年（t）的回归年长度值可由下式表达：①

$$T = 365.24219878 - 0.0000000614(t - 1900)$$

这是由现代天体力学推导得的理论公式。

在我国古代，关于回归年长度古大今小的概念，是由南宋天文学家杨忠辅（生卒不详）首先提出的，在他的统天历（1198 年）中，他建立了求任一年回归年长度值的公式：②

$$T = 365.2425 - 0.000002116(t - 1195)$$

元代郭守敬等人，接受了杨忠辅的这一概念，并在他们的授时历中给出了经过修正的新算式：

$$T = 365.2425 - 0.0002t_o$$

式中 t_o 为以 1281 年起算的整世纪数。

杨忠辅和郭守敬等人据以提出概念和建立这些公式的前提，大抵有以下两个方面：一是前代各历法所定回归年长度值确实存在前大后小的总趋势；二是在验算前代冬至时刻、晷影长度测量和交食等记录时，以所设公式计，可以得到较理想的吻合度。这就是说，他们是通过这些特殊的途径，提出回归年长度古今变化的概念，并作了定量描述的尝试的。虽然他们的前提不尽可信，所给出的改正值较理论值要大 30 多倍，但他们研究这个问题的方法和所开拓的方向却是正确的，所以我们不能低估其科学意义。

① 中国科学院紫金山天文台《1981 年天文年历》。

② 高平子：《中国诸历岁实、朔实考》。

朱载堉也是沿着杨忠辅等人的途径，对回归年长度及其古今变化的问题作了新的探索并取得了新的成果。

前已述及，大统历实即授时历，如果说有什么变革的话，那就是“惟去消长而已”①即它仅仅去掉了授时历关于回归年长度古今消长的算法。朱载堉正是从授时历与大统历的这一差异中提出问题的：“大统与授时二历，相较考古，则气差三日；推今，则时差九刻。臣于此而疑焉”。② 为此，他进行了一系列的研究工作，以判别哪一种方法为密近，哪一种方法为疏远，进而提出他自己的新见解。

朱载堉指出：“授时减分太峻，失之先天，大统不减，失之后天”，总的说来“授时近密，大统为疏”，但是“授时未必全是，二历强弱之间宜有所折衷”③，这是经过大量研究工作后得到的总结论。那么回归年长度古今消长以取何值为宜呢？朱载堉特别重视“僖公五年（公元前665）春王正月辛亥朔，日南至”和“昭公二十年（公元前522）春王正己丑，日南至”④这两条纪录。他指出：“设若每年增损二秒，推而上之，则失昭公己丑；假如每年增损一秒至一秒半，则失僖公辛亥。二秒为过，一秒至一秒半为不及，酌取中数，每年增损一秒太，则僖公辛亥，昭公己丑皆得矣”⑤。这就是朱载堉选取回归年长度每年消长0.00000175日新值的关键性依据。

此外，朱载堉还对郭守敬等人的回归年长度消长法提出了这样的批评：

> 授时历谓上考往古，每百年于岁实加一分，下求将来，减亦如之。窃以此言过矣。夫阴阳消长之理，以渐而积也，先自一秒积至十秒，复自十秒积至一分，未有不从秒起，便至分者。授时历于百年之际顿加一分，考古冬至或偶中，揆之于理，实有未然⑥。

---

① 《明史》卷三十五，《历志五》。
② 朱载堉：《进历书奏疏》。
③ 朱载堉：《进历书奏疏》。
④ 《左传·僖公五年》和《左传·昭公二十年》。
⑤ 朱载堉：《律历融通》卷四，《黄钟历议·岁余》。
⑥ 朱载堉：《律历融通》卷四，《黄钟历议·岁余》。

在进行这些研究的基础上，朱载堉批判地继承了杨忠辅、郭守敬等人的成果，建立了回归年长度古今变化的新公式：

在黄钟历中，设实际历元(1281 年)的回归年长度为 365.2425 日，

$$T = 365.2425 - 0.00000175(t - 1281) \qquad (1)$$

在圣寿万年历中，设实际历元(公元前 3007 年—公元 1554 年前的 4560 年)的回归年长度为 365.25 日，

$$T = 365.25 - 0.00000175(t + 3006) \qquad (2)$$

(1) 和 (2) 两个公式基本上是等价的，依之计算，T 值仅有约 0.000002 日之差。

这样，朱载堉既纠正了郭守敬等人回归年长度消长法的不当之处，又坚持了杨忠辅所开拓的正确方向，而且其消长新值较杨忠辅和郭守敬等人为佳，在探索回归年长度古今变化规律的道路上迈进了一步。

在黄钟历和圣寿万年历中，朱载堉是分别应用式(1)和式(2)于有关历法问题的推算的。

欲求自实际历元到所求年间的累积日数值——“岁定积”(A)，黄钟历术曰：

> 求泛距、定距，置律历所距秋年为泛距 (m)，来加往减律限(300)为定距 (n)。若泛距在律限已下不及减者，反减律限为定距。
>
> 求泛积、定积，置所求定距(n) 以律数(12) 乘之，为积月，乘日〔律〕率(30) 为积日，以积月乘日余(699) 为积余，积余满法(1600) 并入积日为岁泛积(C)。置定距自相乘(n^2) 为实，七之八而一，所得满津母(100) 为分，不满退除为秒忽，是名节气岁差(D)，来减往加泛积(C) 为岁定积(A) ①

依术意：$n = m \pm 300$，若考古，$m < 300$ 时，$n = 300 - m$。

$$C = n \times 12 \times (30 + \frac{669}{1600}) = 365.2425 \times n$$

① 《历律融通》卷一，《黄钟历法 · 步律吕第一》。

$D = \frac{7n^2}{8 \times 10^2}$ 分 $= \frac{7n^2}{8 \times 10^6}$ 日

则 $A = C \mp D = 365.2425 \times n \mp \frac{7n^2}{8 \times 10^6}$ (3)

圣寿万年历求 A 值的方法，与黄钟历大同小异，其术曰：

求岁定积，置历元所距年积算为泛距(m)，来加往减元纪(4560)为定距(n)，以期实(1461)乘之，四约，为积日，不满退除为刻，是名泛积(C)。定距自相乘(n^2)，七之八而一，所得满百万为日，不满为刻及分秒，带半秒已上者收作一秒，是名节气岁差(D)，(用)〔来〕减〔往加〕泛积，(余)为定积(A)①。

依术意：$n = m \pm 4560$，若考古，$m < 4560$ 时，$n = 4560 - m$。

$C = \frac{n \times 1461}{4}$ 日 $= 365.25 \times n$ 日

$D = \frac{7n^2}{8 \times 10^6}$ 日

则 $A = C \mp D = 365.25 \times n \mp \frac{7n^2}{8 \times 10^6}$ (4)

设 $t = n + 1281$，$n = 1、2、3，\cdots$ 代入式(1)，可得：

$$\sum_1^n T = A = 365.2425 \times n \mp \frac{(n+1)n}{2} \times 0.00000175$$

$$= 365.2425 \times n \mp \frac{7n(n+1)}{8 \times 10^6} \quad (5)$$

又设 $t = n - 3006$，$n = 1、2、3，\cdots$ 代入式(2)，可得：

$$\sum_1^n T = A = 365.25 \times n \mp \frac{7n(n+1)}{8 \times 10^6} \quad (6)$$

将式(3)与式(5)，式(4)与式(6)相比较，二者均相差〔$(7n)/(8 \times 10^6)$〕日一项。但由于即便 $n = 1000$ 时，这项差值也不大于0.01日，在一般情况下（指 n 远小于1000）略去此项并不影响历法问题计算的精度。所以，我们以为朱载堉在应用式(1)、式(2)于“岁定积”的推导时，是应

① 《圣寿万年历》卷一，《步发敛第一》。

用了式(5)、式(6)所示的等差数列求和公式的结果。其差项是在不影响精度的前提下删去的。

由于黄钟历和圣寿万年历对回归年长度及其消长法作了新的调整,这对于许多历法问题的计算精度产生了很大的影响,现以黄钟历和圣寿万年历表面历元年的回归年长度值、冬至时刻和五星近日点黄经及其进动值等的推求为例,分析一下这一新调整所造成的影响。

由式(3)和式(4)可分别推得黄钟历和圣寿万年历表面历元年(1581和1554年)的回归年长度值为:365.2419750日和365.2420200日,它们与理论值之差分别为21秒和17秒。而授时历和大统历历元年所取回归年长度值与理论值之差均为23秒,所以黄钟历和圣寿万年历所取回归年长度值的精度较之为优,且在我国古代传统历法中,其精度也是首屈一指的。

关于冬至时刻的推算:

已知黄钟历的气应=55.06日,其表面历元年的 $A_1 = 365.2425 \times 300 - [(300 \times 7)/(8 \times 10^6)]$,则其冬至时刻 $= [(A_1 + 55.06)/60]$ 的余数=7.73,即得万历八年十一月辛未日七十三刻(1580年12月11.73日)冬至。

已知圣寿万年历的律应=55.6089日,其表面历元年的 $A_2 = 365.25 \times 4560 - [(4560^2 \times 7)/(8 \times 10^6)]$,则冬至时刻 $= [(A_2 - 55.6089)/60]$ 的余数=46.20,即嘉靖三十二年十一月庚戌日二十刻(1553年12月12.20日)冬至。

而相应年份冬至时刻的理论值分别为1580年12月11.91日和1553年12月12.35日①,则黄钟历和圣寿万年历表面历元年冬至时刻的误差分别为18刻和15刻。这一精度远较授时历(其历元年冬至时刻的误差

① B. Tuckerman, *Planetary, Lunar, and Solar Positions*, The American Philosophical Society, Philadelphia, 1964.

为0刻)[①]为低。

据计算[②],黄钟历、圣寿万年历表面历元年和授时历实测历元年的五星近日点黄经值(ω)及其与理论值之差(Δ),五星近日点每年进动值与相应的理论值之差(K)可列如表8-1所示。

上述情况表明:黄钟历和圣寿万年历所取回归年长度值,木、土二星近日点黄经值和五星近日点每年进动值的总精度,均较授时历为佳,而冬至时刻,火、土、金三星近日点黄经值的精度,则以授时历为高。这就是说朱载堉对授时历所作的修正有成功之处,亦有不足之点。若将黄钟历和圣寿万年历二者加以比较,上述各值中除水星近日点黄经外均以圣寿万年历为优,这证明圣寿万年历较黄钟历是有进步的。

《黄钟历议》和《万年历备考》

在编撰黄钟历的过程中,朱载堉几乎对古代历法的所有重要问题都作了评述,其心得载于《黄钟历议》之中;后来在编撰圣寿万年历时,他又对历代冬至时刻、晷影测量和交食记录作了详细的考证,而成《万年历备考》。这些研究工作的方法,正如朱载堉自己所说的是:“辑名历五十家,倾心考证,时刻分秒,期吻合于玑衡”[③],其目的则是“采众说之所长,羽翼大统,广其未备”[④]。

《黄钟历议》共有三十六篇,其中前十二篇主要论述音律与历法的关系,后二十四篇则论述历法的种种问题。

在前十二篇中,朱载堉所论述者多不足取,但其中关于历代历法选择

① 陈美东:《论我国古代冬至时刻的测定及郭守敬等人的贡献》,《自然科学史研究》,1983年第1期。

② 计算方法可参阅陈美东:《我国古代对五星近日点黄经及其进动值的测算》,《自然科学史研究》,1985年第2期。

③ 朱载堉:《进历书奏疏》。

④ 朱载堉:《律历融通》卷四,《黄钟历议·五纬》。

历元问题的评述却是十分精辟的。他指出:“古法推步七政,多求其总会于甲子,逆考顺推上下数千万年”,就是说历代大多数历法,在选取历元时,均要推求一个理想的、虚设的上元,以作为十一月,朔旦、冬至、夜半、甲子、月亮近地点、黄白交点,五星及其近日点等天文要素的共同起算点,这样往往使得自上元到所求年间的时距达数千万年以致数亿年之巨,这不但使历法的计算变得极其繁杂,而且导致上述各天文要素失真,直接影响计算的精度。朱载堉问道:“岂天地生数之始,果如是纷糅耶? 抑好奇者为之故尔!”他十分推崇郭守敬等人在编制授时历时“但以测验真数为则,不复逆考顺推,以求其齐”的以实测历元为起算点的方法,以为“其见卓矣”①。这是对历代历法选择历元问题的很好总结。在黄钟历和圣寿万年历中,朱载堉的历元设置法正是在这一讨论的基础上得出的。

表 8-1　朱载堉的历法和授时历的几种参数比较

星名 / ω及Δ / 历名	木星		火星		土星		金星		水星	
	ω	Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω	Δ
黄钟历	6°.06	-1°.54	318°.88	-9°.47	78°.51	-6°.35	262°.72	137°.06	71°.95	1°.01
圣寿万年历	6°.01	-1°.15	318°.71	-9°.14	78°.48	-5°.85	262°.31	137°.03	71°.54	1°.02
授时历	5°.60	2°.80	316°.99	-5°.84	78°.28	-0°.73	258°.21	136°.72	67°.44	1°.16
黄钟历和圣寿万年历 K	52″.43		43″.60		67″.71		-3″.46		1″.90	
授时历 K	53″.43		44″.48		68″.74		-2″.53		2″.78	

在后二十四篇中,朱载堉几乎对古代历法的所有问题都发表了自己的见解。其中有创见者,除关于回归年长度消长问题的讨论外(见《岁余》篇,已在上一小节叙及),还有关于地理纬度测量新法的探讨等。

为了更准确地测量各地的北极出地高度即地理纬度,朱载堉应用郭守敬发明的仪器——正方案(图 8-2),设计了新的测量方法。所谓北极

① 朱载堉:《律历融通》卷三,《黄钟历议·律元》。

出地高度,顾名思义就是指天球北极不动处离当地地平面的高度角。而要进行该高度角的直接测量,存在着很大的困难。朱载堉指出:由于北极"不动处无星",没有客观的星体可供瞄准,且北极附近的"纽星(指小熊座α星)去极古今尚无定论,况能测知极出地之度耶?"为此,他设计了"唯以日景验极,不必窥测纽星"①的新方法,代替先观测纽星以定北极位置,进而测算北极出地高度的传统方法。

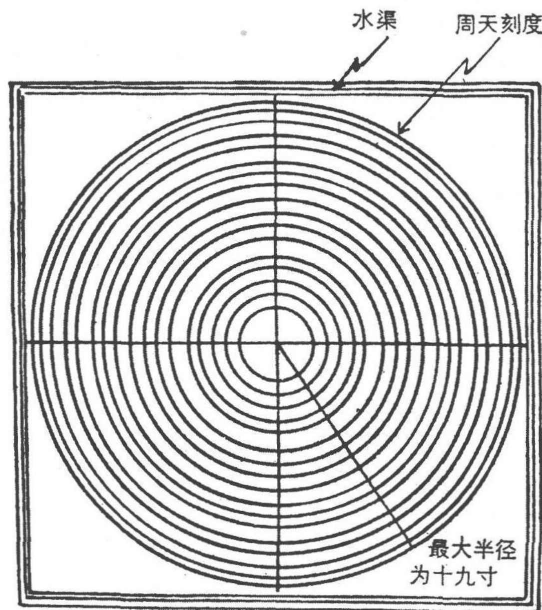


图 8-2 "正方案"平面示意图

"正方案,方四尺,厚一寸,四周去边五分为水渠。先定中心,画为十字,外抵水渠。去心一寸,画为圆规,自外寸规之,凡十九规。外规内三分,画为重规,遍布周天度……。"②郭守敬主要用此仪器于各地正南北方向的测定,朱载堉则巧妙地用它于北极出地高度的测量,其

① 朱载堉:《律历融通》卷四,《黄钟历议·候极》。

② 《元史》卷四十八,《天文志一》。

法曰：

> 今拟新法：宜于正方案上周天度内，权以一度为北极，自此度外右旋数至六十七度四十一分，为夏至日躔所在，复数至百一十五度二十一分，为冬至日躔所在，左旋数亦如之。距二处经中心交贯界线并中心共五处，各插一针，于二至午中，向东立案验景，使三针景合而为一，如不合则揩起一头，务使相合，然后悬绳界取中线，而又取方十字界之，横界上距极若干度，即极出地度及分也。①

依文义作图8－3。图中 J 和 K 分别为正方案周天刻度内的零度和一度处。K 为北极。令：

$\widehat{KA} = \widehat{KD} = 67.41$ 度

$\widehat{KB} = \widehat{KC} = 115.21$ 度

设 E 为 $\widehat{AB}$ 的中点，则 $\widehat{AE} = \widehat{EB} = 23.90$ 度，此即黄赤交角 ε，且 $OE \perp OK$。

于 A、B、C、D 和 O 五处插针，AOC 和 BOD 分别处一直线上。夏至时，将正方案竖起，面向东，置于南北方向上，令 A、O、C 三处针影重合，即令该三点和太阳共处一直线上。同理，冬至时，令 B、O、D 三处针影重合，即令该三点与太阳共处一直线上。

自 O 点悬垂线，OG 为垂线方向，其延长线 OH 即为观测者的天顶方向。又 HG 和 FI 为相互垂直的方十字，FI 为其横界。令 HG 与垂线相合，则 $\widehat{FK} = \widehat{HE}$。朱载堉以为 $\widehat{FK}$ 即当地北极出地高度值。

由球面天文学知：

$\varphi = Z_{夏} + \varepsilon = Z_{冬} - \varepsilon$

$Z_{夏、冬} = Z'_{夏、冬} + \rho_{夏、冬}$

式中，φ 为地理纬度，$Z_{夏、冬}$、$Z'_{夏、冬}$ 分别为夏至或冬至时太阳的真天顶距和视天顶距，ε 为黄赤交角，$\rho_{夏、冬}$ 分别为夏至或冬至观测太阳时的蒙气差。

---

① 《律历融通》卷四，《黄钟历议·候极》。

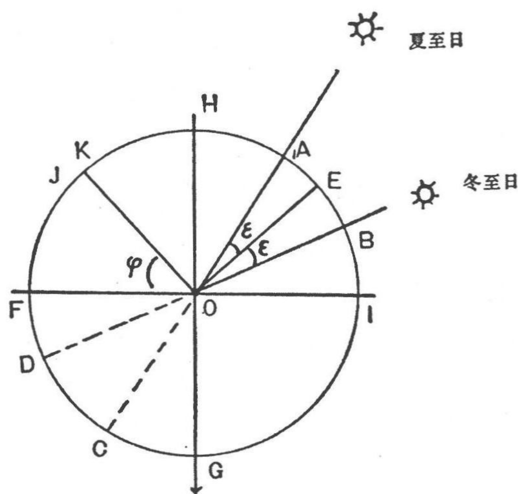


图 8－3　用“正方案”测量地理纬度示意图

由图知：$Z'_{夏} = \widehat{HA}, Z'_{冬} = \widehat{HB}$，则

$$\varphi = \widehat{HA} + \widehat{AE} + \rho_{夏、冬} = \widehat{HE} + \rho_{夏、冬} = \widehat{FK} + \rho_{夏、冬}$$

这就是说，除了未虑及蒙气差的影响外，朱载堉所设计的方法是正确的。

那么这一方法设计之巧妙处何在，其可能达到的精度又如何呢？

其一，朱载堉是在自信所定 ε 值是可靠的基础上设计新法的。我们知道朱载堉所处时代的 ε 理论值约为 23°29′.8①，而在新法中，朱载堉取用值为 23.9°，化为 360°制等于 23°33′.4，其差仅为 3′.6，所以朱载堉这一抉择是巧妙的和明智的。

其二，朱载堉采用了三针影重合法，较好地解决了观测太阳时的照准问题，大大降低了照准误差，以致可以把这项误差略而不计。这又是新法的巧妙之处。

其三，新法读数是依垂线方向取得 G 点，又用预先准备好的十字

① 中国科学院紫金山天文台《1981 年天文年历》。

线界取 F 点，垂线和十字线都可以用很细的线，又可以在很从容和很好的光线条件下读数，这又是新法的一个优良点。再考虑到正方案周天度圈的半径为 1.9 尺，则一度的长度约 0.8cm，其读数误差当不大于 $3'$。

其四，关于蒙气差。已知在 $\varphi=40°$处，$\rho_{夏}=0'.3$，$\rho_{冬}=2'.0$①。

其五，关于正方案的定向差。设定向差为 1°—2°，可能使 $Z'_{夏、冬}$有 $1'$—$1'.5$ 的变化②。

其六，关于冬、夏至时刻的测定差。当其差为一日时，$Z'_{夏、冬}$的变化不大于 $0'.5$③。

综上六方面可能的误差，在正常情况下，朱载堉所设计的新法的最大误差 $=3'.6+3'+2'+1'.5+0'.5=10'.6$，即 φ 的误差不应大于 0°.2。而郭守敬等人测得的北极出地高度平均误差为 0°.35④，这说明朱载堉的新法是相当好的地理纬度测量法。

黄钟历和圣寿万年历所用"京师北极出地四十度太"⑤，化为 360°制为 40°.16；授时历所用"大都北极出地四十度太强"⑥，为 40°.25；而大统历用简仪测得的"四十度九十四分九十三秒七十五微，为北京北极出地度"⑦，为 40°.36。已知北京的地理纬度极接近于 40°，则朱载堉所得值优于授时历，更比大统历强。黄钟历和圣寿万年历所用地理纬度值很可能就是利用朱载堉所设计的新法进行测量的结果，其误差为 0°.16，确不大于 0°.2，这也证明我们上面所作的分析是可信的。

在《黄钟历议》的《正方》篇中，朱载堉还记载了利用正方案进行磁偏

---

① 中国科学院紫金山天文台，《1981 年天文年历》。

② 陈美东：《试论我国古代黄赤交角的测量》，《科技史文集》第 3 辑，上海科技出版社，1980。

③ 同上。

④ 潘鼐、向英：《郭守敬》，上海人民出版社，1980，第 84 页。

⑤ 朱载堉：《律历融通》卷一，《黄钟历法 · 步晷漏第五》和《圣寿万年历》卷一《步晷漏第四》。

⑥ 《元史》卷五十五，《历志四》。

⑦ 《明史》卷三二，《历志二》。

角测量的结果,这说明朱载堉确曾动手进行若干实测工作。

中国人在世界上最早发现地磁偏角。宋初天文家杨维德、军事学家曾公亮(999—1078)、堪舆家王伋(约988—1058)在使用指南针过程中都曾记述指南针不指正南,亦即观察到地磁偏角①。宋代沈括(1031—1095)说:"方家以磁石摩针锋,则能指南,然常微偏东,不全南也。"②可惜,沈括没有具体记下偏斜角度及地理位置。朱载堉对地磁偏角作了具体测定,他写道:

> 八方之地各有偏向,若世所用指南针,要亦可准试,即偏地用之,验其所指者正午欤?偏午欤?使偏地而指偏午,则二十四向皆随偏午而定,一向既差,余向俱差矣。此不可不辨也。《本草衍义》曰:"磁石摩针锋则能指南,然常微偏东,不全南也。盖丙为大火,庚金受其制,故如此。"尝以"正方案"之一规均为百刻,而以日景与指南针相校,果指午正之东一刻零三分刻之一。然世俗多不解,考日景以正方向,而惟凭指南针以为正南,岂不误哉。③

《本草衍义》是北宋末年寇宗奭(生卒年不详)于政和六年(1116)完成的医药著作。他所记载的地磁偏角似是出自沈括著书。

正方案原是一种利用臬影来测定南北方向的仪器。臬置于该仪器平板的中心,以此中心为圆心画有同心圆若干。同心圆可按需要画上刻度,如朱载堉将圆分为百刻。当南北方向测定后,指南针的方向与南北方向的夹角即是地磁偏角(图8-4)。根据朱载堉的测量,其地磁偏角为:

$$\frac{1\frac{1}{3}}{100}\times360°=4.8°=4°48'$$

这4°48′的地磁偏角数值可能是16世纪中期或下半叶北京地区的磁

① 戴念祖:《中国物理学史大系·电和磁的历史》,湖南教育出版社,2002。

② 沈括:《梦溪笔谈》卷二四,《杂志一》。

③ 朱载堉:《律历融通》卷四,《正方》。

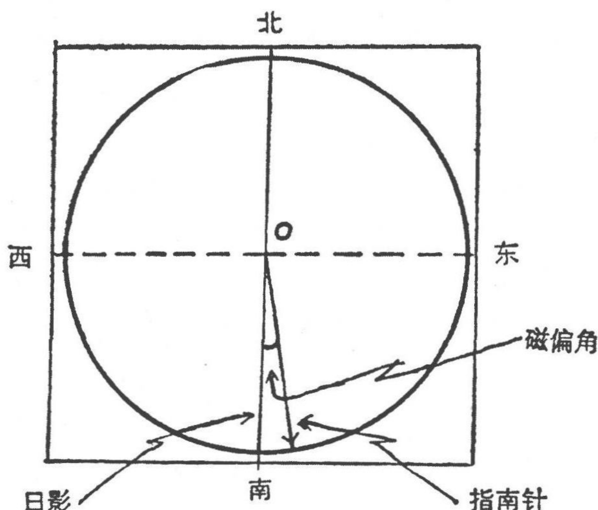


图 8－4　以“正方案”测量地磁偏角平面示意图

偏斜①。这是中国历史上第一个有具体的、精确数值的地磁偏角记载。朱载堉所说“八方之地各有偏向”，也即是地磁偏角随地理位置而异。这个结论不仅与现代科学一致，而且也是地球史上第一个关于地磁方向随地而异的科学结论。

此外，在力所能及的范围内，朱载堉制作了一些简易的演示天象的模具。他写道：

尝造泥丸，中穿一索，外以粉涂之，悬于暗室中，以灯照其侧，则半明半暗。照其前则全明，照其后则全暗，此弦望晦朔之象也。方照其后，时若少偏，则虽不见粉丸之光，而犹见灯光，若不偏，则灯光反为粉丸所掩，此日食之象也。方照其前，时若少偏，则背灯而视之，全

① 根据《大明会典》记载和本书第一章所述，王子载堉几无可能进京。但他又在《律历融通》中明言“京师北极出地四十度太”。以此推断他在被革除王子冠带期间可能曾北上至京郊，抑或托他人（如习佛师友、僧人松谷）进京测试。其测地磁偏角事未明言具体时间和地点，本书作者推测为京师；抑或洛阳地区，亦未可知。

见粉丸之光，若不偏则其光反为灯景所蔽，此月食之象也。[①]

这就十分直观形象地演示了月相变化及日食、月食的现象。

在《黄钟历议》中，朱载堉还记述了一些重要的天文学史料。如他写道：

旧说：日、月与地三者，形体大小相似，地体亦圆而不方，其大止可当天一度半，而天周当地径二百四十余倍也。日月相冲，为地所蔽，有景在天，其大如日，日光不照名曰暗虚，月望行黄道则入暗虚矣，值暗虚有表里深浅，故月食有南北多少。[②]

前已叙及，《黄钟历议》当撰成于1581年以前，而1581年适为西方传教士利玛窦始抵中国南大门的年份。可见他所叙述的地圆说并非舶来品。虽然朱载堉并不赞同这一旧说，但他所引述的这一旧说，当是中国古代地圆说的重要史料。朱载堉在对天文历法问题进行研究时，确实参阅了大量的古代文献，上述旧说正是他旁征博引的一个写照。

在编撰圣寿万年历的过程中，朱载堉又进行了许多天文历法的研究工作。古人在编制历法或检验历法的优劣时，均首重关于冬至时刻和交食的测算。冬至时刻的测定，也就是二十四节气的测定，它与农业生产有较密切的关系。北宋天文学家周琮（生卒年不详）指出，"较景、定气，历家最为急务"[③]，朱载堉十分推崇的元代天文学家许衡也说："冬至者历之本，而求历本者在验气。"[④]而交食是最明显的天象之一，其预报准确与否，是检验历法的最可靠方法，所以有"历法疏密，验在交食"[⑤]的说法。朱载堉正是机敏地抓住了历法的这两个要害问题作了深入的研究，其成果就是《万年历备考》中收载的《诸历冬至考》、《二至晷景考》和《古今交食考》三篇专题论文。

在《诸历冬至考》一文中，朱载堉对从汉武帝时邓平（生卒年不详）等

---

① 朱载堉：《律历融通》卷四，《黄钟历议·交会》。

② 朱载堉：《律历融通》卷四，《黄钟历议·月食》。

③ 《宋史》卷七六，《律历志九》。

④ 《元史》卷一五八，《许衡传》。

⑤ 《元史》卷五二，《历志一》。

人所编的太初历起到授时历止"历代诸历可考者五十家","各以其术推当时及近岁之冬至、复将新率上考与相参校"。结果表明:"以古历五十家之法,下推甲午岁(指万历二十二年,1594)己卯冬至,其合者仅二家(指统天历和授时历),其不合者共四十八家。"若以杨忠辅的统天历、授时历和黄钟历(或圣寿万年历)"上考五十家历所距之年天正冬至,则合者三十六,不合者十四"。对于不合者十四家,朱载堉作了具体的分析,他认为其中"十二家在大衍已前者","盖彼造历之时,测验未密,祖冲之及一行已有定论矣";另外,"唐五纪、宋崇天此二家者,在大衍后,盖写大衍旧率而失之后天也"。

在《二至晷景考》一文中,朱载堉对"鲁僖公五年丙寅岁(公元前665)正月至洪武十六年癸亥岁(1383)十一月,二千三十八年之间,传志之载二至晷景凡六十事,用前代所谓密者四历(指太初、大衍、纪元、授时)及大统并新法考之"。结果表明:"太初合者仅二,后天五日至十一日者凡五十八。大衍合者三十六,先一日者六,后一日者十七,后二日者一。纪元合者四十二,先一日者十,后一日者八。授时历合者四十八,先一日者十,后一日者二。大统合者四十二,先一日者三,后一日者十三,后三日者二。新法合者比较授时多一事,其不合者比授时少一事。"朱载堉进一步分析说:"授时历不合者十二,而先者多至于十,后者仅二,盖减分太多,未得其宜也,将来气朔皆失之先矣。大统不合者十八……盖由岁余一定,无加减故也。"

以上两文的结论是朱载堉在对古历作深入研究和经大量计算工作后得到的,其所作分析亦能自圆其说。一方面论证了应用杨忠辅所首创的回归年长度消长法的优越性;另一方面又证明了他所得新法的可靠性。

在《古今交食考》一文中,朱载堉取汉武帝元光元年(公元前134)到陈宣帝太建八年(576)间,"史志原载日月食分、加时、复起方位,各取数事,而以元儒旧法并令新法考之",又"取万历甲午(1594)以后日月交食亦各数事,较其异同"。对于往者,朱载堉共取十事,分别用授时历和新法计算交食的食分、食时(包括初亏、食甚和复圆时刻)、亏食的起复方位、交食发生时所处黄道和赤道人宿度等要素。结果表明,授时历和新法大同小异,其异者互有高低,尚难判别二历之优劣。对于来者,朱载堉亦

取十事，同样计算出上述诸要素，其意在于接受未来天象的检验，以“辨定疏密，为后来修历者张本”。这些既反映了朱载堉对授时历有很深入的研究，又反映了他的实事求是精神。

综上所述，朱载堉是在十分困难的条件下进行他的天文历法研究工作的。他深知历法“欲求精密，则须依凭象器测验天文，积日累月，务得其实，而后缀以算术，立为定法，方可成一代之懿制，传之万世而无弊也”。可是，朱载堉所面临的现实却是“仪表之具，生来目所未睹，况能知其距度之疏密，展次之广狭乎”①。这无疑限制了朱载堉天文才能的施展。虽然如此，朱载堉还是作了力所能及的努力，他动手制作了一些小型的天文仪具，设计了新的测量方法，取得了很好的效果，如利用“正方案”进行地理纬度和地磁偏角的测量，便是突出的一例。在传统天文历法处于凋零枯萎的情况之下，这些工作具有十分积极的意义。特别是，朱载堉凭借良好的数学根底，对前代各家历法尤其是授时历进行了系统深入的研究，达到了很高的造诣。他的造诣是同时代的历官们无法比拟的。在此基础上，朱载堉编撰了黄钟历和圣寿万年历，大胆地对授时历进行了一系列修正，其中包括了一些具有重要意义的改革，如对回归年长度及其古今消长的研究尤为突出。个别外国学者以为朱载堉“并没有改进明代历法的缺点”，朱载堉所取回归年长度值为 $365\frac{1}{4}$ 日，这都表明他们不甚了解朱载堉②。实际上，朱载堉的天文历法工作不只在于历法的编撰本身，还在于他吸取了先辈天文历法家许多可贵的思想，并加以发扬光大，不但给当时沉寂的天文历法界注入了生机，也为后世天文历法的发展开拓了道路。

上进《历书》引发的风波

万历二十三年六月十九日（1595 年 7 月 25 日），朱载堉向朝廷进献

① 朱载堉：《律历融通》卷四，《黄钟历议 · 五纬》。

② F. A. Kuttner, *Ethnomusicology*, Vol. 19 (1975), No. 2, p. 166.

《历书》三种，并上《进历书奏疏》和《上进表》。《进历书奏疏》旨在陈述编历法、撰《历书》之缘由，申明自知僭越之罪，恐惧之至，乞皇上谅情宽恩。《上进表》再申述自学推算历法，并列出上进书之册数、每册的字数和纸张数（相当于今日页数）。后者在《乐律全书》中未装帧于《上进表》文之后，而附在《律历融通》之末。

《进历书奏疏》开篇明言：

> 先臣、南京都察院右都御史何瑭，乃臣外舅江西抚州府通判何诰之祖也。臣父恭王，壮年盖尝师友于瑭。臣虽未获面觌而亦幸私淑焉。瑭与元儒许衡同里，慕其象数之学。衡所撰授时历，备载元史。瑭亦著阴阳律吕之说，名曰《管见》。臣性愚钝，嗜好颇同，忝居桑梓，复与瓜葛，静居多暇，读其书而悦之。探索既久，偶有所得。是故不揣狂谬，敢以一得之愚，敬为皇上陈之。（图8-5）

朱载堉一开始就明言律历之学乃其祖训家学。载堉学之以其父厚烷；厚烷学之以姻亲何瑭，载堉也学之以岳祖父何瑭遗作；何瑭又源自同乡许衡之学。许衡是元代与王恂、郭守敬制定授时历者。如此，明廷禁历之法，载堉未曾干禁。然后，他又饰以"无任战慄、待罪恐惧之至"的心情，向神宗皇帝疏奏一点自己的学习心得，"俯赐容纳臣下情，不胜感戴，不胜幸甚"。君臣父子之别，朱载堉在奏疏中无任挑剔。

然后，奏疏中假以"昔圣人法天垂象"之盛事，道出天象历法是"天地之大纪，帝王之重事，是以圣人宝之"。这些文字无非盼皇上重视历事；表明自己仅仅作为儒者的态度，"臣惟帝王之治天下以律历为先，儒者之通天人至律历而止"；也让皇上再放心自己所为。继而，方切入奏疏主题，言及大统历出现差错："大统与授时二历相较，考古则气差三日，推今则时差九刻。"

这里所谓"气差"，指冬至时刻之差；所谓"时差"，指夏至时刻之差；所谓"考古"，即将大统历与授时历分别去推算古代某一冬至日的时刻。例如《万年历备考》卷二《二至晷景考》曾指出：

> 《春秋左传》载，鲁僖公五年丙寅岁，春王正月辛亥朔、日南至（即冬至）；
>
> 元授时历推此冬至日为辛亥十四刻；

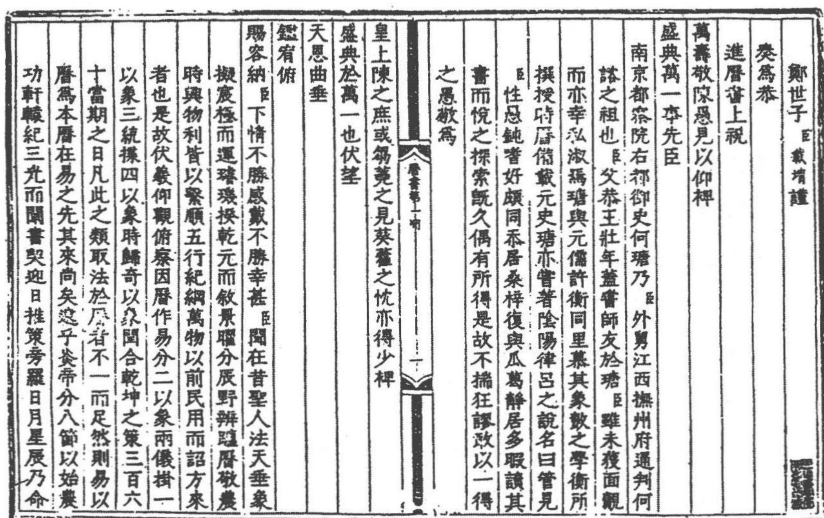

鄭世子臣載堉謹
奏爲恭
進曆書上瀆
萬壽敬陳愚見以仰裨
盛典萬一事先臣
南京都察院右都御史何瑭乃臣外舅江西撫州府通判何
諮之祖也臣父恭王壯年嘗師友於瑭臣雖未獲面覩
而亦幸私淑焉瑭與元儒許衡同里慕其象數之學衡所
撰授時曆備載元史瑭亦嘗著陰陽律呂之說名曰管見
臣性愚鈍嗜好頗同忝居桑梓復與瓜葛靜居多暇讀其
書而悅之探索既久偶有所得是故不揣狂謬敢以一得
之愚敬爲
皇上陳之庶或芻蕘之見葵藿之忱亦得少裨
盛典於萬一也伏望
天恩曲垂
鑒宥俯
賜容納臣下情不勝感戴不勝幸甚臣聞在昔聖人法天垂象
擬宸極而運璿璣揆乾元而敘景曜分辰野辨躔曆敬授
時與物利皆以繫順五行紀綱萬物以前民用而詔方來
者也是故伏羲仰觀俯察因曆作易分二以象兩儀掛一
以象三統揲四以象時歸奇以象閏合乾坤之策三百六
十當期之日凡此之類取法於曆者不一而足然則易以
曆爲本曆在易之先其來尚矣逮乎炎帝分八節以始農
功軒轅紀三元而闡書契迎日推策旁羅日月星辰乃命

图 8－5　朱载堉《进历书奏疏》(《乐律全书·历书》书影)

明大统历推此冬至日为甲寅八十二刻；

载堉新法(即圣寿万年历)推得为辛亥五十五刻。

从辛亥至甲寅，气差三日。

所谓“推今”，即以大统历和授时历分别推算万历某年的夏至时刻。如万历二十四年五月夏至，大统历推算为五月癸巳六刻，授时历推算为壬辰九十七刻，载堉新法推算为壬辰九十七刻。一天为百刻。从壬辰九十七刻到第二日癸巳六刻，可谓“时差九刻”。

“九刻”之差，看似甚小，然积年愈久，时差愈大。若此差时恰处夜半之际，则所差便隔一日。若在晦朔之交，便差一月。于是，朱载堉并非耸人听闻地指出，节气差一日，则置闰差一月。载堉奏疏中还言及，依此计算，推得万历百年冬至时刻，大统历与授时历差十余刻；万历千年冬至时刻，二历相差则为两日；万历一万年，则相差一百余日。“近小之事物而深通乎幽玄至大之理”。至于交食时刻，差错则更明显。日食事虽未在奏疏中明言，却在其上进《历书》中一一道明。

奏疏主题之一在于申报皇上时下所用大统历有误；主题之二在于劝说皇上取消民间禁历事。载堉指出，“历数之学，历代所不禁也。设使当

时民间果不敢私习，则其学绝传久矣。安得今日复有历法乎？"他以自己习历经过为例：先是弱冠之时，读书而悦之；待壮年复读历代诸史志，考辨历者五十余家之异同；而以近年读丘濬（1420—1495，官至明朝国子祭酒）《大学衍义补》方知大统历大略。这才发现大统历之差误。以此说明，许衡、王恂、郭守敬辈在四海之内、兆民之中未尝无也。话锋一转，朱载堉说出了常人不敢说的双关语："皇上好此事，则此辈出；不好此事，则此辈无由以自显。""皇上赦臣狂妄之罪而容之，则衡、恂、守敬辈必相继而至矣。"宫廷内外，读此语者，无不瞠目结舌。

朱载堉以极为谦卑之心奉上奏文。他说，牢记开国太祖之训示，只是"和会二家（大统历与授时历），酌取中数，立为新率，编撰成书，以伸野人芹暴之献"。其献《历书》立足点却在于，自己的新法"或有差误，宜令通此事者以订正之"，"将臣疏并所进《历书》，敕下该部会集大臣名儒，从长计议。其大统历所未差者，切不可改。倘有小差，即便更正，以成一代之制"云云。由此可见，朱载堉的智慧与巧妙。奏文全篇申述其两个主题，而结尾却要求验其所献之历。若验之载堉所献《圣寿万年历》无误，大统历之错则明，大统历需更改也无须赘语了。

奏疏递报入礼部。礼部议："郑世子载堉奏称，大统历倘有小差，乞要更正。"明神宗皇帝阅其奏疏后，御批："礼部知道，钦此。"未有任何斥责朱载堉之意。从宗族关系看，神宗皇帝比朱载堉小一辈，且称载堉为"宗伯"。载堉口碑在宫廷内外极佳，无人敢搬弄是非。三个月后，即当年九月十九日（10 月 21 日），礼部尚书范谦为朱载堉进《历书》事，请上"赐敕奖谕"。范谦认为，大统历"行之既久，习之已熟，一旦而欲更新其名，无论非祖宗创制立法至意，且恐骇华夷之视听也"。这句文字，责之甚重，若非朱载堉，恐罪责难逃。但考虑到朱载堉"原其用心，无非俯竭一得之忱，欲效万年之祝，意甚善也"，"若夫世子载堉不以崇高富贵为逸豫之图，乃留心历学，博通古今，志行既为可尚，忠爱良有足嘉，即东平河间[1]何以称焉。"九月二十三日（10 月 25 日）神宗皇帝下旨奖谕，私下说

① "东平河间"：指后汉东平宪王刘苍。事见：《后汉书》卷四二，《光武十王列传》。

三道四者即可休也。范谦还考虑到，朱载堉进《历书》原本"恭备御览，未便翻阅，恐致损污"，故通过河南布政司、郑府长史司告知朱载堉，要送《历书》副本转发钦天监并各科历官，以便"互相参订、细加磨算"①。

同年十月二十八日(11月29日)，河南布政司发文致郑府长史司。十一月二十日(12月20日)郑府长史司即差人将《历书》抄本(副本)再送京。

鉴于朱载堉奏本文字巧妙，说理得当，加之郑世子声望，一场要求改历的事件似乎是平静非常。由于明成化之后，交食往往不验，议改历者此起彼伏。例如，成化十年(1474)，擢云南提学童轩为太常寺少卿，掌钦天监事。十五年(1479)因推算月食误，险丧命黄泉。十七年(1481)，真定(今属河北)县学教谕俞正己上《改历议》，因狂妄无知，下狱。十九年(1483)，天文生张陞言改历，钦天监以祖制不可变而不采纳②。因此，人们不能不担心下一个议改历者之命运。

朱载堉进《历书》后不久，河南等处提刑按察司分巡河北道佥事邢云路得悉后，立即奉书朱载堉，求其《历书》阅读。因为邢云路也关心并知晓大统历差误。不久，邢云路出巡公干，路过怀庆，拜见郑世子载堉。二人讨论历事至深夜且相谈甚欢。一年后，即万历二十四年十二月辛巳(1597年2月5日)，邢云路上《议正历元奏疏》(图8-6)。疏中指出："大统推今年冬至在申正二刻，而臣测在未正一刻。大统实后天九刻余。""今年闰八月朔，日有食之，大统推初亏巳正三刻，食几既。而臣候初亏巳正一刻，食止七分余。大统实后天几二刻。"③

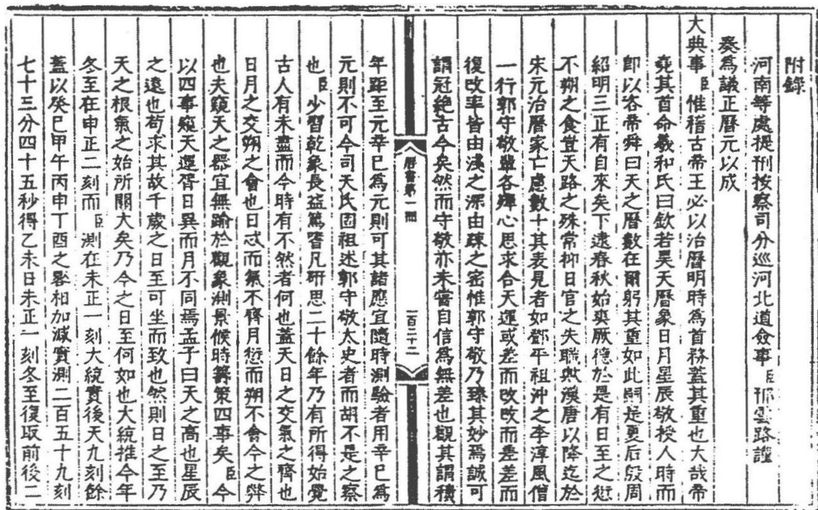
邢云路的《议正历元奏疏》自然未有朱载堉的婉转巧妙，当然也隐瞒

---

① 范谦疏全文，见《乐律全书》中《万年历备考》后，《郑府长史司左长史谢廷训恭进历书疏》。部分文字见《明史》卷三一，《历志一》。

② 《明史》卷三一，《历志一》。

③ 邢云路：《议正历元奏疏》，载《乐律全书》(郑藩本)，《万年历备考·附录》。《明神宗实录》(卷三〇五，万历二十四年十二月辛巳)所记与朱载堉所抄的、下达地方和各宗藩的牒文略有差别。实录记："河南佥事邢云路奏大统历差错，乞赐改正。大统推今年冬至在申正一刻，而臣测在未正一刻；臣测立春在乙巳，而大统推在丙午；臣测夏至壬辰，而大统推癸巳；臣测立冬己酉，而大统推庚戌。下礼部看议。"



附錄

河南等處提刑按察司分巡河北道僉事臣邢雲路謹

奏為議正曆元以成

大典事臣惟稽古帝王必以治曆明時為首務蓋其重也大哉帝堯其首命羲和氏曰欽若昊天曆象日月星辰敬授人時而即以咨帝舜曰天之曆數在爾躬其重如此嗣是夏后殷周紹明三正有自來矣下逮春秋始爽厥德於是有日至之愆不朔之食豈天路之殊常抑日官之失職歟漢唐以降迄於宋元治曆家亡慮數十其表見者如劉平祖沖之李淳風僧一行郭守敬輩各殫心思求合天運或差而改改而差差而復改率皆由淺之深由疎之密惟郭守敬乃臻其妙為誠可謂冠絕古今矣然而守敬亦未嘗自信為無差也觀其謂積

曆書第一冊　一百二十二

年距至元辛巳為元則可其諸應宜隨時測驗者用辛巳為元則不可令司天氏固祖述郭守敬太史者而胡不是之察也臣少習乾象長益篤嗜凡研思二十餘年乃有所得始覺古人有未盡而今時有不然者何也蓋天日之交氣之齊也日月之交朔之會也日忒而氣不齊月忒而朔不會今之弊也夫窺天之器宜無踰於觀象測景候時籌策四事矣臣今以四事窺天遲速日異而月不同焉孟子曰天之高也星辰之遠也苟求其故千歲之日至可坐而致也然則日之至乃天之根氣之始所關大矣乃今之日至何如也大統推今年冬至在申正二刻而臣測在未正一刻大統實後天九刻餘蓋以癸巳甲午丙申丁酉之晷相加減實測二百五十九刻七十三分四十五秒得乙未日未正一刻冬至復取前後二

图 8-6　邢云路《议正历元奏疏》(《乐律全书·历书》书影)

了与朱载堉的讨论。否则,二者都将受严惩。明神宗的态度显然有别于对待朱载堉。御批:“礼部看了来说。”于是,刑科给事中①李应策、钦天监监正张应候、礼部尚书范谦都将自己的意见分别上疏。

李应策于万历二十四年十二月二十三日(1597 年 2 月 9 日)上疏。疏中比较了朱载堉与邢云路二者历议,认为“郑世子所奏,简切便览,独应时加减法尚未遽息”,“邢云路持观象、测景、候时、筹策四事,议诸应宜俱改,想已洞烛款窍,使得中秘星历书一遍阅而校焉”。因此,他建议“邢云路即以原官暂署钦天监,俾相资订正”②。李应策此奏,尚属客观公允,且爱惜天算人才之心跃然纸上。

张应候于万历二十五年正月二十四日(1597 年 3 月 11 日)上疏。疏中虽不敢责备郑世子载堉,却对邢云路奏疏感到“不胜骇异”,追问有加。问邢云路“不知是遵何家之法,而轻信何人妄议者也。且国朝立法律例

---

① 刑科为明廷“六科”(吏、户、礼、兵、刑、工六科)之一,“六科”在帝之左右,珥笔记旨者。各科均有“给事中”一人,正七品。

② 李应策:《乞敕亟定岁差疏》。载《乐律全书》(郑藩刻本),《万年历备考·附录》。

备载:有人私习需'奉敕方敢更正诸历'事"。邢云路奏疏中,一字未提朱载堉,更未透露自己曾与郑世子讨论历法等事,否则,其危情将不堪设想。由此,作为钦天监监正的张应候只好刀架邢云路面前。他斥责邢"惑世诬民,变乱成法",并追问:"臣等本监造历一载,年前颁朔,天下共知。奈何邢云路复生异议。今使众外臣民汹汹不安,纷纷议起,邢云路是诚何心矣?"①

按张应候的逻辑,神宗若听其奏,则邢云路必斩无疑。好在又有礼部尚书范谦为之款曲。范谦,堪称贤臣。他在与张应候同日的奏本中言道:"郑世子载堉疏进《历书》,内称旧法少差……尚无实证,未敢遽信",而又有邢云路详奏,"相应俯从邢云路所请,即行考求磨算,渐次修改为是"②。《明史·历志一》对范谦奏疏作了简要陈述:

> 历为国家大事,士夫所当讲求,非历士之所得私。律例所禁,乃妄言妖祥者耳。监官拘守成法,不能修改合天。幸有其人(指邢云路),所当和衷共事,不宜妒忌。乞以云路提督钦天监事,督率官属,精心测候,以成巨典。③

或许当日朝议中有过激烈争论,《明史·历志一》所记或是朝议记录。钦天监监正,正五品。礼部尚书,正二品。二官为邢云路、为改历事,针锋相对。神宗皇帝闻听并览奏后,旨下:"留中。"一场历法之争,暂告结束。

朱载堉虽不能参与朝政、朝议,但在此期间极为关注朝廷牒文。邢云路《议正历元奏疏》、李应策《乞敕亟定岁差疏》、张应候《申明历元奏疏》和范谦《议正历元以成大典奏疏》,以牒文形式传到郑府长史司,朱载堉一一抄录,并作为其《历书》附录,刻版印制于《万年历备考》之后。他还为此四疏写了《总跋附录四疏》(图8-7)。这个"跋"语,借宋代沈括《梦

---

① 张应候:《申明历元奏疏》,载《乐律全书》(郑藩刻本),《万年历备考·附录》。

② 范谦:《议正历元以成大典奏疏》,载《乐律全书》(郑藩刻本),《万年历备考·附录》。

③ 《明史》卷三〇,《历志一》。

溪笔谈》中所记卫朴造历事而发载堉的自我感叹。北宋熙宁中沈括领太史令卫朴造历，那些“承世族隶名食禄、本无知历者”的司天历官处处攻讦卫朴，致使终日守候天象、以求正确数据的卫朴“不能尽其艺”①。朱载堉读此写道：

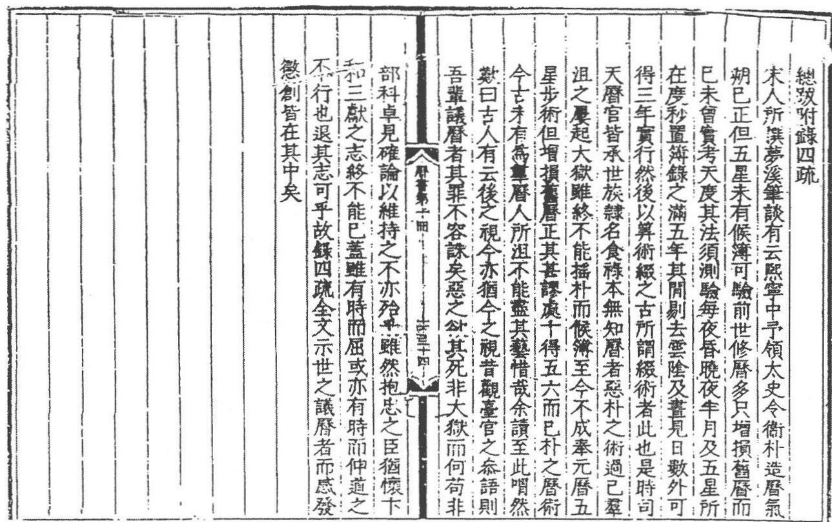

總跋附錄四疏
宋人所撰夢溪筆談有云熙寧中予領太史令衛朴造曆氣
朔已正但五星未有候簿可驗前世修曆多只增損舊曆而
已未曾實考天度其法須測驗每夜昏曉夜半月及五星所
在度秒置簿錄之滿五年其間剔去雲陰及晝見日數外可
得三年實行然後以算術綴之古所謂綴術者此也是時司
天曆官皆承世族隸名食祿本無知曆者惡朴之術過己群
沮之屢起大獄雖終不能搖朴而候簿至今不成奉元曆五
星步術但增損舊曆正其甚謬處十得五六而已朴之曆術
今古未有為群曆人所沮不能盡其藝惜哉余讀至此喟然
歎曰古人有云後之視今亦猶今之視昔觀臺官之叅語則
吾輩議曆者其罪不容誅矣惡之欲其死非大獄而何苟非
曆書第十冊
部科卓見確論以維持之不亦殆乎雖然抱忠之臣猶懷卞
和三獻之志終不能已蓋雖有時而屈或亦有時而伸道之
不行也退其志可乎故錄四疏全文示世之議曆者而感發
懲創皆在其中矣

图 8-7　朱载堉《总跋附录四疏》(《乐律全书·历书》书影)

余读至此，喟然叹曰：古人有云：“后之视今亦犹今之视昔。”观台官之参语，则吾辈议历者、其罪不容诛矣。恶之欲其死、非大狱而何？苟非部、科卓见确论以维持之，不亦殆乎？

朱载堉极为感谢礼部、刑科的“卓见确论”，亦包括感谢他们的救命大恩。至于钦天监监正张应候一类，如同昔日对待卫朴的司天历官。朱载堉见此四疏，一时有些气馁，于是乎说出“道之不行也，退其志可乎”的感叹。

朱载堉录此四疏于后世，今人读之亦颇惊悚。从宋代沈括、卫朴到明代朱载堉、邢云路，确也世事如流水，一波又一波。

---

① 沈括：《梦溪笔谈》卷八，《象数二》。

世事有曲折。此事一旦传出九州之外，又别生另一番风景。来华传教士利玛窦完全有可能将此明廷争吵告知了罗马教廷，引来了更多知晓天算的西方传教士来华，并最终导致历史上首次中西合作研磨天算之新境界。

1595 年，来华意大利传教士利玛窦（Matteo Ricci，1552—1610，1582 年来华）其时正在南昌，并于当年 4—8 月旅行南京。他或许通过某种渠道闻悉朝廷为朱、邢改历奏疏而争论之事，或许阅读到相关地方牒文，也或许读到朱载堉《律历融通》抄本，在他的《日记》（*Fonti Ricciane* 或译为《中国书简》①）中有两则涉及朱载堉和邢云路关于改历的建议：

Percio Cemsceze, nel presentare nell'ottobre del 1595, il calendario dell'anno seguente al Ministero dei Riti, aveva fatto osservare

"Si e detto recentemente che il calendario va errato e che bisogna correggerlo."

quando il calendario, al tempo dei Mim, andava errato ci furono dell discussioni tra Cemsceze Zaeiu e Scimiunlu, ma nessuno di essi ebbe la scienza sufficiente per correggerlo. ②

这两段意大利文译成中文大致是：

……因此，郑世子于 1595 年 10 月向礼部进呈历书的同时，提出如下意见："新近闻悉，历法已经出现差误并且需要修订。

……其时，郑世子载堉和邢云路二人已经讨论了明代历法出现的差误，但他们二人中任何一个人都没有足够的科学知识去修订它。

① 裴化行著，管震湖译：《利玛窦神父传》，商务印书馆，1998，"译序"第 2 页。

② 感谢美国北得克萨斯大学音乐学院卓仁祥（Gene J. Cho）教授寄赠的有关利玛窦通信档案以及其大作：*The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the 16th Century*，The Edvin Mellen Press，2003。本书所引两则利玛窦文字，见卓教授之大作第 261 页；也见 Pasquale M. D'Elia ed.，*Fonti Ricciane*，Vol. Ⅱ，p. 8，note（5）and p. 286，note（3）。

所谓“1595年10月”郑世子向礼部进历书，其时间晚了三个月。很可能，这是利玛窦闻悉或向罗马报告相关事件的时间。另一则文字无具体时间，显然也不应晚于邢云路奏疏（1592年2月5日）之后三个月至半年。朱载堉在其奏疏和著作中署名“郑世子臣载堉”。对于明朝廷而言，自然不必道出姓氏“朱”。有趣的是，利玛窦的“日记”或“书简”也写做“郑世子载堉”（Cemsceze Zaeiu）。从拉丁拼音看，利玛窦的汉语是地道的广东腔官话。从“郑世子载堉”之名传到欧洲起，至少直到德国科学家赫姆霍茨（H. von Helmholts，1821—1894）撰写《论音感》为止，欧洲人熟知王子载堉，却不知其姓。

利玛窦“书简”的目的，是要唤起罗马教廷对耶稣会士在中国以“科学”传教手段的重视。其后不久，西班牙耶稣会士庞迪我（Didacus de Pontoja，1571—1618）于万历二十七年（1599）、意大利耶稣会士熊三拔（Sabbathinus de Ursis，1575—1620）于万历三十四年（1606）相继携西洋历书、仪器来华。在朱载堉卒后约半年，明朝礼部开始搜罗人才、增添仪具、修整观象台，筹划中西人士合作翻译西方天算诸书。《明神宗实录》卷四九〇写道：

> 万历三十九年十二月庚午（1612年1月7日），礼部奏：采访历学精通之人，如原任按察司邢云路，兵部郎中范守己，一时共推可用者。先年修历，以户科给事中乐頀、工部主事华湘，俱改光禄寺少卿、提督钦天监事例。二臣所当酌量注改京堂衔，共历事。又访得翰林院简讨徐光启及原任南京工部员外郎李之藻，皆精心历理。若大西洋归化之臣庞迪我、熊三拔等，携有彼国历法诸书、测验推步、讲求原委，足备采用。照洪武十五年，命翰林院李翀、吴伯宗及本监云台郎海达儿等修西域历法事例，将大西洋历法及度数诸书，同徐光启对译，与云路等参订修改。然历法疏密，莫显于食交；交食真伪，莫逃于测验。欲议修历，必测交食。观象台年久渗漏，地势失平，仪器欹斜与天度不合，公馆直房具难栖止。台顶需添造板房一间，台下添造直房五间，及增制天体球仪、各样日晷，以便测验。且钦天监官留心历法，不失其业者，不过数人。至于天文生、阴阳人，关茸粗疏，罔习本

业。若不及今大为振刷,亦可将来讹舛日甚。

这个计划正是后来"崇祯历局"的前奏曲,而谱写此乐章、引起朝廷上下对修历重视者,正是朱载堉。或许可以说,是朱载堉打开了中西合作探讨天算科学的大门。他既唤醒了明朝廷天算睡眼,又为利玛窦在中国实施"天算"传教提供了说服罗马教廷的实例。

我们还回到朱载堉和邢云路关于修历之事上。历奏之争后,邢云路惊魂未定。其后,邢官居辽左、陇右按察司佥事,直至万历三十八年(1610)致仕归里。途经怀庆,方与郑世子载堉二次见面。提起当年上疏之事,邢云路给朱载堉讲了许多他当时闻所未闻之事。此后不久,邢云路将其著《古今律历考》赠载堉,并向载堉讨要序文。朱载堉撰写了《古今律历考序》,以及《律吕正论》书。他在该书"自序"中写道:

> 乃今幸遇邢泽宇先生,一一为余讲究,余于是始得闻所未闻。语曰:"有朋自远方来,不亦乐乎?"此之谓也。公归梓里,以《古今律历考》寄余,命余序之。余虽不敏,敢不承命?盖公与余,虽非同门之朋,实乃同志之友。故余著此书以答。

同有上改历奏疏的经历,他们俩确实是同志了。然而在事过境迁近15年之后才敢彼此说出这番话。一年后,载堉作古。同年底,邢云路受召至京,参与历事。万历四十四年(1616),邢云路进献《七政真言》,又对日月五星之运动作出计算。天启元年(1621),又上古今日月交食数事并其所称之"新法"。然而,"至期考验,皆与天不合"①。邢云路大约卒于天启二年(1622)或之后的一二年内②。

朱载堉所进《历书》三种,尤其是其中的《圣寿万年历》获得后世许多人客观如实的评价。诸如《四库全书总目》的编纂者们③,清代学者梅文

---

① 《明史》卷三一,《历志一》。

② 对朱载堉与邢云路历法成就的确切评价,见陈美东:《中国科学技术史·天文学卷》,科学出版社,2003,第610—621页。其中,有关朱、邢交往之年月时间,以本书为准。

③ 永瑢等撰:《四库全书总目·圣寿万年历附律历融通提要》,中华书局,1965,第894页。

鼎(1633—1721)①、江永(1681—1762)②、阮元(1764—1849)③等都曾对此有所评介。《四库全书总目》利玛窦《乾坤体义》提要说:"当明季历法乖舛之余,郑世子载堉、邢云路诸人虽力争其失,而所学不足以相胜。"

这个评语与利玛窦当年写给罗马教皇的书信中的评语几近相同。

阮元在其著《畴人传·朱载堉》中说:

> 岁实之有消长,创于杨德之④,而郭若思⑤因之,然加减之差,犹为平率,载堉易为相减相乘之术,令差积有伦,视杨、郭两家尤为详密矣。《律吕融通》以律吕爻象为推步之本源,其说固出附会,而术议诸篇,援引赡博,持论明辨,于授时立法疏密之故,一二抉发无遗,方之赵缘督⑥《革象新书》,实有过之无不及也。

朱载堉、邢云路二人是明天启之前真正探究授时历并有所心得的成功者。他们的成功开启了明末崇祯年间历法研究的新景象。

① 梅文鼎:《积学堂文钞》卷五,《历学新说·序》,《四库全书存目丛书》本。

② 江永:《律吕阐微·序》。

③ 阮元:《畴人传》卷三一,《朱载堉传》。

④ 杨德之:即宋代杨忠辅,字德之,生活于12、13世纪之交,于庆元五年(1199)编成统天历,最早提出回归年长度的古今变化值。

⑤ 郭若思:即元代郭守敬,"若思"乃其字。

⑥ 赵缘督:即元代赵友钦,"缘督"乃其字。

九　新法密率在中国

为了达到旋宫转调的愿望，中国的乐律学家一代一代地为此奋斗了千余年。朱载堉创建的新法密率完成了人们长达十几个世纪的夙愿，这是一件多么伟大的功绩！照理，应当得到上至天子、下至儒生们的欢呼。其实不然，在封建专制时代的中国，伟大创造的悲惨命运，比比皆是。新法密率的遭遇也不例外。

新法密率或十二等程律从其诞生之日起，在国内受到的多是冷落、反对，尤以清乾隆帝的攻击为甚。有些学者暗自抄袭其学术精粹，却不敢明言赞同朱载堉之说。唯有清代江永对朱载堉佩服得五体投地，真正以学者风度看待新法密率。本章对此作一简要介绍。

明朝宫廷的态度

像那野蛮社会中将要脱胎的私生子一样，他躁动于母腹，急不可待，仿佛就要堕地大喊。而母亲在兴奋一时之后更多的是害怕他的诞生；她自信腹中孕育着一位天才、伟人，但她却要勒紧身带，并为他的未来忧心忡忡。在三分损益律被崇拜为神圣法则的时代，新法密率的诞生过程确实使朱载堉愁过于喜。朱载堉在《进律书奏疏》中如实地写下了他当时的心情：

律吕之学乖谬久矣，盖由宗守黄钟九寸、三分损益、隔八相生此三言之谬也。夫此三言实为律学之谬，然举世宗守之。闻臣此言而不以臣为大谬者，盖亦几希。是以臣愚虽得之以心而缄之于口，韫藏有年不敢形于纸笔，为此故也。

传统习惯如此顽固，对三分损益法无比虔诚，以致听朱载堉陈述新法密率的人几乎都以为荒谬绝伦。在乐律学保守势力的包围之下，朱载堉只好将自己的创见藏于胸、缄于口，不敢为之动笔作文。新法密率在中国诞生后的命运就可想而知了。

朱载堉左一个“臣愚”，右一个“下愚罔知、忌讳冒渎之罪”①，战战兢兢而又毕恭毕敬地向最高统治者递交了他的著作，以求“圣裁”。倘若能得到皇帝有关他著作的一句好话，他也就“不胜幸甚”②了。但是，他的诸多著作呈进之后，却被打入冷宫。《明史》载：“神宗时，郑世子载堉著《律吕精义》、《律学新说》、《乐舞全谱》，共若干卷，具表进献……宣付史馆，以备稽考，未及实行。”③“以备稽考”是假，“未及实行”是真，前者不过是后者的借口罢了。

朱载堉因七疏让国，于万历三十四年(1606)五月，神宗皇帝“赐敕建坊，彰天潢之美”。同年七月，朱载堉上进律书三种，即《律吕精义》、《律学新说》和《乐舞全谱》。九月，圣旨下：“览奏。具见留心乐律，深可嘉尚。”朱载堉几十年心血、一项划时代的成果，仅仅得到天子一句溢美之词，别无其他。

在世界史上，没有任何一个民族像中华民族一样重视乐律，并把它看做是国家兴亡的象征。历代的正史，无一不将乐律作为其中的一篇。从西周的“大司乐”到明代的“太常寺”，也都是在皇宫内设立的一个掌管乐律的机构。虽然分掌此机构的官吏不过是一个“协律都尉”或“协律郎”的七八品官，但像律学这样一个小小的分支科学，其掌管者既然能在皇家

① 朱载堉：《进律书奏疏》。

② 朱载堉：《律吕精义·序》。

③ 《明史》卷六一，《乐志》。

集团中占一席位，在世界其他民族史上几近罕见，更何况协律都尉虽官品甚小，却能参与朝政，甚至影响最高统治者的决策。可是，在如此重视乐律的皇宫里，朱载堉的新法密率却偏偏无人问津。

由清朝张廷玉（1672—1755）等领衔编撰的《明史》，完成于清雍正十三年（1735）。他对明代宫廷内的音乐和律学的概况如此写道："殿廷燕享，郊坛祭祀，教坊羽流，慢渎苟简"，简直令人"为之深慨"。在审音定律方面也是如此：

> 学士大夫之著述止能论其理，而施诸五音六律辄多未协；乐官能纪其铿锵鼓舞而不晓其义，是以卒世莫能明也。稽明代之制作，大抵集汉、唐、宋、元人之旧，而稍更易其名。凡声容之次第，器数之繁缛，在当日非不灿然俱举，第雅俗杂出，无从正之。①

嘉靖九年（1530），为考定雅乐，召授张鹗（生卒年不详）为太常寺丞，礼部官员为此说了一段有关太常寺内音律知识的话："音律久废，太常诸官循习工尺字谱，不复知有黄钟等调。臣等近奉诏演习新定郊祀乐章，间问古人遗制，茫无以对。"②这些记载基本上反映了明代朝廷内的实际情况：在乐器数量、乐人的声音容貌等方面大大超越前代，但太常寺内无人晓知音律，教坊人员随意增减，草率简陋、怠慢不尽职等事令人惊讶。另一方面也表明雅乐式微、俗乐（即民间音乐）大发展，甚至俗乐进入朝廷燕享等乐舞之中，致使"雅俗杂出"，缙绅先生们手足无措。然而，明代并不是没有杰出的音乐学家、乐律学家，朱载堉及其巨著《乐律全书》在上呈朝廷之后得不到丝毫重视，就连《明史》也没有提及一句新法密率的内容。这颗科学和音乐艺术的明珠，就这样被埋没在知识荒漠的王宫殿堂里。

尽管朱载堉在他的书中一再呼吁：新法密率"盖二千余年之所未有，自我圣朝始也，学者宜尽心焉。"③结果，在他的音律理论创建后一个半世

① 《明史》卷六一，《乐志一》。

② 《明史》卷六一，《乐志一》。

③ 朱载堉：《律吕精义·内篇》卷一，《不拘隔八相生第四》。

纪,却召来了一场无理的谩骂和攻击。

康熙帝的实用主义

康熙五十二年(1713),康熙帝御定《律吕正义》。该书原是御定《律历渊源》的第三部书。《律吕正义》分上、中、下三编5卷。上编2卷,涉及"正律审音,以发明黄钟起数及纵长、体积……律吕损益之理,管弦律度旋宫之法";下编2卷,叙述"和声定乐";续编1卷,讲"协均度曲",以及入华葡萄牙耶稣会士徐日升(Thomas Pereira,1645—1708)、意大利遣使会传教士德里格(Thodorico Pedrini,1670—1746)为康熙帝所讲的"声律节奏"。[①] 徐日升与德里格是康熙帝的音乐教师。

正如《律吕正义提要》中所言,"圣祖仁皇帝《律吕正义》一书,备采其说"[②]。其中,采用朱载堉研究成果之重要者有二:一是关于纵横二黍尺之说[③];二是关于倍半长度的两支同径管并不相协,而是下"半律"之一律,即倍黄钟不与正黄钟相协,而与正大吕相协;正黄钟不与半黄钟相协,而与半大吕相协[④]。《律吕正义》的作者却抄成:"间尝截竹为管,详审其音。黄钟之半律,不与黄钟合;而合黄钟者,为太簇之半律。则倍半相应之说,在弦音而非管音明矣。"[⑤]《律吕正义提要》的作者又抄成"弦度全半相应,管音半律较全律则下一音"。朱载堉的"下一律"之结论被他们误抄成"下二律"或者"一音"了。康熙帝及其洋人音乐教师皆不知管口校正之理,却又要编造三分损益管律之所谓"新律"。因此所谓康熙十四律之"新发明",落了个不知音律的笑柄。对此,杨荫浏早在1952年就作

① 《律吕正义提要》。载永瑢、纪昀编:《四库全书总目》,中华书局,1981。

② 《律吕正义提要》。载永瑢、纪昀编:《四库全书总目》,中华书局,1981。

③ 《律吕正义·上编》卷一,《黄钟律分》;《定律吕之长损益相生》。《四库全书》本,第215册,第8页下,第12页下。

④ 朱载堉:《律吕精义·内篇》卷二,《不取围径皆同第五之上》。

⑤ 《律吕正义·上编》卷一,《审定十二律吕五声二变》。《四库全书》本。

出了确切评论。他说：

> 明朱载堉在种种方面，给予清圣祖以有价值的暗示。清圣祖御定的乐律，见于康熙五十三年(1714)御制的《律吕正义》中。圣祖选择的律尺，虽不肯说明出处，其实还是参考了朱氏的主张。他所说的“黄钟半律不与黄钟合，而合黄钟者，为太簇之半律”，其实还是抄袭朱氏“大吕半律，乃与黄钟全律相同”的老文章。他故意将“大吕半律”说成了“太簇之半律”。不知声音高下，自成铁证。朱氏说“大吕半律”是对的；圣祖一弄别扭，说成了“太簇之半律”，便反而弄错了。圣祖不肯承认他是参考了朱氏的说法，他又固执地不愿自同于亡国世子的律吕系统。求异于朱氏的等(程)律，他于是乎又回过头去，从三分损益法中寻求出路。求异于朱氏异径之说，他于是乎竭力主张同径……他打破十二律的系统，而自成其旷古未有的十四律的系统……音律之学，到了此时，可说是受到从来未有的打击①。

康熙帝引用朱载堉的乐律理论和试验成果，仅在一处指出：“明郑世子载堉《律吕精义·审度篇》亦载横黍百粒当纵黍八十一粒。”②其中一“亦”字，似乎是朱载堉在抄袭康熙之说了。其他引用朱载堉之处，不仅不指出出处，反而篡改朱氏理论精髓，令其为康熙的古怪十四律制服务，不能不说是一种实用主义。

然而，与乾隆帝相比较，他的祖父康熙对朱载堉可谓“客气”了。

乾隆无理“辟识”朱载堉

所谓“辟识”即今日谓之批驳是也。乾隆帝是中国历史上少有的自

---

① 杨荫浏：《中国音乐史纲》，上海万叶书店，1952，第320页。这本著作是杨荫浏的划时代音乐史专著。1981年版《中国古代音乐史稿》（人民音乐出版社）却有厚重的“语境”因素。

② 《律吕正义·上编》卷一，《黄钟律分》，《四库全书》本，第215册，第8页下。

作聪明、不懂装懂的帝王。

乾隆当政，于三十七年（1772）始，动用大批文儒、翰林院诸官，纂集规模宏大的《四库全书》。约10年编成后，又由其第六子、多罗质郡王永瑢领衔，由礼部尚书纪昀（1724—1805）为总纂官，编写《四库全书总目》。四十七年（1782）总目初稿完成，最终完稿于五十四年（1789）。

在编辑《四库全书》过程中，乾隆帝对朱载堉《乐律全书》下了四道“谕旨”，两篇“谕诗”，命皇六子永瑢、礼部尚书德保、国子监祭酒邹奕孝、钦天监监正喜常“会同精核。朱载堉所著此书，分门别类，务将《乐律全书》较《律吕正义》疏漏歧误之处，分列备条、公同详晰订证。如书中凡例、体裁，逐加考评，载于提要之后，以垂永久而昭厘定”①。由乾隆帝亲自挂帅，开始对《乐律全书》无理攻伐。

乾隆六次谕旨如下：

> 乾隆五十一年丙午十二月十七日（1787年2月4日）上谕；
> 题明世子朱载堉琴谱（五言诗一首）（五十二年丁未）；
> 再题朱载堉《乐律全书》（七言诗一首）；
> 命诸皇子及乐部大臣定《诗经》全部乐谱谕；
> 再题《乐律全书》；
> 乙卯（乾隆六十年，1795）重题朱载堉琴谱并命入《四库全书》以示辟识事。

这些谕旨、谕诗皆载于《四库全书》版《乐律全书》之首。同载于首的还有王杰（1725—1805）、董浩（1740—1818）、彭元瑞（1731—1803）据上谕而写下的“内廷翰林等考据琴谱指法按语”；永瑢、德保、邹奕孝、喜常撰写的“明朱载堉《乐律全书》师心非古、喜为臆说，尤以算术自鸣而不知其不可用也”之“辟识”共42款。

乾隆帝及其诸臣儒对朱载堉《乐律全书》之“辟识”文字，计24页，约1.5万字。

① 乾隆五十一年十二月十七日乾隆帝就朱载堉《乐律全书》谕旨，见《乐律全书》、《四库》编纂者弁言：集上谕、御诗、御文和校正条例。

朱载堉何罪之有?《乐律全书》何错之有?且听乾隆五十一年十二月十七日之上谕:

> 朕披阅朱载堉《乐律全书》,所论音律、算法,称引繁赜,但其中较《律吕正义》一书,疏漏歧误之处,正复不少。盖乐律算法、义本相通,必须讲求贯串,以期画一。即如乐律以黄钟为本,而尺度之长短,视累黍为准。但黍有纵横,亦有大小颗粒,若用纵黍则较长,若用横黍则较短;其大小颗粒亦如之,原难定以为准也。是书所论横黍百粒,当纵黍八十一粒之说,尚为牵强。又书中所载乐谱,内填注"五六工尺上"等字,并未兼注"宫商角徵羽"字样,未免援古入俗、自应仿照。《律吕正义》逐细添注,方为赅备。盖古乐皆主一字一音,如"关关雎鸠"、"文王在上"等诗,咏歌时自应以一字一音,庶合"声依永、律和声"之义。若如朱载堉所注歌诗章谱,每一字下辄用"五六工"等字,试以五音分注,未免一字下而有数音,是又援雅正而入于繁靡也。即如琴瑟而论,上古操缦亦系一字一音,后世古乐失传,而制谱者多用"钩擘扫拂"等法,以悦听者之耳,遂使一字而有数音,几与时曲俗剧相似,更失古人审音知乐、能使人人"声入心通"之意。且如殿陛所奏"中和韶乐",从前未免沿明季陋习,多有一字而曼引至数音者,听之殊与俗乐相近。经朕特加厘正,俾一字各还一音。目今朝会大典,钟虡铿锵,备极庄雅,业经载入《律吕正义》,彰彰可考,独不可融洽贯通乎?著交管理乐部算法馆之皇六子永瑢及德保、邹奕孝、喜常会同精核。朱载堉所著此书,分门别类……公同详晰订证。如书中凡例、体裁,逐加考评,载于提要之后,以垂永久而昭厘定。钦此。

朱载堉创建等程律理论、实现旋宫转调,如此重大的发明,乾隆帝只字不提,却在一字唱一音还是多音上,以"古乐"为名责难朱载堉,真可谓不知乐!至于《乐律全书》重复、繁杂之文字较多,这是彰扬一种前所未有的新理论所难免的思维过程。抓住一点、不及其余,却反证乾隆对音乐无知,耍小聪明而已。鉴于康熙采纳了朱氏纵黍、横黍之说,乾隆不敢大肆鞭笞,只能说其"尚为牵强"而已。

不妨再读一篇乾隆"再题朱载堉《乐律全书》"圣谕七言诗：

琴谱踳[1]知古乐非见前题载堉琴谱诗，《全书》更与辨渊微。欲求广博失精核，圣制由来总范围载堉所著《乐律全书》于定律审音之道不能会通原委，误解古书，师心臆说，是以吕律杂用，清浊不分，其踳驳不可枚举。兹命皇六子与馆臣等钦遵皇祖御定《律吕正义》详加校核，逐一指驳、订正，益仰见圣制精微，理明数备，为千古不易之准，而载堉之谬亦一览了然矣。谱书工尺漏宫商，数典徒令意渺茫。只备一家言或可，束之高阁正相当载堉谱中有工尺而漏宫商，则是其混古杂今也。小令[2]由来格已卑，烝民那得强填词载堉谱中将《康衢》、《击壤》二歌统标为《立我烝民章》[3]，《周颂·思文后稷谱篇》后附《大禹谟》："水火金木土谷惟修"一节，统标《思文后稷谱章》[4]，已属牵强。又以《豆叶黄》、《金字经》时曲小令分谱，是援庄雅而入于里俗矣。此一端，其全部之错杂舛谬已可概见。一端已足该全部，不可与言乐可知。

一首曲谱配何类词，乃仁者见仁、智者见智。乾隆辟识朱氏《康衢》等歌配词不当，其罪名无非"援庄雅而入于里俗"。要求16世纪、甚而18世纪人仍歌先秦"古乐"、"雅乐"，不亦朽乎？关键仍在于乾隆要将《乐律全书》"束之高阁正相当"。因而致使十二等程律在中国不得音乐实践之应用，这才是最为可悲的事。

乾隆辟识朱载堉，均为芝麻小事，且不得要领。在其"题明世子朱载堉琴谱"中，甚至将此琴谱中所用"芼"、"芶"[5]简字，也责难为"字典中实无此字"，"用此指手，何异俗谱"云云。更为可笑的是，朱载堉作《古秋风

---

① "踳"(chǔn)：舛谬杂乱。

② "小令"：短调、散曲之一。

③ 《康衢》、《击壤》二歌见《律吕精义·外篇》卷八，郑藩刻本《律书》第六册，第51页。"立我烝民，莫匪尔极"是其歌词。

④ 《思文后稷谱章》见《灵星小舞谱》，郑藩刻本，第8页："水火金木……"是该曲谱第二段歌词。

⑤ 此二字为琴谱中减字谱。"芼"，读"七"，意为左手弹散声，右手食指挑七弦；"芶"，读"三"，意为左手大拇指按九徽，右手中指钩三弦。

辞谱章》、调寄“青天歌”①,而乾隆帝引用徐学谟笔录朱厚烷直谏罹祸事②,并将“青天”、“秋风”二词联系在一起,揣度朱载堉“或因其父获罪不无怨怼之意”,或“载堉寓境于此,也未可知”。这就是说,朱载堉借此歌寓指明朝“青天”如“秋风”之时将落叶颓败。乾隆帝真是以小人之心度君子之腹了。

至于据乾隆谕旨、由王杰等人写的“按语”,永瑢等人写的42款“辟识”文字,除了诬蔑朱载堉“师心非古、喜为臆说,尤以算术自鸣而不知其不可用”,别无可欣赏之处。这些文字充分说明,一项重大学术成果、一则划时代的发明发现,在封建时代的中国,是如何被皇权势力扼杀的。

《律吕正义后编》的诬蔑之词

清乾隆十一年(1746),《御制律吕正义后编》一书开始编纂。乾隆及其御用学者在不能驳识朱载堉新说之时,便将其新法密率的数理方法和结论全都斥为“臆说”。该书卷一一八“乐问二”中,专列“朱载堉新说”一篇,又一次集中地对朱氏学说加以诬蔑。“奇文”共欣赏,我们稍加摘引如下。

“朱载堉新说”篇首写道:

> 明郑世子载堉《律吕精义》不宗黄钟九寸,不用三分损益,不拘隔八相生,不取围径皆同。何也?曰:此载堉之臆说也。曰:载堉固自凿凿有据矣,今以为臆说,可得而详辨之乎?

于是分列朱载堉十大臆说如下:

> 载堉舍其(黄钟宫音)九寸之说,而执宫数之八十一以为纵黍之长,此其为臆说者一也。
>
> (史记)律书生钟分曰:子一分……载堉强以子一分为一尺……此其为臆说者二也。

① 朱载堉:《灵星小舞谱》,郑藩本。

② 徐学谟:《世庙识余录》卷一一,《续修四库全书》本。

载堉概以刘歆、班固为伪辞，而谬指史(记)司马迁之一分为横黍一尺之柄据。此其为臆说者三也。

《吕氏春秋》以三寸九分为含少，乃黄钟之少宫。载堉执黄钟为八寸一分。遂以一百二十为律吕之全数……此其为臆说者四也。

《管子》曰，凡将起五音凡首，先主一而三之，四开以合九九……载堉乃以"三之"谓三寸，又"四之"为十二寸，开以合九九为黄钟之长八十一……此其为臆说者五也。

载堉概舍先儒而不之信，任其私智，创为新法，乃曰盖黄帝云然。此其为臆说者六也。

载堉亦谓律由声制、非由度出，而乃自立差分之法，使第十三率为第一率之一半，则是律由度出而非由声制矣。此其为臆说者七也。

载堉既以己意立为差分之法，则连类而生也可，隔一亦可，隔二亦可，以至隔三、隔四、隔五、隔六、隔七，顺生、逆生亦无不可。是则人之所为也。乃以此为循环无端之妙用，其何堪识者之一噱耶。此其为臆说者八也。

律吕之围径……如以意为递减，则正律之于倍律、半律之于正律，或命为斜之方，或命为周之径……极形变态，无所不可，而究于律吕之清浊高下无当也。此其为臆说者九也。

载堉以黄钟为一尺、外径五分，而面幂积实无一合者，徒执差分周而复始之法。以自鸣其算术之精，此术士之曲艺，而于声音理数毫无所取也。此其为臆说者十也。

所谓"差分法"，即等比级数运算。乾隆及其御用学者罗列以上十大"臆说"之外，还抓住朱载堉开平方术之"密率"出于《周礼·㮚氏为量》篇，攻击朱载堉"特假借句股之名以欺人耳①"，"惟务文饰其词而并不顾其显缪也"。当朱载堉以"二至"、"二分"之历法岁时比喻比例中项的方法时，他们又攻击朱载堉"乃饰自词以自文、假其名以欺世"。当朱载堉以等比级数方法解出十二等程律时，他们又以为朱载堉"固皆出于私意

① 其中的"句股"即"勾股"。

而不足道矣”。当朱载堉确立等程律管律之长度依$\sqrt[12]{2}$递减、其内径依$\sqrt[24]{2}$递减时，他们无法攻击，只有诬蔑朱载堉“私意之所为”，“此其比例之巧合”，以及“载堉之臆断”。当朱载堉提出从三分损益律趋近十二等程律中，有749定律法之时，他们又诬称朱载堉“好为新奇”①。

由此可见，乾隆及其御用学者是在有意歪曲、压制和打击新法密率，不容许它存在罢了。本来，他们只要做一次音律试验，看新法密率是否可以达到旋宫转调的要求，就应当为之赞叹的。但是，在他们看来，古人没有说过的不能说，古人没有做过的不能做；创立新说，提倡新事，就都是臆说，是大逆不道，因此，无须去尝试它的效果。

在今天看来，朱载堉的过错是不该拉出黄帝来吓唬人，也不该在新法密率计算中，因为有个$\sqrt{2}$，就硬为自己的新理论穿上一件《周礼》的外衣。但是，在中国历史上，许多文人书生将自己的发明、著作假托于黄帝、周公，也是屡见不鲜的。于是在中国形成了一种传统，只要说是黄帝、周公的书或发明，就容易获得达官贵人的承认。朱载堉只不过延续了这种传统而已。难道乾隆皇帝一伙人编的书中就没有引用那些假托的书籍或论据吗？不是的！只不过他们不容许朱载堉假托古人罢了。

实际上，对于朱载堉假托古人一事人们是清楚的。《四库全书总目提要》对朱载堉的《乐律全书》介绍说：

> 其十二律长短之数，则据“栗氏为量，内方尺而圆其外”之文，谓圆径即方之斜。命黄钟正律为一尺，用句股求弦术，得弦为蕤宾倍律。盖黄正为句股，则蕤宾为弦；蕤正为句股，则黄正为弦。黄、蕤二律互为句股也。其生南吕、应钟诸律，非句股所能御。盖本于诸乘方比例相求之法。载堉云句股术者，饰词也。

可见，对朱载堉借用的古人外衣，人们不是不明白的。乾隆皇帝等人是为将十二等程律“束之高阁”而不遗余力地寻找借口罢了。

在乾隆皇帝等看来，新法密率简直是一个可怕的怪物，容许这样一个

① 以上引文均见：《御制律吕正义后编》卷一一八，《乐问二·朱载堉新说》，《四库全书》本。

怪物存在，宫廷雅乐就要"天下大乱"。十二等程律和他们宗守的三分损益律之间只能你死我活，而不能同时并存或者互相补充。这种思想观念是何等保守、荒谬。

实际上，三分损益律和十二等程律各有千秋：前者声音纯正，但不能还原黄钟；后者是人为的，声音虽不能像三分损益律、纯律那样纯正，但也不会使人感到不悦，尤其是在旋宫转调方面，为三分损益律所望尘莫及。朱载堉以为三分损益不能旋宫是因为它的数学不精，于是称它为"约率"。要达到旋宫转调的要求，非十二等程律不可。因此，刘半农说，朱载堉"却因志在做到还原黄钟而发明了等律"①。在音乐实践中，三分损益律和十二等程律可以同时并存。这就是律学中的辩证法。《御制律吕正义后编》的作者们死抱住三分损益律，打击新法密率，是其落后、陈腐的乐律观念使然。

《四库全书总目提要》对朱载堉的评论可以说是《御制律吕正义后编》的姐妹篇。或"揭露"朱载堉"文饰其词"；或因为在康熙五十二年(1713)《御制律吕正义》一书中照抄了朱载堉有关横纵黍尺度以及未经管口校正的管律音差数据，故而肯定朱载堉在这些方面"皆精微之论"。而《提要》比《御制律吕正论后编》有过之而无不及的是，在朱载堉以勾股求弦术定蕤宾倍律的数学方法上，它笔锋一转，说朱载堉"此不知算术者也"。《提要》介绍新法密率的十二律相生是"诸乘方用连比例相求之法"，其目的是在表明朱载堉"以句股言之，未免过于祕惜，以涂人耳目耳"。《提要》追随《御制律吕正义后编》，鹦鹉学舌，对新法密率作了不公正的评判。

明知而随俗的陈澧

在乾隆帝及其御用学者的攻讦下，19世纪的百年间，极少人敢说十

① 刘半农：《十二等律的发明者朱载堉》。载《庆祝蔡元培先生六十五岁论文集》上册，1933，第284页。

二等程律的优点。其中,陈澧(1810—1882)是代表人物之一。陈澧,字兰甫,号东熟先生,广东番禺人。道光年间中举,曾任河源县(今属广东)训导,后掌广州学海堂数十年,从学者甚众。著作亦丰,涉及天文、算术、地理、乐律、音韵等学科。

陈澧可谓近代乐律家之一。他曾研磨过朱载堉的《乐律全书》,并看出新法密率之精密所在。不知是由于惧怕皇权威势,抑或对三分损益律及等程律之优劣尚有不清晰的认识,他仍主张三分律好。他说:

连比例三率,有首率、末率求中率之法……此于算法则密矣,而非古人易简之意。古法三分损益,人人皆解;若连比例算法,则必明算而后能知之。载堉著书,可以精研算法,如欲通行天下,安能使工人学算而后制其器,伶人学算而后按其声乎?且黄钟九寸,三分损益之数与连比例之数所差者不多,固可以不必计也。古无连比例算法,然三分损益即连比例之意,故所差不多也。

且京房、朱载堉推衍算法而不惮烦者,皆以为合于数而后合于音也。而房与载堉所算之数则不同:房之音合,则载堉之音不合矣;载堉之音合,则房之音不合矣。然而房与载堉皆自以其音为密合也。此尤可见数虽微差,而音则不觉有差也。古法诚不必改也①。

连比例算法非俗工所解,然论真度,则必如此数理乃通②。

所谓“连比列”即等比级数。陈澧并不是那些不知音律的缙绅先生。他的可悲就在于,他明知十二等程律的好处,“必如此数理乃通”,但他却以为“古无连比例算法”,古者无有现在也不应当有;再则,他又打着“工人”、“俗工”的口号,主张三分损益的“古法诚不必改”。

持保守态度的陈澧对十二等程律的计算方法倒也做了极好的总结。他写道:

连比例三率,有首率末率求中率之法:以首率末率相乘,开平方得中率。此当以黄钟与黄钟半律相乘,开平方得蕤宾,若以黄钟倍律

① 陈澧:《声律通考》卷二,《续修四库全书》本。

② 陈澧:《声律通考》卷三,《续修四库全书》本。

与黄钟相乘、开平方则得蕤宾倍律，载堉以两黄钟各自乘相拼者，即黄钟倍律与黄钟相乘之数也。由是以黄钟蕤宾求夹钟，以蕤宾与黄钟半律求南吕，皆以首率末率求中率；更以黄钟夹钟求大吕、太簇，以夹钟蕤宾求姑洗、仲吕，以蕤宾南吕求林钟、夷则，以南吕与黄钟半律求无射、应钟，则连比例四率，由一率、四率求二率、三率。其法以一率自乘，又以四率乘之，开立方得二率；以四率自乘，又以首率乘之，开立方得三率也①。

寥寥数语，简洁而清楚，概述了朱载堉《算学新说》的部分内容。陈澧也是受了朱载堉的影响。

“一见而屈服”的江永

在明清两代的学者中，唯江永是朱载堉的知音、知己。

江永(1681—1762)，字慎修，婺源(今属江西)人。清代著名历算家，著作颇丰。除对经部各类多有论述外，有《算学》8卷、《续算学》1卷。此二书皆编入《钦定历象考成》中。阮元称其“专力西学，推崇甚至，故于西人作法本原，发挥殆无遗蕴”②。同时他也是有名的乐律学家。江永毕生从事乐律学研究，并且不轻易盲从古人之说。在他一生的探索道路上留下了一个改革家的深深足印。从“而立”之年开始，他逐渐怀疑宋代蔡元定的《律吕新书》。在“不惑”之年，他又主张音律实践不必拘泥于三分损益、隔八相生。在“知天命”以后，他就大胆地摒弃了历代“候气说”而著《律吕新义》。但他一生对音律研究的许多疑问，直到他七十七岁(1757)第一次读到朱载堉的《乐律全书》时，才找到答案，进而又完善了朱载堉的理论。江永写道：

昔闻明神宗时郑世子载堉有乐律书，屡求不可得。乾隆丁丑年

① 陈澧：《声律通考》卷二，《续修四库全书》本。

② 阮元：《畴人传》卷四二，《江永》，商务印书馆，1935，第527—528页。

已七十有七，与同志旧友讲业于古歙之灵山，属访载堉书，乃得之藏书之家。余读之，则悚然惊、跃然喜，不意律吕真理真数即在"栗氏为量，内方尺而圆其外"一语，何以余之《新义》中已绘有方圆倍半之图，已详推周鬴汉斛之数，乃不能覃思及此也？最奇者，方尺即是黄钟，句股各自乘而开方即得蕤宾，再乘再开方即得南吕，亦可得夹钟。子、午、卯、酉四律已得矣，犹未能推及寅申巳亥与辰戌丑未也。尤奇者，南吕之率以方尺倍乘，为之方积，求得立方根，即得应钟。此其取径幽曲、鬼神莫测，虽百思不能到者也。得应钟则诸律皆可求，终始循环，一气无间。其以句股乘除开方求得之律，取旧律数较之，仅差毫厘之间，三分损益为近似，新法为真理真数可知矣。夫理数之真，隐伏千数百年，至载堉乃思得之。窃恐伶伦造律，后夔典乐，其神解耳聪虽绝人，亦未必能致思及此也……且云此书(《律吕精义》)前代未有，实自我朝始，信非虚言也。书传既久，国朝博洽诸名家著书论世，未见有称道世子此书者，唯秀水朱竹垞①有载堉《乐律全书跋》，第以河间献王比之，亦未深论此书之窔(yào)奥。愚一见即诧为奇书，盖愚于律学研思讨论者五六十年，疑而释、释而未融者已数四，于方圆幂积之理几达一间，犹逊载堉一筹，是以一见而屈服也②。

在江永读到《乐律全书》以后不到一年的时间里，他就完成了《律吕阐微》一书。针对《御制律吕正义后编》的论调，他认为"载堉之书，后人多未得其意，或妄加评隙"。他第一次为朱载堉的新法密率鸣冤，又在乐律理论上补充了对夹钟的计算③，以反驳乾隆一伙攻击新法密率"并无次求夹钟之法"④。正如《四库全书提要》对江永的《律吕阐微》所介绍的一样，江永此书"大旨则惟以明朱载堉为宗，而方圆周径用密率起算，则与之微异"。"永以载堉书，疏通证明、具有条理，而以蕤宾倍律求夹钟一

① 朱竹垞：即指朱彝尊(1629—1709)，字锡鬯，号竹垞，秀水人(今浙江嘉兴)。
② 江永：《律吕阐微·序》。
③ 江永：《律吕阐微》卷二。
④ 江永：《律吕阐微》卷二。

法，又补原书所未备。”“（载堉新法密率中）其乘除、开平方立方等术，皆连比例相求之理，而特以方圆句股之说隐其立法之根，故永有所觉耳”。

朱载堉在其《算学新说·第二问》中提出了以历法的“二至”点和“二分”点阐述其等比例求中项和四项中第二、第三项的方法。他说：“次求夹钟，犹春分也。又次求南吕，犹秋分也。”在该书第四问中明确地解答了以黄钟正律和蕤宾正律而求解夹钟正律的方法[①]。至于夹钟倍律的弦长只要将夹钟正律加一倍（或乘以2）即可。这是众所周知的计算方法。然而，就因为朱载堉未曾在文字上写出夹钟倍律的求法，乾隆帝及其御用学者便诬称其“惟务文饰其词而并不顾其显缪”[②]。可见他们是心存恶意。江永出于好心，又一次以倍律蕤宾解正夹钟，或以南吕求解夹钟[③]，也显示江永数学底蕴之深厚。

只有一点，江永未曾随从朱载堉，那就是圆周率值。朱载堉用自己推算出来的“周公密率”，显然是不够精密，而江永用的是祖冲之密率，取其赢朒二限之间，即 $\pi=3.14159265$。实际上，这个 π 值是江永自己推算出来的，它比祖冲之密率还要精确[④]。

江永称颂朱载堉发现管乐器末端效应的方法和理论是“二千年来所未有者也”[⑤]。对于朱载堉以开方解得新法密率之方法，江永亦极为赞赏。他说：

> 此数千年未泄之秘，载堉始发之。虽起伶伦、州鸠，师旷之徒见之亦当叹其妙绝。今载其说，更推本于图书，发明理数之所以然。使此理昭晰无疑千万世，言律学者更无可凿智翻案之理[⑥]。

是江永预见到乾隆帝及其御用学者要无理翻案，还是后者见前者之此论而存心攻讦朱载堉？历史有时亦令人难以捉摸。

---

① 朱载堉：《算学新说·第四问》。郑藩刻本。
② 《御制律吕正义后编》卷一一八，《四库全书》本。
③ 江永：《律吕阐微》卷二，《四库全书》本。
④ 江永：《律吕阐徽》卷三，《四库全书）本。
⑤ 江永：《律吕阐徽》卷三，《四库全书）本。
⑥ 江永：《律吕阐徽》卷三，《四库全书）本。

江永对乐律学的贡献，不仅在于他尊重并维护朱载堉创建的十二等程律理论，而且还在于他发展了这个理论。他将朱载堉的代数计算结果绘成一个方圆相接的几何图，从而发明了等程律的几何理论，并称之为"方圆相函列律图"。江永写道：

自有律书以来，未有此图。天地之秘密，泄于此图。观者毋易视也。

按：载堉之说，非图不显。作此图以明之。方函圆、圆又函方，皆自然之理，即有一定之数。列线为律：外十二线为倍律，中十二线为正律，其半律亦有十二线。内线愈密、不能图，只图其一律之。疏密自有差次，无忽密忽疏之病。律之长短，皆两斜线界定，非由三分损益。观此，则新旧二法，真伪判然矣①。

在一个边长为2尺的正方形内递次画出其内接圆、内接正方形，那么边长为2尺的正方形两对角线之间距包含了等程律各个八度之间的所有弦长。如2尺为倍黄钟弦长，而其第一个内接正方形边长为倍蕤宾，第二个内接正方形边长为正黄钟（1尺），第三个内接正方形边长为正蕤宾，第四个内接正方形边长就为半黄钟（0.5尺），依此类推。可见，江永是一个懂数理、有思想的乐律学家。

江永在其《律吕新义》中曾认为三分损益旧法有十弊，今又从朱载堉的理论中得到启发，并认为旧法共有十四弊了。他写道：

愚响为《新义》序，谓旧说议论愈精、法度愈密，而乐理愈晦。其蔽有十。今得载堉书，则昔人仍有四蔽焉：以黄钟为九寸，不知原是约十为九，非即十即九，其蔽一；以汉斛铭文定黄钟，不知黄钟空围非九分，实积非八百一十分，其蔽二；以三分损益定十二律，不知其数近以为真，相生未尝往而不返，其蔽三；以诸律围径皆同，不知律管相应之理，长短既殊，则广狭亦异，其蔽四。通前共十四蔽②。

江永真是朱载堉的知音。朱载堉曾在他的书中写道："聊述愚见数篇，

① 江永：《律吕阐微》卷二。
② 江永：《律吕阐微·序》。

刻而传之，以俟方来具眼之士或有可取焉。若夫礼乐气象律吕名义，则缙绅先生类能言之，凡非数术音声之技，兹并不述，所谓各志其志而已。"①但朱载堉绝不会想到，他的志同道合者在后世三百年中只此一人而已。

虽说朱载堉的知音知己仅江永一人，其实康熙、乾隆和陈澧都深受朱载堉乐律理论的影响，尤以陈澧为最。就影响而言，除了他们之外，尚有李之藻等人。

李之藻（1565—1630），字振之，我存，浙江杭州人。万历二十二年（1594）中举，二十六年（1598）中士，后任南京工部员外郎、南京太仆寺少卿等。万历二十九年（1601），李在北京结识入华传教士利玛窦，并于1610年皈依天主教。1605年，李之藻与利玛窦合译《乾坤体义》；两年后（1607）又译成《浑盖通宪图说》，这是利玛窦的老师克拉维乌斯（Clavius，1537—1612，又称"丁先生"）所著的《星盘》（*Astrolabium*）一书。李之藻还与徐光启、罗维谷合译《比例规解》，这是近代科学创始人伽利略的著作。几乎与这些学术活动同时，李之藻曾遵循朱载堉方法定律。清初应扮谦（1615—1683）著《古乐书》中写道：

> 近时振之李氏推定，凡律、九分其律之长，以其一为之内周，而用勾股求弦之术即得外周；二十分其律之长，以其一为之外径，用弦求勾股之术即得内径。自谓使一人吹黄钟，一人吹林钟，其声相合。②

这种定律法正是来自朱载堉。

十八世纪期间，钱塘（1735—1790）著《律吕古谊》，引用了朱载堉关于尺度考的有关结论。③

中国近代科学创始人之一邹伯奇（1819—1869）完全接受朱载堉的新法密率。他虽主张同径异长之管律，但在倍频程的两管长之比中开十二次方作为等比级数的公比数。④

---

① 朱载堉：《律学新说》卷一。
② 应扮谦：《古乐书》卷下。
③ 钱塘：《律吕古谊》，《序》及卷一。
④ 邹伯奇：《律数说》，见《邹微君遗书·存稿》。

十 等程律向西传播

朱载堉创建的十二等程律，虽然在中国没有得到足够的重视和应用，但它一经传到西方，便引起欧洲音乐界的强烈反响。近半个多世纪来，有不少人提出，欧洲的十二等程律是由于受到了朱载堉的乐律理论的启示。我们作一简要介绍。

西方"等程律音阶的起源是模糊的"

关于等程律在西方的起源问题有种种说法。有的说，它是由阿里士多克西努斯(Aristoxenus，生于公元前375—前360间，卒年不详)在约公元前350年提出来的；有的说，它是拉莫斯〔Bartolomeo Ramos(或写做Ramis；或Rami)De Pareia，1441—约1491〕在1482年提出来的；有的说是萨里纳斯(Francisco De Salinas，1513—1590)在1577年提出来的；有的说是扎尔利诺(Gioseflo Zarlino，约1517—1590)，有的说是斯蒂芬(Simon Stevin，1548—1620)，有的说是梅森(Marin Mersenne，1588—1648)或魏克迈斯特(Andreas Werckmeister，1645—1706)提出来的。但是，由格雷(H. J. Gray)和艾萨克斯(Alan Isaacs)编辑、于1975年出版的一本《物理学新词典》中说："这个等程调音音阶的起源是模糊不清的(The origin of the

equitempered scale is obscure)。"①

我们首先要弄清楚，在朱载堉之前，是否有人同样解决了十二等程律的数学调谐方法。

阿里士多克西努斯是希腊的音乐理论家，曾经是亚里士多德(Aristotle，公元前384—前322)的学生。在音乐理论方面，他和居当时希腊统治地位的毕达哥拉斯(Pythagoraus，约公元前570—前496)的观点有很大不同。他认为耳朵是音乐现象的唯一判别标准。他设想，把某种音调的音域看做一条连续线，它可被分成许多简单音素；这样，可以把一个八度分成六个音，每个音又可以分成半音或1/4音，四度可以被分成两个音和一个半音，等等。"旋律"的音程可由那些训练有素的人的耳朵凭经验唯一地作出判定。这就是有人认为他"凭听觉提出十二等程律"②的主要内容。《新格罗夫音乐和音乐家辞典》(以下简称《新格罗夫辞典》)就此评论道："由于阿里士多克西努斯把一个八度分成六个相等的音，并把每个音分成相等的半音，因此，现代的一些著作家认为他是有意地传播了等程律体系。这个说法看来是最靠不住的。"该辞典认为："古希腊的音乐家不能提出等程律，况且，阿里士多克西努斯似乎总是暗示出，他的五度和四度就像是被耳朵听出来的自然音程，他的音是它们之间的自然音差。"③迄止目前，几乎所有涉及阿里士多克西努斯这一发现的著作，都在他的发现之前冠之于"据说"二字。这也是人们对他所谓发明十二等程律的一种不肯定态度。说得透彻一点，如果阿里士多克西努斯在五度律盛行时代凭听觉能提出等程律，当时必定会有人责难他的耳朵有病。因为等程律音程、至少纯五度是不谐和的，且很容易识别。再者，"凭听觉"和作出精密计算的数理之间，有着天壤之别。

拉莫斯是西班牙的音乐理论家和作曲家，曾在波洛尼亚任教。虽然

① A *New Dictionary of Physics*, edited by H. J Gray and Alan Isaacs, Longman Group Ltd, 1975, pp. 530 - 531, "temperament".

② 缪天瑞：《律学》，人民音乐出版社，1983，第154页。

③ *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*, Edited by Stanley sadie, Macmillan, 1980, Vol, I. pp. 591 - 592.

有人持拉莫斯提出十二等程律的看法，但一些很重要的著作并没有述及拉莫斯的这项所谓发明。19 世纪，伟大的德国物理学家赫姆霍茨（Hermann von Helmholtz，1821—1894）撰写了《论作为音乐理论的生理基础的音的感觉》（以下简称《论音感》）一书，该书又被闻名的“百分”理论的创始人埃利斯（Alexander John Ellis，1814—1890）译成英文。埃利斯在英译本中增加了许多附录和释注，以及在 1885 年之前已公认的许多新知识。该书附录中有一章叙述等程律的历史，在这里只字未提拉莫斯的工作[①]。《新格罗夫辞典》是近年出版的一部 20 卷本的大著作，在它的“律学”、“等程律史”和“拉莫斯”条目下也都没有提及拉莫斯对等程律的“贡献”。20 世纪巴伯（J. M. Barbour）的音律史著作曾被认为是“十分透彻的专论”[②]，笔者虽然没有找到他的书，但是《新格罗夫辞典》无疑是采用了他的观点。刘半农在他的论文中曾经怀疑拉莫斯发明十二等程律[③]。根据刘半农的论文，在 20 世纪头 30 年间某些持有拉莫斯提出十二等程律观点的论著，是以德国音乐理论家黎曼（Hugo Riemann，1849—1919）的著作为依据的，但刘半农因一时找不到黎曼的著作而只好暂且搁着。笔者最近读到了这本书，但是没有看到有关拉莫斯提出十二等程律的文字。[④] 有意思的是，黎曼在他的著作的第 327—328 页的注中指出，他对拉莫斯的 1482 年的拉丁文著作表示怀疑，甚至在读完拉莫斯的稿本后认为它没有揭示出任何新观点。

在这里，值得我们注意的是，所谓“提出”或“应用”十二等程律和在数学上精练它的方法有本质不同。在中国，早在汉代的带品柱弹弦乐器中已应用了等程律；南北朝时期律历家何承天在三分损益的基础上，以累加平均古代音差的方法计算出八度中的十二个音，其效果很接近十二等

---

① H. von Helmholtz, *On the Sensation of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music*, Trans. by A. J. Ellis, New York Dover Pub., INC., 1954, pp. 548 - 549.

② J. M. Barbour, *Tuning and Temperament, a Historical Survey, East Lausing*, Mich., 1951, 2/1953, R/1973. and Alexander Wood, *The Physics of Music*, Revised by J. M. Bowsher, London, 7 th ed., 1975, p. 195. notes 3.

③ 载《庆祝蔡元培先生六十五岁论文集》上册，第 288—289 页。

④ Hugo Riemann, *Geschichte der Musiktheorie im* IX - XIX *Jahrhundert*, Max Hesses Verlag, Berlin, 3rd ed., 1920, pp. 327 - 331.

程律。杨荫浏在他《等程律算解》一文中对这一历史作出精练的描述和分析[①]。我们也可以说，中国人早在汉代就“提出”或“应用”了十二等程律。但是，它们和朱载堉以$\sqrt[12]{2}$的等比级数使十二等程律数学公式化完全不同。在古代科学水平上，实践先于理论总结甚至上千年的事是常有的。在西方，至少也在文艺复兴时期在一些带品柱的弦线乐器（如诗琴、中提琴）上采用了等程律；西班牙的盲人音乐理论家萨里纳斯于 1577 年提议应该按照那些品柱弦乐器上的等程律划分八度音程；意大利的音乐理论家、作曲家和教师温琴佐·伽利莱（Vincenzo Galilei，16 世纪 20 年代后期至 1591 年，近代科学的创始人伽利略的父亲）也曾在 1581 年介绍过诗琴的等程律，这个比例为 18 : 17 的数字是当时许多音乐家所熟悉的，它在数值上相当于半音为 99 音分。它和等程律的半音为 100 音分实际上是有区别的[②]。它们和朱载堉创建的十二等程律的数学公式也完全不同。因此，在朱载堉之前，无论东方或西方，人们在实践中应用或提出平均律，都是受到如琵琶一类品柱弦乐器的启发而得到的一种近似等程律，而并没有在数学上作出特别的证明或计算。

值得指出的是，埃利斯曾指出，“萨里纳斯或扎尔利诺都没有提及等程律”[③]。

从现在材料看来，在西方最早对十二等程律进行数学计算的有荷兰的数学家和工程师斯蒂芬，法国的数学家、哲学家梅森。

斯蒂芬和梅森的等程律

斯蒂芬在 1600 年前后写下一篇题为《论歌唱艺术的理论》（*On the*

① 杨荫浏：《平均律算解》，载《燕京学报》，第 21 期（1937），第 2—60 页。

② *The New Grove Dictionary of Music and Musician*, MacMillan, 1980, Vol. 16, pp. 420 - 421; Vol. 18, p. 664.

③ A. J. Ellis, "On the History of Musical Pitch", *JRSA*, 294 (1880), p. 401. From J. Needham, *Science and Civilization in China*, Vol. IV: I, p. 217.

Theory of the Art of Singing)的论文,文中涉及十二等程律的理论计算问题。这篇论文原是一份手稿,未署明写作时间。

斯蒂芬将手稿寄给了他的一位朋友,希望听到一位有实践经验的音乐家的意见。但是,这个朋友随便浏览一遍后就把它搁置一旁,从此再不过问它了。而斯蒂芬自己对此论文也不十分关心。看来,这个伟大发现的发现者本人和第一读者都可能认为这篇论文并没有多少真正的科学价值,他们都没有像朱载堉那样了解自己发现的巨大意义:"盖二千年来之所未有,实自我圣朝始也。"就这样,斯蒂芬的手稿直到 1884 年被人重新发现后才得以发表;但是此时,可以说,它对西方音乐艺术的影响为时太晚了。

斯蒂芬的这篇手稿今收入《西蒙·斯蒂芬的重要著作集》中[①]。也收录在代伊斯特赫伊斯(E. J. Dijksterhuis)编辑的《西蒙·斯蒂芬:约 1600 年荷兰科学》之中[②],编者写了一篇"导论——斯蒂芬的音乐观"。莱顿大学前物理学教授福克尔(Adriaan D. Fokker)将斯蒂芬的荷兰文译成英文并做了某些重要修正。

斯蒂芬的手稿包括了以下几方面内容[③]:

定义(6 个);

公设(2 个);

证明:

论一般的比例;

几何比例与音程比例的比较;

按照希腊人观点的适合歌声的比例;

---

① R. J. Forbes, A. D. Fokker and A. Romein-Verschoor eds, *The Principal Works of Simon Stevin*(in Science; Music; Civic Life), Amsterdam: C. V. Swets 8c Zeitlinger, 1966.

② E. J. Dijksterhuis, *Simon Stetvin: Science in the Netherlands around 1600*(*the English version*), The Hague: Martinus Nijhoff, 1970.

③ Simon Stevin, "Vande Spiegheling der Singconst (On the Theory of the Art of Singing)", In *Simon Stevin: Science in the Netherlands around 1600*, pp. 421 - 462. 荷兰文与英文译文同载于此。

自然音的真实比例；

一弦器(monochord)的几何除法；

一弦器的算术除法。

注和附录等。

也许出于个人偏好，斯蒂芬用“歌唱”这个词代替“音乐”一词。他对母语荷兰语的喜爱，令他以为希腊语不如荷兰语。令人惊奇的是，他既然说出荷兰语言是他的数学方法，即$\sqrt[12]{2}$的数学基础。在手稿的“第二个公设”中写道：

“所有的全音都是相等的，同样，所有的半音也是相等的。”

在这一“公设”的“解释”中又说：

> 这意思是：从 ut(今为 do——本书笔注)到 re，从 re 到 mi，以及从 fa 到 sol，从 sol 到 la，和从 sa(福克尔在译注中将其改为 si)到 ut，这些全音的高度都是相同的。同样，从 mi 到 fa 和从 la 到 sa(即 si)，这些半音的高度也相同。

接着，斯蒂芬列出八度内十二个音的数值、名称和高低度数(表 10－1)：

表 10－1　斯蒂芬等程律定理和命题

定理	(律名)	命题
1	起始音	一度(同度)
$\sqrt[12]{1/2}$ ①	半音	小二度
$\sqrt[6]{1/2}$	全音	大二度
$\sqrt[4]{1/2}$	“一个半”全音	小三度
$\sqrt[3]{1/2}$	两个全音	大三度
$\sqrt[12]{1/32}$	“两个半”全音	四度
$\sqrt{1/2}$	三个全音	不协②大四度或不协小五度
$\sqrt[12]{1/128}$	“三个半”全音	五度

① 所有的开方式，原稿写为$\sqrt{(12)1/2}$，今改为现代数学书写形式。

② “不协”二字的原英译为“bad”(坏的，不好的)。

续表

定理	（律名）	命题
$\sqrt[3]{1/4}$	四个全音	小六度
$\sqrt[4]{1/8}$	“四个半”全音	大六度
$\sqrt[6]{1/32}$	五个全音	小七度
$\sqrt[12]{1/2048}$	“五个半”全音	大七度
1/2	六个全音	倍一度(八度)

斯蒂芬取起始音为1,其八度为1/2。这相当于朱载堉所计算的正律。斯蒂芬的十二律数学“定理”是正确的。但他未对它们直接作开方运算,而是假设起始音为10000,通过繁杂的数字变换后,先算出“三个半”全音与起始音之比为10000/6674,也即“三个半”全音为6674;第二步计算是,从六个全音(1/2)减去①“三个半”全音而得“二个半”全音,为7491;第三步是,“三个半”全音减去“二个半”全音,得到一个全音;第四步是,一个全音相加得两个全音;第五步是,“二个半”全音减去二个全音而得半音,为9438。仿此,将其他各律一一算出。② 他的计算数值只有4位数。我们将他的计算结果和后来研究者的修正值一并列入表10-2中。

表10-2 斯蒂芬十二等程律计算数值*

10000		起始音	
			1.0595465
9438	9438.7	半音	
			1.0593781
8909		全音	
			1.0600904
8404	8409.0	“一个半”全音	

① 音乐学上两个音程的相加或相减,在数学上是这两音程各自与主音的频率比的相乘或相除。

② Simon Stevin, “On the Theory of the Art of Singing”, In *Simon Stevin: Science in the Netherlands around 1600*, Ed. by E. J. Dijksterhuis, pp. 445-447.

续表

7936	7937.0	二个全音	1.0594758
7491	7491.5	“二个半”全音	1.0594046
7071	7071.1	三个全音	1.0593975
6674	6674.2	“三个半”全音	1.0594845
6298	6299.0	四个全音	1.0597014
5944	5946.0	“四个半”全音	1.0595558
5611	5612.3	五个全音	1.0593477
5296	5297.2	“五个半”全音	1.0594788
5000		六个全音	1.0592000

* 表中第一纵列为斯蒂芬计算值；第二纵列是20世纪中期莱顿大学物理学教授福克尔（Adriaan D. Fokker）所作的修正值；最右边一纵列数值是由北得克萨斯大学音乐学院卓仁祥教授据斯蒂芬原数（第一纵列）而计算的相邻两音之比值。①

由表10－2推算，斯蒂芬所得到的等程律半音或相应的等比级数的公比数为

$1.0592 \leqslant \sqrt[12]{2} \leqslant 1.0600$。②

它远不如朱载堉计算值的精确。严格地说，斯蒂芬没有真正得出十二等程律。其计算方法与结果都不如朱载堉透彻、美丽。难怪斯蒂芬的手稿会被人遗弃不顾。

在斯蒂芬之后，梅森于1636年在他的著作《和谐通论》（*Harmonie Universelle*）中介绍了多种调音方法和它在演奏实践中的运用情况。他既介绍了温琴佐·伽利莱的18∶17调音比率，亦介绍了以无理数1.059463为等程律的调律方法。他指出，等程律调律“是最常用和最普遍的，以致所有的实际演奏家都认为，把八度分成十二个相等的半音非常

① Cene J. Cho, *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the 16th Century*, the Edwin Mellen Press, 2003, p. 225.

② Cene J. Cho, *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the 16th Century*, the Edwin Mellen Press, 2003, p. 225.

便于乐器的演奏”。① 然而,在梅森与等程律关系的诸多音乐史著作中,人们也提出了许多问题。他结合乐器介绍等程律,暗示了有许多以等程律调音的乐器。“但是我们没有发现任何相关的报告”②。他直接引用 1.059463 或$\sqrt[12]{2}$这个十二等比级数的公比数,是怎么来的③?他为什么不注明参考文献,还是他那个时代的科学著作不注重引文出处?或许,在那个时代,演奏家和音乐团体只对具体调音方法或规则有兴趣,而对其具体数值的来龙去脉并不追究的缘故。因此,造成了在欧洲“这个等程调音音阶的起源是模糊不清的”的说法。

从东向西传播

梅森的《和谐通论》一书表明,在他前后的一个长时期,欧洲音乐家探讨了各种复杂的调音方法。其中,广被采纳的还是伽利莱的诗琴“等程”律,即比数为 18∶17 的调律法。18/17 = 1.05882(半音为 99 音分),非常接近$\sqrt[12]{2}$ = 1.05946。德国作曲家巴赫(Sebastian Bach,1685—1750)分别于 1722 和 1724 年创作上下两卷的《平均律钢琴曲集》(*Das Wohltemperirte Clavier*),这个中译文“平均律”之意应是“足够好的调律法”(Wohl 相当于英文 well enough)。它实质是“平均音调律”(mean-tone temperament),④非等程律调律。⑤ 等程律调音在音乐实践中的运用始于 18 世纪晚期。

---

① Marin Mersenne, *Harmonie Universelle*, BK. 2, prop. xi; BK. 3, prop. xii, Paris, 1636, From Joseph Needham, *Science and Civilization in China*. Vol. 4, part 1, p. 216.

② Alexander J. Ellis, “The History of Equal Temperament”, In H. L. F. Helmholtz, *On the Sensations of Tone*, Dover Pub., INC., New York, 1954, pp. 548 - 549.

③ Gene J. Cho, op. cit., p. 229.

④ mean 在此译为“平均”;而 equal temperament 中的 equal 应译为“等程”,将它译为“平均”就欠妥当了。关于 mean-tone temperament, 见 Gene J. Cho, op. cit., p. 233.

⑤ 本书第一版(1986)对此未作深入研究,误断巴赫的这本钢琴练习曲为等程律标志作品。卓仁祥先生的大作中有关陈述是正确的。见 Gene J. Cho, op. cit., pp. 232 - 233。

埃利斯说，它在“1811年获得了最广泛的应用”[1]，李约瑟考证后说：

> 这是一场革命，然而它是逐渐发生的。在英国直到19世纪中叶，等程律调音似乎才普遍应用于钢琴。布罗德伍德（Broadwood）迟至1846年才采用它。等程律调音体系极为缓慢的发展，使人觉得它起源于欧洲多少是个谜。[2]

很有意思，十二等程律的种子是在中国土地上萌芽的，它却在欧洲开花结果。这中间，有否可能朱载堉的新法密率数学方法传到西方，从而启迪斯蒂芬、梅森等人？它又是通过何种渠道传播的呢？

我们先谈谈十八世纪的情形。来自法国的传教士钱德明（Jean Joseph Marie Amiot，1718—1793，又名王若瑟）曾撰写了几卷本的论中国音乐的著作，多卷本的学术通讯，为在西方传播中国音乐作出了贡献。他是李光地（1642—1718，字晋卿，福建安溪人）的《古乐经传》一书的法文译者。他在1776年著《中国音乐概论》（*Mémoire sur la musique des Chinois*）一书[3]，在《概论》中对朱载堉及其音律理论作了描述。但是，该书的编辑，一个专门从事古代和外国音乐的理论家鲁西埃（Abbé Pierre Joseph Roussier）给该书加上了毫无价值的、冗长乏味的注，删掉了该书中许多图版，使所有中国特点和有意义的文字段落都大为失色。即使如此，钱德明的著作在整个十九世纪期间经常被征引，成为赫尔姆霍茨的《论音感》一书中有关中国材料的主要参考文献。

朱载堉的理论比钱德明更早时候传播到西方也不是没有可能的。

早在1575年，奥古斯汀（Augustin）修道院的修士拉达（P. de Rada）、马林（P. Jérome Marin）等人曾在福建厦门登陆后居住了三个月。拉达在中国购置了几百种书籍，内容涉及地理、国库、税务、造船、历史、朝政、祭祀、司法、本草、医药、天文、外国地理、圣贤、游戏、数学、建筑、风水、占星、

① H. L. F. Helmholtz, *On the Sensation of Tone*, p. 548.

② Joseph Needham, *Science and Civilization in China*, Vol. 4, part 1, p. 216, Cambridge University Press, 1962.

③ Louis Pfister, *Notices Biographiques et Bibliographiques sur les Jésuites de l'Ancienne Mission de China (1552 - 1773)*, V. S, No. 60, Chang Hai, 1934, pp. 837 - 860.

尺牍、养马、算命、兵器、音乐等共二十七类之多。① 其中,关于音乐的书籍,涉及"音乐歌曲及其创立人"等内容。

正如李约瑟博士所指出的:"值得注意,天主教会的修道士与耶稣会的传道士都对中国音乐有兴趣。"②1599 年入华的西班牙传教士庞迪我(Didace de Pantoja,1571—1618)就是善于音乐的人之一。在朱载堉完成十二等程律的 1581 年到梅森同样发明的 1636 年间,正是明末清初传教士来华活动的兴盛时期。

1565 年,耶稣会会士在中国澳门成立教会,训练传教士,习读中国书。"从这个教会很快就发出一股书简的洪流,将中国文化的内容实质告知西方世界。"③1582 年意大利耶稣会会士利玛窦(Matteo Ricci,1552—1610)在澳门学习中文,1595 年到南京,1601 年定居北京;1585 年葡萄牙传教士孟三德(Edouard da Sande,1531—1600)来华;1597 年意大利传教士龙华民(Nicolaus Longobardi,1559—1654)、1610 年法国传教士金尼阁(Nicolas Trigault,1577—1628)、1621 年德国传教士邓玉函(Jean Terrenz,1576—1630)、1622 年德国传教士汤若望(Jean Adam Schall von Bell,1591—1666)、1624 年意大利传教士罗雅谷(Jacobus Rho,1593—1638)等大批人相继进入中国。他们中不少人在我国受到明朝皇帝的赏赐。当 1600 年利玛窦、庞迪我等人携带贡品谒见神宗皇帝时,神宗帝待以上宾之礼,允许他们在京师居住。在士大夫们向他们学习科技知识的同时,也不断地向他们介绍中国的传统文化。朱载堉是在 1595 年和 1606 年分别将其律历著作呈进朝廷的,因此,传教士们不可能不得到有关十二等程律的学理的信息。另一方面,金尼阁曾于 1613—1617 年返回欧洲;在中国期间,又曾进入河南传教三四个月,其后又不断往来河南、山西、陕西三省。而朱载堉居住在郑王封地怀庆府,恰好是金尼阁旅行传教的必经之地。金尼阁在河南旅途中、在河南布教或与士大夫们辩论教旨

① H. Bernard 著,肖濬华译:《天主教十六世纪在华传教志》,上海商务印书馆,1936,第 148—150 页。

② Joseph Needham, *Science and Civilization in China*, Vol. IV:1, p. 225.

③ Joseph Needham, *Science and Civilization in China*, Vol. IV:1, p. 226.

的同时，很可能得到了朱载堉的乐律著作，也会听到有关朱载堉的新法密率可以达到旋宫转调的知识信息（图 10－1）。在这过程中，是否有一本朱载堉的乐律著作被寄送到欧洲呢？至少有关十二等程律的信息会以书讯形式告知欧洲学术界吧！

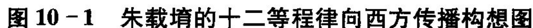


图 10－1　朱载堉的十二等程律向西方传播构想图

另一个很值得重视的线索，是《崇祯历书》的编纂。从崇祯二年（1629）到崇祯七年（1634）间，在徐光启（1562—1633）主持下设立历局，修订历法。这个明朝皇家天文机构先后聘请了龙华民、邓玉函、汤若望、

罗雅谷等耶稣会士参与工作。① 在中国,历法与乐律相结合已有悠久的历史,因此,那些传教士在修订历法、查阅历史文献的过程中,不能不接触到中国的乐律学问题。值得指出的是,崇祯二年(1629)年七月二十六日(9月13日),徐光启上书有关修历急要事宜,共四款三十三条,其中包括历法修正、人事安排、仪象制作、度数旁通等内容,特别指出参与编纂历书的中西人员必须通晓数学和音乐等科目②。恰巧,正是朱载堉本人,早在这次改历的酝酿过程中,于1595年就曾上书改历,并呈上了他自己的历法、即《圣寿万年历》、《万年历备考》和《律历融通》;1606年又上进了《乐律全书》的雕版印刷本。这样,传教士们就不能不知道,甚至要精心研究朱载堉的乐律理论。

以上陈述中,除金尼阁旅行河南外,利玛窦尤令人关注。本书第八章"上进《历书》引发的风波"一节,言及他在其《书简》中,叙述了朱载堉和邢云路分别奏疏之事。此时他居住南昌。他在南昌广结地方官宦、名儒,晋见宁献王朱权的后裔建安王朱多𤇼③,从中获得了大量朝廷或宫中信息。诸如大统历预报万历二十四年(1596)八月朔日食失误,朱载堉和邢云路分别上改历疏以及朝廷官宦为此争议,等等。1596年9月,利玛窦将此改历等信息作为其进京的好时机;1597年10月,又坚信他自己"谋求机会直诣万历帝条件已具备"④。万历三十一年(1603),利玛窦为徐光启受洗。万历三十四年(1606),利玛窦与徐光启合译《几何原本》前六卷。万历三十二年(1604),利玛窦与李之藻结识。1610年李之藻受洗,皈依天主教。如同前一章所述,李之藻曾与徐光启、利玛窦、罗雅谷分别合译了伽利略和克拉维乌斯的著作,李又是精通朱载堉新法密率之学者。由此种种,入华传教士不懂并且不将朱载堉乐律理论介绍到欧洲知识界是令人怀疑的。

---

① 中国天文学史整理研究小组编著:《中国天文学史》,科学出版社1981,第221页。
② 徐光启:《新法算书》卷一,《缘起》。
③ 关于建安王朱多𤇼,见《明史》卷一〇二,《诸王世表三》。
④ 《利玛窦年表》,见裴化行著,管震湖译:《利玛窦神父传》,商务印书馆,1998。

正是在这16、17世纪之交，中西文化交流涌动之时，扎尔利诺竭力倡导“平均音调律”，而他的学生伽利莱却提出异议，主张以比率18∶17调谐音。利玛窦在来华前于罗马公学念书时，扎尔利诺和克拉韦乌斯(Clavius)①都是他的老师。自然，伽利莱也是他的师长辈。在利玛窦的信息传达欧洲后，闻悉此事的斯蒂芬在1600年前后写下他的《论歌唱艺术的理论》。不会这样吗？有则旁证如下：斯蒂芬在约1600年曾经根据中国的加帆独轮手推车的信息而设计了扬帆车(图10－2)。人们有理由相信，他在获取中国加帆手推车信息的同时获得了来自中国的等程律信息。作为一个当时优秀的数学家，为何写出了十二律的开方根式又不直接开方，而要先以代数比率式去解那样的等比级数呢？这一连串的问题可能要从中西文化传播中找到结论。

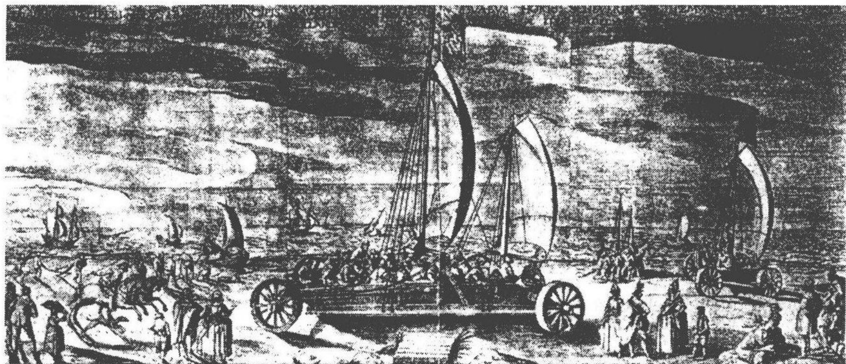


图10－2　斯蒂芬制造的扬帆车。这种“陆地快艇”的设计思想受到入华传教士关于中国加帆独轮车的信息启发(见《西蒙·斯蒂芬：约1600年荷兰的科学》一书，第82—84页)

1610年利玛窦卒于北京。他的大批继任者都对中国的音乐极感兴趣，并将中国文化的内容实质告知西方世界。在中国的士大夫们向他们

① 克拉韦乌斯一名，还在裴化行著的《利玛窦神父传》中出现，见该书索引；在《利玛窦中国札记》英译本序言中译为“罗马神学院的丁先生”(何高济等译，何兆武校，中华书局，1983，“序言”第33页)。

学习科技知识的同时,也不断地向他们介绍中国的传统文化。朱载堉是在1595年和1606年分别将其律历著作呈进朝廷的,因此,传教士们不可能得不到有关十二等程律学理的信息,也不可能不将此信息告知欧洲学界。

李约瑟博士说得好:朱载堉为了描述他的十二等程律用了十几年的时间,写了几本书,而"为传播这伟大思想所需要的不是一册书,只要一句话就够了。"的确,传播者只要说:"我知道中国人以极高的准确性调谐他们的琴。他们只要将第一音的弦长除以$\sqrt[12]{2}$,就得到了第二音的弦长,然后再除以$\sqrt[12]{2}$就得到了第三音的弦长,依此类推用十三次,就得到了一个完全八度。"①这样的一句话就能使十二等程律的全部问题在欧洲得到解决。

在斯蒂芬之后,梅森又有否可能收到来自中国的学术信息呢?他或者来自斯蒂芬,或与斯蒂芬同一信息来源,或又一次接受了入华教士的学术报告,都不无可能。梅森是当时欧洲学术界的一个枢纽式人物。

梅森在完成他的学业之后,于1612年接受了圣职。然后他在巴黎的王家米尼姆(Minim)修道院服务,并被任命为副主祭和神父。1614年他被派到靠近内韦尔(Nevers)的修道院当哲学教师(1615—1617)和神学教师(1618),又曾任修道院"司法"。1619年他作为方济各会会员回到巴黎,此后一直住在巴黎。这期间,他曾远涉意大利。梅森是个学问渊博的人物,他在数学、哲学、物理学、天文学、音乐理论等多方面作过研究,也是17世纪法国的重要思想家之一。他曾被称为"科学家中伟大的中介人"②。可见他具有极大的活动能量和获得各种情报的机会。

《新格罗夫辞典》就梅森的科学活动写道:

> 他极端相信人类的理性和宇宙的秩序,他鼓励合作的冒险行动

---

① Joseph Needham, op. cit. , p. 224.

② F. Cajori, *A History of Physics*, McMillan, 1928, p. 98. 转引自戴念祖、范岱年译:《物理学史》,内蒙古人民出版社,1981,第97页;广西师范大学出版社,2002,第75页;或中国人民大学出版社,2010,第75页。

和传播科学知识，支持建立国际学术研究院。他在巴黎的住室成了智力猎奇的会议场所，并且他跟他那个时代的主要的思想家们保持直接的通讯联系，其中包括笛卡儿(Descurtes)、伽桑狄(Gassendi)、霍布斯(Hobbs)、惠更斯(Constantijn Huggens)、费马(Fermat)、罗伯维耳(Roberval)、伽利略、多尼(Doni)、阿诺耳德(Arnauld)和佩莱斯克(Peiresc)等人，他们在通讯中交换以他们的途径发现的许多思想，并且被撰入梅森发表的著作中。①

可见，一方面梅森的主张和入华传教士们的思想行为相一致，另一方面梅森几乎和欧洲所有学界名人都有联系。这样，他没有得知传教士发自中国的关于等程律的消息是令人怀疑的。

还有一个线索，近代科学的创始人伽利略(Galilei Galileo，1564—1642)在他的父亲温琴佐·伽利莱的影响下也是音乐爱好者。而伽利略、邓玉函同为意大利猞猁研究院(Accademia dei Lincei)院士，天文学家开普勒(J. Kepler，1571—1630)是这个研究院的通讯院士。侨居中国的邓玉函和伽利略、开普勒都有书信往来。譬如，邓玉函在天启三年(1623)的书信曾被开普勒以题为《邓玉函神父自中国致欧洲天文学界书》引用在他的《全集》第七册中②。在中国关于历法改革的争论以及编纂《崇祯历书》的过程中，为了得到预测日食的准确方法，邓玉函等人在1616—1622年间曾多次致书伽利略、开普勒，并通过地方主教传达信件③。邓玉函在启程来中国之前，于1616年6月16日致函罗马教宗御前植物学家法倍耳(Faber)，希望“向伽利略领教若干事”，并竟敢对伽利略因宣传哥白尼学说而受到宗教裁判所的谴责和禁令一事，深表惋惜之意④。在这些经常性的通信中，欧洲各地方主教，伽利略、开普勒等人都

① *The New Grove Dictionary of Music and Musician*, Edited by S. Sadie, MacMillan, 1980, Vol. 12. pp. 188 - 190.

② 《方豪文录》，北平上智编译馆，1948，第287—289，295—300页。

③ Louis Aloys Pfister著，冯承钧译：《入华耶稣会士列传·邓玉函传》，长沙商务印书馆，1938，第186页。

④ 《方豪文录》，第297—298页。

有可能获得朱载堉的乐律理论的信息,并将此告知梅森。但是,这个“伟大的科学中介人”为何不在他发表的著作中指出其来历呢?

显然,在斯蒂芬和梅森所处的时代,并不像今天一样,著作家的著作必须书写文献或事实来源。但我们不能不注意到,梅森时代有一个更深层的社会和宗教原因。那就是伽利略违犯了1616年教会对他的禁令,在1632年发表了巨著《两大世界体系的对话》。他在这本书中成功地论证了赞同日心地动说的论点。伽利略因此于1634年在他70岁时候受到罗马宗教裁判所的审判和监禁。这件事震动了当时欧洲科学界。许多科学家变得小心谨慎,害怕由于触犯《圣经》和教规而危及身家性命。梅森是在1636年,即伽利略被审判后的第二年发表等程律的。在宗教统治的黑暗时期,他当然要隐藏自己和伽利略的关系。即使是梅森从伽利略那里得到了有关中国等程律的信息,他必然不敢在自己的文章中揭示出这一事实。再则,梅森本人是竭力主张“科学首先用于保卫宗教”①的人,一旦他发现伽利略的行径和《圣经》以及他本人的观点有不可调和的矛盾,一旦他知道邓玉函神父等曾于1616年对伽利略被教廷制裁一事表示同情的态度,他怎敢在自己的著作中说出等程律的来源呢!这一切,就可能造成了至今还有人认为,在欧洲“等程律音阶的起源问题是模糊的”看法。

至于朱载堉的新法密率一旦在欧洲传开,就无人再去理会这个伟大创造的真实来源。中国的发明发现传到西方,类似的遭遇不乏前例。

时至19世纪,欧洲人在尘封的记忆中想起了一个名叫载堉的王子及其音乐理论。德国伟大的科学家和音乐理论家赫姆霍茨于1863年出版了他的惊世之作《论音感》一书。他在书中写道:

> 在中国人中,据说有一个王子叫载堉的,他在保守派音乐家的反对声浪中,倡导七声音阶。把八度分成十二个半音以及变调的方法,也是这个有天才和技巧的国家发明的②。

1885年,英国音乐家理论家埃利斯将赫姆霍茨《论音感》一书译成英

---

① *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*, Vol. 12, pp. 188 - 190.

② H. von Helmboltz, *On the Sensation of Tone*, Trans by A. J. EIlis, 4th ed., 1954, p. 258.

文,并在其所作的译注中引用了大量的文献。其中写道:

钱德明报告了早在毕达哥拉斯之前中国人发明的等程律。①

德国音乐理论家黎曼在他编著的《音乐辞典》中写道:

中国人在很早的时候就有了宫商角徵羽五声,到耶稣降生前一个五百年的时候,载堉倡导半律的用法,从此五度生律中的十二律就完成了。②

残存在人们脑海中的这些记忆或传说太混乱了。对此我们要稍作说明。说朱载堉把八度分成十二律或十二个半音,发明了变调的数理方法即十二等程律,这是对的;但把朱载堉说成是毕达哥拉斯之前的人物,甚至是耶稣降生前一千五百年的人物,却又是错误的。同时,把毕达哥拉斯时代中国已有的五声或七声音阶又说成是朱载堉的发明,这也是错的。这种真假相掺的传说很容易使人们想到这样的情形:当社会动荡的岁月,在公民中传播了极久的、极为广泛的一种有利于公民的传说,有朝一日突然得以证实,人们为此感到惊愕之余,便不约而同地为这个传说添枝加叶,使传说成为美好的故事,让传说中的主人公成为"神"。从明末传教士发回信息时起到19世纪中期等程律被广泛应用之时,朱载堉及其创立的十二等程律在欧洲的传播过程正是这样一种典型的社会事件。

历史回顾

当赫姆霍茨在1863年出版他的《论音感》时,他以"据说"二字言及王子载堉对音乐理论的贡献。这个残存的记忆此后日益淡化,以致不存。一方面,中国国势自1840年后日渐衰落,人们的价值取向随之改变。"中国人"成为"不开化"或"未曾开化"的劣等民族的代用词;另一方面,以十

① H. von Helmboltz, *On the Sensation of Tone*, Trans by A. J. Ellis, 4th ed., 1954, p. 548.

② Hugo Riemann, *Geschichte der Musiktheorie im IX – XIX Jahrhunden*, Mar Hesses Verlag, Berlin, 3rd ed. 1920, p. 327.

二等程律调律的钢琴逐渐地成为音乐舞台的乐器之王。人们怎敢相信这个“王者”的灵魂却是由劣等民族首先铸就的。

1933 年,中国著名学者刘复(字半农,1891—1934)发表《十二等律的发明者朱载堉》一文①。他不仅看出,《乐律全书》中的两个长串的汉字数字即是$\sqrt[12]{2}$和$\sqrt[24]{2}$,而且对中西等程律发明做了广泛的比较研究。最后断论,十二等程律的首创者是朱载堉;它的数学原理传播到西方,从而影响了法国梅森。刘复自豪地写道:

> 大家都知道,火器、造纸、印书是中国人的三大发明②,到了近代,西洋人用所有的力量、所有的科学方法完全放上去,使这三种东西每一种都有飞速的进步,极度的改良,而我们却须回过头去跟他们学习……惟有明朝末年,朱载堉先生所发明的十二等律,却是一个一做就做到登峰造极的地步的大发明。他把一协③分为十二个相等的半度,是个唯一无二的方法。直到现在谁也不能推翻它、摇动它;他所用的算法,直到现在还是照样的做;他算出来的数目字,直到现在还是直抄了用,不必我们自己费心。
>
> 你说这是个小发明么?不差,和造纸、印书、造炮相比,诚然是渺乎小矣。但全世界文明各国的乐器,有十分之八九都要依着他的方法造;即就北平而论,至少总有一二千架钢琴,却没有一架不用他的方法定律。这种发明,恐怕至少也可以比得上贝尔的电话和爱迪生的留声机罢。

刘复的文章唤起了人们的记忆,也激励着一些学者作更深入的音乐史研究。④ 英国学者鲁宾逊(Kenneth Robinson)在 20 世纪 40 年代后期

① 刘复:《十二等律的发明者朱载堉》,载《庄祝蔡元培先生六十五岁生日论文集》,北平,1933。

② 还有指南针,统称“四大发明”。

③ “一协”现在称为八度。

④ 几与刘复同时,王光祈(1892—1936)于 1931 年在柏林撰成《中国音乐史》一书(1934 年中华书局出版),书中有“朱载堉十二平均律”一节。虽然王光祈在此指出朱载堉的理论“约比西洋早一百年”,但他又认为“朱氏此种算法,是否合理,则非加物理实验,不能评断。”他说:“余甚望国内同志”再作深入研究。见毕兴等选编:《王光祈文集(音乐卷)》,巴蜀书社,1992,第 376—382 页。

起，发表了多篇有关朱载堉的研究论文。[1] 后来，他加入剑桥“李约瑟研究所”，成为李约瑟巨著《中国科学技术史》有关音乐方面的撰稿人之一。1962 年，李约瑟博士（Jooeph Needham，1900—1995）的巨著之一部、即第四卷第一分册出版。其中，以一节的篇幅阐述中国古代的声学历史和成就。这一节题为“等程律的发展”，包括“八度音程与五度相生”、“西方音乐与中国数学”、“朱载堉的尊贵礼物”和“东方和西方的等程律”四部分。我们摘录几段如下：

> 朱载堉对人类的贡献是发现了将音阶调谐为相等音程的数学方法。这是一种十分重要的实用体系，而今天所有西方国家的大众却都以为它是理所当然的，甚至不知道它的存在。（英文原著，第 220 页）
>
> 令人惊奇的是，关于等程律的欧洲起源，很难找到确切的根据，而在中国关于这项发明的一切事实都很清楚。（第 225 页）
>
> 欧洲独立发明等程律一事是极可疑的。当人们发现在梅森之前大约十六年，伟大的数学家和工程师、佛兰芒人西蒙·斯蒂芬在他未发表的论文中留下了计算等程律音阶的数字，这种怀疑就更加深了。（第 227 页）
>
> 他的发现以及可能传播到西方的情况，在中国颇为人们知晓（参见刘复、张其昀、吴南董等文著）但是早先在西方文字的出版物中从未有过详细介绍。比较全面的评述，见鲁宾逊。（第 220 页注 d）
>
> 朱载堉虽然远离欧洲，却是“一位文艺复兴时代的人”。（第 221 页注 a）
>
> 平心而论，近三个世纪里欧洲的和近代的音乐完全可能受到中国的一篇数学杰作的强大影响，虽然传播的证据尚付阙如。发明者

---

[1] Kenneth Robinson, *A Critical Study of Ju Dzai-Yü's Account of the System of the Lü-Lü or Twelve Musical Tubes in Ancient China* (Inaug. Diss. Oxford, 1948); *A Critical Study of Chu Tsai-Yü's Contribution to the Theory of Equal Temperament in Chinese Music* (Franz Steiner Verlag Gmbh, Wiesbaden/Germany, 1980). 1986 年，Robinson 先生曾寄赠本书作者 5 篇文章。

的姓名较之发明的事实仍属次要，而且朱载堉本人肯定是第一个给另一个研究者以应得的评价并最后一个争优先权的人。毫无疑问，首先从数学上系统阐述等程律的荣誉应归之于中国①。（第228页）

李约瑟的深邃的学术眼光和对朱载堉的公正评价，令人敬仰。他的著作拨开了多少人在等程律起源问题上“想当然”的思维习惯。

1970年，荷兰学者代伊斯特赫伊斯（E. J. Dijksterhuis）在编辑《西蒙·斯蒂芬：约1600年荷兰的科学》一书中，写下了一篇《导论——斯蒂芬的音乐观》。其中他写道：

李约瑟（Joseph Needham）在他的《中国科学技术史》（*Science and Civilization in China*）第四卷第一分册中提出，十二等程律是“王子朱载堉的贡献”。他提出，在16世纪末，一股巨大的中国信息之流进入了欧洲。他极力主张，朱载堉数学解答的某些思想很可能传到了斯蒂芬的心中。斯蒂芬本人将他《论算术》中的命题45看做是他发现十二等程律方法的源泉，将他的成功归之于荷兰语的美妙的语文能力。他或许不会这么说，他不能承认，中国学者没有荷兰语却能发现这个公式。李约瑟引用朱载堉的书标明1584年，斯蒂芬《论算术》出版于1585年。我们同意李约瑟的这个说法，“发明者的名字比起发明的事实本身并不重要”。至于我们知道的斯蒂芬，我们可以引用李约瑟对朱载堉说的一句褒奖之语同样地对斯蒂芬说：“斯蒂芬本人肯定是第一个给另一个研究者以应得的评价并最后一个争优先权的人。”②

对于这段引文，人们读后有些怀疑。斯蒂芬写于1585年的《论算术》一文，无非证明$\sqrt[12]{2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}$。此时，他只有数学概念，而无任何

① Joseph Needham, *Science and Civilization in China*, Vol. 4, part 1, pp. 212 - 228, Cambridge University Press, 1962. 诸段中译文引自李约瑟著，陆学善、王冰等译：《中国科学技术史》第四卷第一分册，科学出版社，上海古籍出版社，2003，第201—215页。本书所引文中，个别字词有重译、更改。

② E. J. Dijksterhuis, “Introduction, Simon Stevin's Views on Music”, see, *Simon Stevin: Science in the Netherlands around 1600*, The Hague: Martinus Nijhoff, 1970, pp. 415 - 420.

等程律的概念。《论算术》以法语写成,《论歌唱艺术的理论》用荷兰语写成。斯蒂芬自认为,只有荷兰语才能发现等程律。因此,《论算术》可以作为斯蒂芬计算十二等程律的数学基础,但绝不等于他就是完成了十二等程律的计算。某些音乐家、音乐理论家或汉学家,未曾分清这两个概念的实质,以致混淆了我们所讨论的基本问题。

近半个多世纪,斯蒂芬的《论歌唱艺术的理论》创作时间逐日被提前。早先,普遍认为,它完稿于 1605—1608 年间;后来,提前到 1595—1596 年间;代伊斯特赫伊斯无疑将它又提前到 1585 年。显然,这些提前的时间参考物是:1596 年朱载堉为《律吕精义》作序,一些人以为这是中国完成等程律的时间点;1584 年朱载堉为《律学新说》作序。本书 1986 年版就曾据事实断言,朱载堉完成等程律的最晚时间为 1581 年。该年作序的《律历融通》附《音义》中计算数字就是十二等程律;甚至更早,即载堉的父亲厚烷提出了相关想法,而载堉完成了数学计算。

至于以何种语言文字方能有所发明创造,在今日已是不屑一顾的学术问题,在历史上也是如此,除了偏执者之外。

上引文最后一句,只是改动李约瑟文字中一个人名,却显露了代伊斯特赫伊斯儒雅风中的心机。

或许,受到代伊斯特赫伊斯这篇"导论"的影响,五年之后,即 1975 年,德国裔美国音乐理论家库特纳(Fritz A. Kuttner,1903—1991)先生发表了《王子载堉的生平和著作》的长篇大论,其文之副标题是"重新评价朱载堉对等程律理论的贡献"。① 除生平、家世和著作之外,尤详于讨论朱载堉和斯蒂芬二人的数学计算、历史的发展和结论等。

> 在西方的中国音乐史著述中,朱载堉是最常提到的人物之一。但遗憾的是,关于这位活跃在十六世纪末的著名的音乐史家和理论家的事实很少得到准确的介绍。由于他的很多著作迄今尚未出版西

① F. A. Kuttner, "Prince Chu Tsai-Yü's Life and Work, A Re-evaluation of His Contribution to Equal Temperament Theory", *Ethnomusicology*, Vol. XIX, No. 2, 1975, pp. 163 - 201.

方语言的译本，特别由于他的一些成就可能对欧洲某些音乐的发展产生过深远的影响，因此似乎值得对他的生平和著作作些介绍。一些著名的学者往往以通常所谓的"发明等程律"赞扬朱载堉。从人们的观点看来，这个论点如不加上大的限制是不能看作正确的，我们就要讨论这个问题。有的人还带着几分激动的心情强调说：这个王子对音乐理论的贡献标志着"中国两千年来声学实验和研究成就的最高峰"。正如我们在近二十年已经认识到的一样，因为这两千年来的成就在许多方面都是卓越的，因此我们当然对后一种论断的正确性表示怀疑。我认为，如果说朱载堉是他的国家的最重要的音乐史家之一，也许是更为正确的结论。

关于朱载堉的著作和学术问题，库特纳写道：

在西方的著作中，鲁宾逊（Robinson）的关于中国声学的卓越论文为王子载堉的绝对领先地位作了精心论辩，这篇论文的重要章节及其与李约瑟先生的不朽著作相结合而推导出结论的巨大声望，在西方汉学界与音乐学界中，在优先权问题上已经产生了片面之感，这是需要重新评价的。

对任何一项发明的优先权的研究都不能仅仅从年代上考虑，而要回答涉及是否在优先权上有争论的相同发明更是如此。况且，一个负责的结论需要对优先权的竞争者所工作和创造的不同的科学和文化环境之间进行细致的比较，不同环境中的"技艺状态"对我们最终的判断可能起着决定的作用。从年代上说，毫无疑问，王子载堉是第一个在1584年提出了一个九位数十二等程律的各律音高数值，①而斯蒂芬的各律音高和计算方法的叙述较后才问世。但是，朱载堉在1584年没有对等程律作出数学的或理论的解说，严格说来，它是

① 这句话表明库特纳完全没读懂，也未读完任一篇（卷）朱载堉的著作。《律吕精义·内篇》卷一载有等程律各律数中，有25位数，18位数，9位数，8位数。9位数律数见之于该书一页（《律书》第一册十三页之正面），也即该卷《不用三分损益第三》之一页。而该篇篇首关于等程律数学计算方法的文字，库特纳没有读，或读不懂。由此造成他的误断。库特纳以下误断误判的文字，也出于此因。

一种数字演算，何况这王子只指出了部分的演算程序。可是，较后的斯蒂芬把等程律定义为两项之间的等比级数，把半音当做2的第12次方根计算，并把十二律的音高当做第12次方根的12次累乘方。

除鲁宾逊外，迄今所有论述王子载堉的成就的作者，都承认他们不知道朱载堉如何推算出他的九位数的律度数值。

库特纳继续说：

另一种论点却有较多的价值。一个2的12次方根的算解对16世纪末的欧洲或中国的数学家并不是一个特别困难的问题。事实上，一旦认识了等程律中所含的实际上是怎样一个比例量，这个公式就是十分简单的。几部早于斯蒂芬和王子载堉的欧洲理论家的著作已将等程律定义为在1与2数字之间的十一个等比级数结构。① 困难在于这些等比例的算术计算，特别在于得出一个十二次方根。斯蒂芬在他的《算学》中说明了这一问题是如何解决的。因此，人们可以多少有理由说，斯蒂芬在1585年已经提出了等程律的算学公式和它的计算方法。斯蒂芬从他的公式中实际计算出单弦音准的日期——是在1585年还是以后很久——看来无关紧要，方法已定，演算工作不过是技术问题罢了。据此，我们倾向于分给斯特芬部分的和有限的优先权，不是"发明"而是算学定义和一个相关的计算方法的优先权。我们也倾向于认为，斯每芬是在1585年解决的。王子载堉计算出他的第一个单弦音准的日期，则如上所述，应当是1584年。

除了对优先权的日期和环境没有多少结果的研究之外，我们坚信，斯蒂芬和朱载堉毫无疑问是完全各自独立的而不了解地球另一方的工作。他们二者的思想和成果都是首创的，都有权声称他们都是独立地获得了答案。为了有一个对"发明"（不仅是算学定义和计算方法）问题的充分理解，我们必须考虑欧洲和中国在1580年到

① 这句话表明库特纳也不懂西方音乐史。他在此文中不负责任地胡编乱造。应当说，在朱载堉和斯蒂芬之前，中西两方都尚无等程律的理论概念，又何以说起将等程律与一个等比级数相关联呢？

1590 年前后在等程律的理论和实践中存在的情况。

库特纳的结论是：

两个算解都是演算程序，在这点上王子载堉占有领先地位。况且，这两个算解与其说有关音乐声学还不如说是有关应用数学的代数学和算学的程序。这就使那种认为朱载堉的贡献是“中国两千年来声学实验和研究的最高成就”的观点软弱无力。

本文的目的不是怀疑或贬低朱载堉的工作，而是想把某些学者归功于朱载堉的过高荣誉调整到一个较为现实的评价上。朱载堉有充分的权利在乐律史上占有光荣的地位，尽管本文提出一些论证，他的地位仍然是非常巩固的。我们希望，他的解答作为“王子朱的749定律法”不久将广泛地为人们所知。

在中国和欧洲的音乐学中同样还存在着一个重要的课题。抹去在王子载堉平均律成就上存在的虚幻的光环，必将使他的那些不可忽视和低估的音乐史著作得到充分的承认。这些音乐史著作可以说由于过分强调了《律学新说》和《律吕精义》两书而被湮没。我们相信，上面列举的许多著作将最终使朱载堉成为最伟大的中国音乐史家之一。①

以上引文充分表明，库特纳没有读懂甚至完全没有读完朱载堉的任一篇乐律著作；斯蒂芬的《论歌为艺术的理论》一文，他是否认真读过一遍，也未可知。而有关等程律的数学方法，解一个等比级数的数学问题，库特纳也没有足够的相关知识。

库特纳所谓的“王子朱的 749 定律法”，即朱载堉断论的三分损益法。由 2/3 改写成 50/75 或 500/750，将分母减 1，即为 500/749。这种数率虽然倾向于等程律，但绝不能走向等程律。朱载堉曾对此作出严重警告（见本书第三章“不拘隔八”一节中文字），而库特纳用了大量篇幅、偏将此断为朱载堉计算等程律的数学方法，并以此与斯蒂芬的数学计算作

① 库特纳大作的更详之译文，如读者有兴趣，请阅读本书 1986 年版中附录。中译文最早是由中国艺术研究院音乐研究所孟宪福先生译出的。

比较。牛头不对马嘴,有更甚其者乎？真可谓“播下的是龙种,收获的却是跳蚤”。

库特纳撰其论文的一个基本思想是,中国人朱载堉不可能解$\sqrt[12]{2}$,不知道等程律与一个等比级数之关系,不可能对等程律作出理论定义,况且,在朱载堉之后中国的音乐实践或乐器调律都不见用等程律的文字记载。除了最后一点是真实的之外,其余的都是他想当然的结果。

还是引用李约瑟的那句话结束本题:

第一个使等程律数学上公式化的荣誉确实应当归之中国。

随着近30年来对朱载堉及其等程律研究的深入,国内外出版相关著作增多,朱载堉在世界上首创等程律的历史真相日益深入和广泛地被人们所认识。美国北得克萨斯大学音乐学院卓仁祥教授(Prof. Gene J. Cho)于2003年出版《16世纪中西等程律探索》一书①,将朱载堉等程律理论从东向西传播的研究推前一大步,尤为之喜！鉴于阅读中国古代文献和汉语文字之艰难,难免有些西方学者误解或不理解等程律在中国的情况。应将《乐律全书》之精粹,翻译成西文,让更多学者了解中国音乐文化,乃当务之急。

① Gene J. Cho, *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the 16th Century*, The Edwin Mellen Press, 2003.

附　录

一　“郑端清世子赐葬神道碑”注释

王铎所撰碑文是研究朱载堉家世、生平的重要文献。碑文见康熙三十二年(1693)《河内县志》、乾隆五十四年(1789)重修《怀庆府志》、道光五年(1825)《河内县志》。碑文脱衍甚多,文字艰奥。神道碑早已残破少存。此前有陈万鼐先生①、田中华先生分别标点过②。今加注释,重新标点③,以供读者参考。

郑端清世子赐葬神道碑

王　铎

天启甲子[1],余友宗侯翊钛[2]。渡河[3] 诣余曰:“先世子之殁,木蘖[4] 矣。于碑惟吾子图之。”余敬诺。夫世子者,乃郑简王庶第四支东垣端惠王之曾孙,太祖高皇帝九世孙也。仁宗始封少子郑靖王于陕西凤翔,后迁河内[5]。生简王[6],僖王[7]。僖王生康王[8]。康王无子,鲜亲支。第二子早殁[9]。议第三子[10] 盟津王承袭,庶母张夫人怨于王,诬奏魇

① 陈万鼐:《朱载堉研究》,第28—38页。

② 田中华:《神道碑与朱载堉生平考述》,载《中国科技史料》,2004年第4期,第334—344页。

③ 戴念祖:《朱载堉神道碑文注》,载《中国音乐学》,2007年第2期,第55—61页。

事[11]，褫爵[12]。宪宗皇帝廉乃冤，下敕用诫[13]。孝宗皇帝颁玺书[14]，引和疏八上，求仍盟津爵[15]，龁(hé)于礼官[16]，乃寝[17]。是时康王弗嗣[18]，盟津王革[19]。东垣端惠王[20]，僖王第四弟也。端惠王薨，权以其庶弟子祐橰封爵，兹王懿王[21]。生恭王[22]。盟津遗孤祐橏[23]疏奏考冤，世宗皇帝心恻[24]，予之爵[25]。祐椹子厚炜，厚炜子载垒[26]，贫布衣也。恭王生世子，即所谓端清公。世子讳[27]载堉，字伯勤，母妃[28]高氏。生公二年[29]，高氏薨。又一年，己亥[30]世宗锡[31]前嘉名。世子方少，性哲[32]，即喜迍(zhūn)讷[33]。保母张，口授千文。问推位让国曰："今将谁能？"张曰："此古人事。"公[34]曰："尔亦奚骇[35]，我且易焉。"张惶惶急掩其口，曰："事重钜，勿轻言。"然窃目[36]之矣。塾事[37]纪善[38]刘润，时难师，师数引避[39]。性不喜轻訬(chāo)[40]，踖踖(jí)[41]温凊弗懈。恭王则怿[42]。又五年，咏诗。恭王曰："鞠子[43]学诗耶，令咏长至日。"丙午[44]，皇帝曰[45]："郑藩有子，睿而无邮[46]，翰林学士高拱[47]，汝其将朕节[48]，是以为郑世子。"于是说朗英盼[49]，于荣利若弗闻[50]。昵东轩一席[51]，诵盘诰山[52]藏诸书史。而恭王寻有凤阳之黜[53]。初恭王建言[54]，有奸利谗公[55]。阎太妃守公宫。公突丱(guàn)[56]。宗人思，赴于帝，告公代[57]。敕下庐江荣缪(móu)王[58]摄府事[59]。公键闑(niè)[60]，益肆力于玉策鸿宝[61]。年十八，议婚。公曰："否也。吾日惧渊陨[62]，敢知[63]曰余家室。"或以小隙诬奏[64]，令免冠习礼，公不为动。时与关西名僧松谷[65]者，阐于内典[66]。忽一日曰："吾已年壮，嫚嫚[67]受为何？冒死白父[68]。无回可乎？"会[69]世宗崩，穆宗立。诏庸建言[70]。疏上，痛陈进言匪躬附萼[71]之义，十世斯宥[72]。复爵还。继母继妃王氏[73]薨。服阕[74]，钦依笾婚[75]，公乃从之。御轮[76]于何文定公[77]瑭之孙女，则公年三十五也。又九年[78]，祖母郑懿王妃阎氏薨。恭王棐(fěi)孝含荬[79]，暨周[80]，四隅结蚁[81]，公左右之循制焉。其仲[82]弟[83]之侄悼而孤[84]，公育之[85]，代偿金千余。公之语人曰："刘德[86]居腆振馁[87]。不然，昔之天族[88]不地下笑人哉。"囷[89]米数百，粥于不能粥几万指[90]。恭王薨，终厥丧[91]。岁癸巳[92]，年踰艾[93]且八矣。当嗣爵，公踌躇曰："祖以若木[94]分枝，以旁入继，数缴有未眷[95]，鲋(fù)射由井谷[96]，而我何耽耽为[97]。

虽无咎吝[98]，将焉往[99]？矧（shén）[100]有盟津恭懿之曾孙载玺在。季札、子臧[101]，彼何人斯，我且易焉。”沮者[102]日至，公曰不可。疏请让国载玺，承正系也。神宗下礼部[103]，部难之。因条议宗藩开科睦伦[104]，颇见褒纳，则又怏怏于让弗谐也[105]。乃髦[106]，逊于丹水[107]，成室水浒，与二三田畯[108]，灌桑、牧豕，隐居东复卜园[109]。凿池，理花竹，客至，命酒径斟[110]。与佥事邢云路谭[111]星历。慨古乐失传，折衷音律，教习雅、颂、文、武舞。无几，让爵至于七。略曰：“立嗣以嫡，立庶以长。盟津庶且长、辞顺，弗从[112]曰不祥。祖懿王时，盟津在，尚为庶人；父恭王袭封，彼虽已故，犹未复爵；今以复爵，后裔贤。敢汩陈大伦[113]，陨越于下[114]，不敦逊[115]，遁荒[116]，则丕[117]不光于前人。今年薄七十，幽尤抱病，宁窜匿岩穴，终期不负此心而已。”皇帝曰：“宗伯[118]，汝核[119]我宗，老显德行，毋蔽朕志。”礼部尚书李廷机曰：“名利人攸重，辞人攸难[120]。民之相怨一豆肉[121]，犯恶不巽（xūn）[122]。矧曰[123]千乘之国[124]日废，年历多则袭三世。罔有弗诚[125]。世子踵徽于古[126]，惟允祖宗德殖厥高[127]，尚用遂哉[128]。王既立，罔有屈于世子世孙，以佝耇（gǒu）成人[129]。”皇帝曰：“俞。”[130]丙午[131]，越六日[132]，盟津恭懿王曾孙载玺进郑王爵。皇帝念之，遣礼部主事潘士达奖世子暨孙，锡让国高风坊。敕曰：“世子载堉，尔克义是循[133]，固逊王爵[134]，克振纲常[135]，朕心汝康、汝嘉[136]，汝爵原爵[137]，汝禄岁千石[138]。有司羊一[139]，酒一，为诸藩式[140]。尔益永令誉[141]。”当是时，天下无不知郑有世子能让国云。覃怀[142]民欲尸祝[143]公，公怪而拒之曰：“我岂以赤社土[144]招闻也者，为我谢乡人。惊吾志[145]矣。”令仲子翊钛试入泮[146]。公慧悟绝人，俭恬淑均[147]，以杀生为禁，视不义若猛火。采真[148]眥（zì）（𫞩）（miè）[149]，萧萧尘世之外。所著《韵学新说》、《先天图正误》、《律吕正论》、《瑟铭解疏》、《毛诗韵府》、《礼记类编》、《金刚心经注》、《算经》、《秬秠[150]详考》，献《乐律全书》二十卷[151]，神庙可之[152]。岁辛亥[153]四月哉明[154]后疾。子侄请曰：“勿杀生。”距既魄[155]止九日乃薨[156]，年七十有六。神庙闻讣，辍朝去膳。谥之曰：“端清世子”。令有司治丧。壬子，三月二十六日[157]葬九峰山之原。余盱（xū）[158]古史，泰伯[159]、夷齐[160]，后季

札、子臧[161]，阅数千载，四人已。若括戏伯仲[162]，重耳[163]、蒯辄[164]辈，人固无良，其学问则先庳謭(jiǎn)[165]矣。使世子终奉郑藩血食[166]，其丘德承辉[167]，岂出传[168]、易[169]、诗[170]、沛王[171]、楚王[172]下。盖义高心潭[173]、峻轹(lì)千古[174]。其俁俁(yǔ)嗜古一切[175]，尠(xián)视[176]国土佩玉，直作倮虫[177]一小小观耳。于耽虚好静之趣，寂不动也。使知国让斯名传，斯则世子必意迁。意迁则滞[178]，则岂能十三年老于让哉[179]。然国有尽，名无尽，万世后称愿然[180]。曰明有世子，若其较王祚畴为短长[181]，又不待智者辨已。世子妃何氏，先薨；继王氏。子长翊锡，何氏出，授封郑世子，娶申氏[182]，继杜氏[183]。子次翊钛，授某职，娶某氏；女，适廪生[184]孙克肖[185]，俱王氏出。孙若干，能诗礼，庶不落厥闻[186]。铭曰：

□攘竭竭(jiè)[187]，民鲜不诧。

求彼肥遁，吪(è)絷(zhí)[188]于囮(è)[189]。

有美世子，耳滋目覙(luó)[190]。

孝师虎蜼(wèi)[191]，既拯用和。

支子不祭，在庙幂牺[192]。

世子日否，斁(yì)伦[193]斯颇。

亦既让止，而康而番。

害不草草，曷[194]乃心迈。

害淡害忘，乾喉[195]不诃。

公之视国，譬彼蚰(chù)罗[196]。

遹(yù)[197]追齐物，言笑且傞(suō)[198]。

龙悔则遘(gòu)[991]，古旃(zhēn)[200]则多。

我宠世子，电雷无那。

巩革为志，纵适沧波。

宅家产光，格鬼释蝌。

著书用臧[201]，人宗巀(zá)峨[202]。

地下墨胎，以遨以过。

海殚斯枯，石泐厮磨。

稽首硕风，如寿万何。

不肖男翊锡、翊钛[203]

1 甲子：天启四年，1624 年。

2 翊钛：朱载堉次子，世子继妃王氏所生，人尊称其“宗侯”。

3 渡河：过黄河。

4 木薿（nǐ）：林木茂盛。此借喻子孙众多发达。

5 郑靖王瞻埈（？—1466），明仁宗朱高炽庶次子，于永乐二十二年（1424）封郑王，宣德四年（1429）就藩陕西凤翔，正统九年（1444）迁怀庆府河内县（今河南沁阳）。事见《明史》卷一〇三，《诸王世表》。

6 简王：祁锳（？—1495），原文指靖王生简王。

7 僖王：见滋（？—1479），简王嫡长子，但先于简王而卒。

8 康王：祐枔（？—1507），僖王嫡长子。

9 第二子早殁：指简王第二子，僖王之弟早卒。

10 第三子：指简王庶三子，盟津王见濍（？—1491）。

11 魇事：原意为做梦，说梦话。据《明史》卷一一九，《诸王列传》载：见濍母张夫人有宠于简王祁锳，遂企图夺嫡，窃世子金册（族谱）。在张夫人得宠时，简王妃韩氏不为祁锳所礼，王府内遂不和睦。之后祁锳疏告宪宗。宪宗将见濍母子降为庶人。这就是魇事。另据朱载堉《让国正伦疏》载：见濍与其母张夫人不和，时言语相犯，夫人恃宠拨王，王遂诬奏见濍，累及见濍降为庶人，发高墙禁锢。

12 褫爵：剥夺见濍盟津王爵。

13 廉乃冤，下敕用诫：宪宗帝清明廉正，察觉见濍有冤屈。下旨责诫简王祁锳偏听之失。

14 孝宗皇帝颁玺书：孝宗帝劝谕简王相和为美。

15 引和疏八上，求仍盟津爵：简王遵旨，追及前非，遂相和睦。自简王至康王祐枔，曾先舌上八疏，乞复盟津王原爵。

16 龁：咬之意。“龁于礼官”，指礼部官宦据宗藩条例，不同意复盟津王爵。

17 乃寝：才平息、停止下来。“寝”，平息、停止之意。

18 弗嗣：无子。

19 革：革除，即前“褫爵”之意。

20 东垣端惠王：即见濆（？—1503），朱载堉曾祖父。

21　懿王：朱载堉祖父祐檡（？—1521），初袭东垣王，正德四年（1509）袭封郑王，谥曰“懿”。

22　生恭王：指懿王祐檡之子厚烷，谥号“恭”，故曰恭王。其生年为正德十三年（1518）。

23　祐橏：即见濍子。

24　心恻：不忍，怜悯之意。“恻”字，陈万鼐本误为“悯”字。

25　予之爵：复其盟津王爵。但其子孙尚为布衣。

26　载玺的“玺”字，《怀庆府志》误为“玺”。涉此误字之下文，均已改正之。玺、玺，古文通用。然作为皇室亲王之名，不宜改通用字。

27　讳：原意回避。在名前用讳字，是古代对君主、尊辈敬辞，意为不能直呼其名。

28　母妃：载堉之母，王妃高氏的尊称。

29　生公二年：即嘉靖十六年，1537年。

30　己亥：嘉靖十八年，1539年。

31　锡：同“赐”。

32　性哲：聪明有智慧。

33　迟讷：原指迟迟不进。此借喻为“慢条斯理”。

34　此以下文，凡“公”均指朱载堉。

35　尔亦奚骇：你也有惊吓感吗？“奚”，疑问词；“骇”，惊吓或震惊。

36　窃目：偷偷地看。此寓意保姆张氏内心对朱载堉的赞佩。

37　塾事：从事教书。

38　纪善：王府官名，掌讽导礼法，兼教职，正八品。

39　师数引避：多次回避做老师之职。

40　轻訬：轻薄，狡猾。

41　踖踖：恭敬又敏捷的样子。

42　怿：欢喜快乐。

43　鞠子：稚子。

44　丙午：嘉靖二十五年，1546年。

45　曰：陈万鼐本作“因”，似误。

46　邮：过失。

47　高拱（1512—1578），字肃卿，河南新郑人，官至大学士。见《明史》卷二一三

《高拱传》。

48　汝其将朕节:你去替朕办件事。“节”,一件事。

49　说朗英盼:“说朗”,正直解;“英盼”,黑白分明解。“盼”字,《怀庆府志》和田中华本误作“盻(xì)”,系笔误。

50　于荣利若弗闻:对于荣誉和利益之事从不听闻。

51　昵东轩一席:“昵”原作亲热解;“东轩”,有窗的东堂屋。全句意为:整日守在有窗的东堂屋一块地方。陈万鼐本将“昵”(繁体为暱)写为“暇”。

52　盘诰山:或许是郑府内一藏书之地名。或其他,不明。

53　凤阳之黜:黜是革除之意。凤阳之黜,指嘉靖二十九年(1550)郑王厚烷降为庶人,并发往凤阳高墙禁锢事。

54　建言:上皇帝立议,就是给皇帝提建议。恭王朱厚烷于嘉靖二十七年七月辛巳(1548年8月11日)直疏,进四箴和演连珠十章,规劝嘉靖帝废土木、罢斋醮等事。

55　有奸利谗公:“奸利”即私利;“谗公”指对朱厚烷说坏话,或毁谤朱厚烷。这个“公”字,当指朱厚烷。

56　公突丱:载堉久不理发,以致头发长成像儿童束成两角之状,即“突丱。”

57　告公代:报告皇上,请准朱载堉代管府事。《明世宗实录》卷三九二嘉靖三十一年十二月丁巳载,世宗曰:“载堉罪人子,不当用。”

58　庐江荣缪王:即厚烷堂叔朱祐棉。

59　摄府事:代管郑府内事。

60　键阑:“键”是门闩,“阑”是门橛。“键阑”,关上大门,插上门闩。陈万鼐误“阑”为“关”字。

61　玉策鸿宝:指经典的、罕见的图书。

62　日惧渊陨:终日恐惧坠落深渊。

63　敢知:哪里敢……

64　小隙诬奏:以小小的不同意见当成大事诬告并上奏。

65　松谷(1538—1590),名如迁,字大方,松谷乃法号。登封少林寺小山宗师之弟子。朱载堉于嘉靖三十九年(1560)前后向小山宗师和松谷学习佛学。

66　内典:佛教经典。

67　𡡉𡡉:愁闷、痛苦之意。

68　冒死白父:冒死也要为父伸不白之冤。

69　会:不久。

70 诏庸建言:皇帝下诏,问有何主张(意见)奏上。

71 匪躬附萼:躬即弯腰;萼为花萼。四字意为不是弯腰献媚、攀附权贵荣华。

72 十世斯宥:这个宽恕(可铭记)百年千年。“宥”作宽恕、原谅、赦免解。

73 王氏:对朱载堉言是继母妃。王氏卒于隆庆元年(1567)五月。

74 服阕:守丧,三年期满,除孝服,称之服阕。“阕”,终了之意。

75 钦依筮婚:遵照占卜所得的婚姻。“钦”,尊重,敬重:“筮”,占卜。

76 御轮:驾车马。

77 何文定公:即何瑭(1474—1543),卒谥“文定”。

78 又九年:万历七年,1579 年,朱载堉 44 岁。

79 棐孝含奠:披麻戴孝于奠前后。“棐”,原意为辅助,菲薄之意,此借为“穿”字。

80 暨周:办事至周,非常周到。“暨”此作“至、到”解。

81 四隅结蚁:棺椁四周画有花纹。源自《礼记·檀弓》:“蚁结于四隅”。蚁结:棺椁上花纹;四隅:四角、四方。

82 “其仲”:从“又九年”至“其仲”之文字,陈万鼐本句子错乱。当其选用之底本不佳所致。

83 弟:指厚烷继妃王氏所生载壐。

84 悼而孤:悲伤孤独。

85 公育之:朱载堉为之养育。

86 刘德:汉楚元王之孙刘德,字路叔,即刘向(前 77—前 6 年)之父。《汉书·楚元王传》载:“德宽厚,好施生,每行京兆尹事,多所平反罪人,家产过百万,则以振昆弟宾客饮食。”

87 居腆振馁:有丰厚财物,并救济贫困饥饿者。“腆”,丰厚;“馁”,饥饿。

88 天族:皇族。

89 囷:圆形谷仓、粮仓。

90 粥于不能粥几万指:给几万个无饭食者供应饭食。“指”:以手指点着数数。

91 终厥丧:办完其丧事。“厥”:其之意。

92 癸巳:万历二十一年,1593 年。

93 艾:人生五十谓之“艾”。

94 若木:像树木一样。

95 数缴有来眷:多次射鸟而不顾及其他。“缴”:系于箭上的绳子,以便收回箭

镞。事出《孟子·告子下》:“一心以为鸿鹄将至,思援弓缴而射之。”

96 鲋躬由井谷:脱离江河进入谷之鲋鱼,比喻身处困境。此词源自白居易诗《孟夏思渭村旧居寄舍弟》(《长庆集》卷十):“井鲋思返泉,笼莺悔出谷。”

97 何耽耽为:何必将事情看得那么严重。“耽耽”,原意为威严、深邃。

98 咎吝:罪责、耻辱。

99 将焉往:《怀庆府志》作“焉往”;陈万鼐本作“将焉往”;田中华引神道碑残片有“将安往”三字,但不知此三字插入碑文何处。本文校改为“将焉往”。“将焉往”:不知如何办。

100 矧:作“况”、“亦”、“又”解。此处作“又”解。

101 季札、子臧:春秋时吴王寿梦的两个儿子。寿梦欲立季札为王,季札不受,让其兄诸樊,诸樊又让季札,季札让子臧。后,子臧、季札均离而不受,耕于田野。事见《史记·吴太伯世家》或《左传》襄公十四年,二十九年。

102 沮者:劝阻的人。

103 下礼部:下旨到礼部。

104 条议宗藩开科睦伦:指万历二十二年正月甲辰(1594 年 3 月 16 日)载堉上疏,奏请允许宗藩子弟以儒服参加科举考试,中者可任京外职。事见《明神宗实录》卷二六九。以此可缓和宗藩内贫富矛盾,为穷困宗族子弟开士农工商之业。故谓“开科睦伦”。

105 怏怏于让弗谐也:朱载堉疏开科睦伦事,受各方褒奖。可是,这之前一年(万历二十一年,1593)上疏乞正伦序,让出国爵事,礼部不准。载堉于是怏怏不乐,以此为不谐之事。

106 乃髦:指白发之年、老年。“髦”,原指幼儿下垂至眉的短头发。“乃髦”,变成老小孩了。

107 逊于丹水:退避于丹水河边。“逊“,此作退避解。丹水河,流自山西高平县,经沁阳、入沁河。

108 畯:农事耕作。

109 东复卜园:载堉所居乡村宅院之名。“东”是朝向;“复”,繁体“復”,卦名,“震下坤上”为“復”,《易》曰:“復,亨。出入无疾,朋来无咎”。可见,复是通达顺利、无疾无灾之象。朱载堉一生多病、多灾,取“东复”是图吉利。“卜园”也作“卜宅”、“卜宇”,是择地定居的泛称。唐杜甫在其《杜工部草堂诗笺》十八《为农》中言:“卜宅从兹老,为农去国赊。”大概此时朱载堉与杜甫有过类似情感,故将其宅院称为“卜

园”。

110　命酒径斟:请客饮酒,自斟自酌。无侍女在旁服侍。这表示一种身份的变化:先,为王或世子时,餐饮皆有侍者待之。

111　谭:与“谈”通用。

112　弗从:不服从尊卑、贵贱、长幼之伦序。

113　敢汩陈大伦:哪敢乱说伦序大事。“汩”,乱之意。

114　陨越于下:往下坠落。

115　敦逊:纯真辞让。“敦”,纯真:“逊”,辞让(国爵)。

116　遁荒:隐居荒野。

117　丕:大。

118　宗伯:同宗伯父。朱载堉比神宗皇帝大一辈,故神宗帝称其“宗伯”。

119　核:比较、对照。原文繁体为“覈”。

120　名利人攸重,辞人攸难:倒装句,指普通人尤重名利,尤难退却名利。“攸”,原意为所,此与“尤”通用。“辞”,退却,退避,不受之意。

121　一豆肉:一小碟肉。“豆”,古代盛食物器皿。

122　巽:通“逊”,作卑顺、服从(法律)解。

123　矧曰:同注100。

124　千乘之国:有千辆车之强国。

125　罔有弗诫:哪有不吸取教训的。“罔”,副词,作“毋”或“不”解;“诫”字,《怀庆府志》等笔误为“諴”(xián)(和或和谐之意)。今据上下文意思改。

126　踵徽于古:继承先古之美德。“踵”,继其后,跟随;“徽”,善美之意。

127　德殖厥高:道德树立何其高。“殖”,立,树立;“厥”,助词,其、之、乃诸意。

128　尚用遂哉:注重用就是了。“尚”,尊崇,注重;“遂”,就,于是。

129　耇成人:年老有德之人。

130　俞:是。

131　丙午:万历三十四年,1606年。

132　越六日:跨过六天。万历丙午年五月乙酉(1606年6月22日),圣旨下,“载堉恳辞王爵,让国高风,千古载见,朕嘉尚不已。”五月己丑(6月26日),圣旨“册封郑王载玺并妃”。(均见《明神宗实录》卷四二一)从乙酉日至己丑日,时经五天,跨越六天。

133　尔克义是循:你严格遵循道义。

134　固逊王爵:坚持辞退王爵。

135　克振纲常:努力振兴伦理纲常。

136　朕心汝康、汝嘉:我从心里祝福你平安、佳好。

137　汝爵原爵:你的爵位还是原来的世子。

138　汝禄岁千石:你每年禄粮千石。

139　有司羊一:派官送来羊一只。“有司”:官吏。

140　为诸藩式:给各宗藩做个榜样。

141　尔益永令誉:你要永远保持并更加珍惜这荣誉。

142　覃怀:怀庆府地之古名。

143　尸祝:以祭祀仪式表示尊敬。“尸祝”原意为在祭祀中任尸和祝的人。“尸”代表鬼神受享祭的人,“祝”是传告鬼神言辞的人。

144　赤社土:为南方疆吏出守举行的典礼。“赤”,南方。

145　惊吾志:让我惊醒。

146　入泮:科举考试,学童考进县学为生员,称“入泮”。

147　俭恬淑均:俭、恬、淑三种美德皆有。“俭”,勤俭、节俭;“恬”,安静,淡然;“淑”,善良、清澈。

148　采真:顺应自然、任性天真。

149　眥(搣):按摩眼眶、闭目养神以休老。眥,也作“眦”,即眼眶;搣,按摩之意。

150　秬秠:秬和秠都是黑黍之名。因其均匀、圆实,古代乐律“累黍定黄钟”,多采此黍以用。

151　乐律全书二十卷:此卷数不对,《乐律全书》中,有 14 种书,包括乐学、律学、算学、历学四大类书。以不分卷一种书为一卷,则全书计 48 卷。若除去历学类三种(《圣寿万年历》2 卷,《万年历备考》3 卷,《律历融通 4 卷并附《音义》1 卷)共 10 卷外,尚有乐学、律学、算学类著作 38 卷。

152　神庙可之:已故的先贤圣祖均表赞许。

153　辛亥:万历三十九年,1611 年。

154　哉明:西周月相名称,即“哉生明”。农历初三日,月始出,曰“哉生明”。

155　既魄:西周月相名称,即“既生魄”。农历十五为望日,十六为既望日。既望这天,也即是月亮既生魄之时。

156　哉明后疾……距既魄止九日乃薨:即农历初三后生病……距十六止九天逝

世。如此算来,朱载堉卒于初七日。也就是卒于万历三十九年四月初七(1611 年 5 月 18 日)。

157 壬子,三月二十六日:《怀庆府志》原文为"某年某月某日"。田中华据神道碑残片补。本文依田说。壬子(万历四十年)三月二十六日(庚申日),即 1612 年 4 月 26 日。

158 盱:举目张望。

159 泰伯:也作"太伯",周太王长子、吴国始祖。泰伯让国于弟季历,季历子昌,是为周文王。事见《史记・吴太伯世家》。

160 夷齐:伯夷、叔齐兄弟俩之统名,均以让国载入史册。见《史记・伯夷列传》。

161 季札、子臧:同注 101。

162 括戏伯仲:不经意地评说人才高下。"括"字,《怀庆府志》脱,据田中华文补入。"仲"字,《怀庆府志》脱,陈万鼐作"仲"字,田中华作"御"字。本文据陈万鼐补。

163 重耳:春秋时晋文公。事见《史记・晋世家》。

164 蒯辄:春秋时卫出公。事见《史记・卫康叔世家》。

165 庳謭:低下、浅薄。

166 血食:杀牲取血,用以祭祀,故名血食。

167 丘德承辉:留下来的道德文章依然发出光辉。"丘"原指山丘或坟墓。"丘德"喻人走后留在人间的道德精神和文化遗产。

168 传:《左传》。

169 易:《周易》,也称《易经》。

170 诗:《诗经》。

171 沛王:汉高祖刘邦。事见《汉书・高帝纪》。

172 楚王:楚霸王项羽。事见《汉书・陈胜项籍传》。

173 潭:淡。

174 峻轹千古:高大的形象盖过千古。"峻",高大;"轹",车轮碾压过去。

175 其俣俣嗜古一切:爱好古代一切美好的事物。"俣俣",美好、善美之意。《怀庆府志》脱"古"字。陈万鼐"嗜古"二字均脱。田中华据神道碑残片补入"古"字,今照田中华补。

176 尠视:很少看,或不看重之意。"尠"同鲜。

177 倮虫:身无羽毛鳞甲的小虫或动物。

178 意迁则滞:主意改变了,则行动就会拖延。

179 十三年老于让哉:坚持十三年让爵。朱载堉于万历十九年六月戊戌(1591年7月24日)辞管理王府事,万历二十一年十一月己未(1593年12月1日)疏请让国,万历三十四年五月乙酉(1606年6月22日)获神宗帝允准。从万历二十一年至三十四年,整13年。若从疏辞管理府事起,则有15年之久。

180 愿然:《怀庆府志》脱"然"字。陈万鼐本脱"愿然"二字。田中华本"愿然"二字全。今据田中华补入。

181 若其较王祚畴为短长:若将世子与王二者的爵位禄米做高下比较。"祚畴",祚指爵位高低,畴指功过酬劳。"其"字,《怀庆府志》脱;田中华意补为"此"字。本文依上下文句填入。

182 申氏:《怀庆府志》抄录神道碑文写为"某氏"。田中华据神道碑残片补。又《怀庆府志》卷二四《人物·烈女》述及翊锡之申妃事,故本文据补。

183 杜氏:《怀庆府志》抄录神道碑文无"继杜氏"三字。田中华文据神道碑文残片补入,但误为"仕"氏。又《怀庆府志》卷二四《人物·烈女》述及翊锡继妃杜氏事,故本文补正"继杜氏"。

184 廪生:明清两代,在府、州、县学中领取生活费的学生。

185 孙克肖:《怀庆府志》本脱"孙"、"肖"二字。田中华补脱字。本文随田中华文。

186 庶不落厥闻:希望听闻他们不会落下。"庶",副词,表示希望。"厥",作其或他们解。

187 趄趄:壮武貌。此句第一个字脱漏。

188 吪縶:可动的拴绳。吪,作动解;縶,作拴、捆解。

189 囮:捕鸟用的诈物。

190 目覭:眼花。覭:原意委屈,此指眼花,视物如蛇。

191 蜼:长尾猴。

192 幂牺:用巾遮盖宗庙供品。幂,巾布;牺,动物供品。

193 斁伦:窥视伦序。斁,罜之繁文,作伺视、窥探解。

194 曷:何,作何如、怎么解。

195 乾喉:同干喉。

196 蚰罗:丢弃捕鸟之罗网、蚰同"绌",贬斥、废退之意。

197　遹:发语词。如同《诗·大雅·文王有声》:"遹求厥宁,遹观厥成。"

198　傞:醉态。

199　遘:相遇。

200　古旂:古时旗帜。

201　臧:善。

202　巀峨:高峻貌。

203　不肖男翊锡、翊钛:此署名《怀庆府志》无。田中华据神道碑残片文补入,署名后尚有字,但不能辨。本文据田中华补。

二 朱载堉年谱简编

正德戊寅十三年,1518 年

朱载堉父亲厚烷生。[1] 其生年据《明神宗实录》卷二三一载:“万历十九年正月辛酉,郑王厚烷薨……卒年七十三。”由此推知。

嘉靖丁亥六年,1527 年

世宗封道士邵元节(1459—1539)为“真人”。[2,3]

九月庚子(10 月 20 日),“遣新宁伯谭纶等为正使、编修张星等为副使,持节册封郑府懿王祐檡嫡第四子厚烷为郑王。”东垣郡王由厚烷之弟厚炯嗣封。同日,并封东垣王妃。[4]

嘉靖戊子七年,1528 年

几经曲折之后,厚烷母亲阎太妃上奏,乞追封东垣端惠王见濆为郑王。帝准允,改谥曰“定”。[5]

嘉靖庚寅九年,1530 年

八月(8 月 23 日—9 月 21 日)朱厚烷上奏怀庆府产瑞麦、瑞瓜、嘉禾。[6]

嘉靖辛卯十年,1531 年

七月辛巳(9 月 10 日)郑王厚烷献白雀二于朝。[7]

同年，世宗建祈嗣醮于钦天殿。[3]

嘉靖癸巳十二年，1533 年

正月三日（1 月 27 日）朱厚烷 16 岁（虚岁），加封王冠服。怀庆府武陟县人、南京都察院右都御史何瑭（1474—1543）为此作“郑王加冠序”。[8]

正月十五日（2 月 8 日），何瑭又撰《追封郑定王碑铭》，记述厚烷祖父、东垣端惠王见湏于嘉靖七年（1528）追封为郑定王的曲折过程。[5] 从此，朱厚烷与何瑭成为世交。

嘉靖丙申十五年，1536 年，载堉 1 岁

朱载堉生。据《郑端清世子赐葬神道碑》载，载堉于“辛亥（万历三十九年，1611）……乃薨，年七十有六”。由此推知载堉生年。[9]

世宗大兴土木，修金箓醮于立极殿。加封道士邵元节“致一真人”，赐紫衣玉带，于京城西敕建真人府，以校尉 40 人供洒扫，赐庄田 30 顷并免其租税。[2,3]

嘉靖戊戌十七年，1538 年，载堉 3 岁

载堉生母高氏卒。[9]

世宗建金箓大斋于内皇坛。又赐道士张彦頨金冠、玉带、蟒衣、银币等。[2,3]

嘉靖己亥十八年，1539 年，载堉 4 岁

二月乙卯（3 月 6 日），世宗幸承天①，路过河南卫辉府新乡，郑王厚烷迎谒于新乡，并奏母阎太妃贞孝事。获世宗帝恩宠，岁加禄米 300 石。[10]

---

① 嘉靖十年（1531）改安陆州为承天府（《明史 · 世宗本纪》）。安陆，世宗朱厚熜出生地，其父兴献王朱祐杬之国。朱厚熜入京为帝后，遂改名。安陆州或承天府，相当今日湖北钟祥、京山、天门、潜江四县地。

是年，厚烷奏其郑藩境内温县产瑞麟。[6]

是年，赐“载堉”其名。载堉告知保姆，他能推位让国。[9]

是年，邵元节死。帝令厚葬有加，赠谥号，躬亲显灵。道士陶仲文（约1481—1560）入宫，以“符水噀剑，绝宫中妖”等事功，帝深宠异。[2,3]

嘉靖庚子十九年，1540年，载堉5岁

上疾不朝，建宫祈禳三日。[3]

嘉靖癸卯二十二年，1543年，载堉8岁

何瑭卒于该年九月三十日（10月27日）。[11]朱载堉与何瑭“虽未面觌①，而亦幸私淑②焉”。[11]

嘉靖乙巳二十四年，1545年，载堉10岁

帝益求长生、成仙，特建祈年醮朝天宫。天下竞献祥瑞异物。上重箕仙③，有谏止者，下狱。[3]帝修斋醮，诸王争遣使进香，厚烷独不遣。[19]

载堉终日咏诗。[9]十二月己酉（1546年1月22日），册封载堉“郑世子”。[13,14]“十二月己酉”已是大年二十六，次年为丙午年（1546）。过年后，世宗遣翰林学士高拱赴郑藩宣诏。[9]

嘉靖丁未二十六年，1547年，载堉12岁

六月戊申（7月15日），郑王厚烷上疏：“宗室赴京奏事，亦非得已，皆亲郡王规利阻尼。有十岁未名，终身不嫁娶者，宗子日盛，支子日穷。其宗室犯法者，罚所统亲郡王禄米”。[15]对于宗室穷支，因上京呈疏而“犯罪。祖宗定制，纵有大过，亦不加刑。至于各府有箠楚惨酷者，先请敕各府，一体遵守，毋得妄为”[16]。

---

① 面觌：相见。

② 私淑：未能亲受其业，但敬仰其学术并尊其为师。

③ 箕仙：居住在箕宿星座的神仙。箕宿是东方苍龙七宿之一。

嘉靖戊申二十七年,1548 年,载堉 13 岁

六月庚戌(7 月 11 日),周定王朱橚之后、镇国中尉朱勤熨奏劝世宗:"溺意长生,屡修斋醮,兴作频仍"。如此为之,"脱有意外变,臣不知所终"。疏中竟将世宗比之为暴戾之秦始皇和被金兵俘虏的宋徽宗。帝览疏怒,斥勤熨"坐诽谤",并将其降为庶人,幽凤阳。[15,17]

七月辛巳(8 月 11 日),郑王厚烷上疏直谏。劝帝修德讲学。进"居敬"、"穷理"、"克己"、"存诚"四箴,又《演连珠》十章。[18]"以简礼、怠政、饰非、恶谏、神仙、上木为规讽,语词直切。"[19,20]又,郑王不日上进万寿表,表中误称"弟,不称臣"[21]。世宗览奏,怒下手诏:"日者勤熨谤讪,朕姑活之。厚烷敢效尤。彼小竖子耳,尔今西伯①也。诸欲为为之。"[15]将呈送奏疏入京的郑府长史下狱治罪。[19,20]

嘉靖己酉二十八年,1549 年,载堉 14 岁

郑王厚烷出资雕版印刷何瑭著作《柏斋集》十一卷。[22]

嘉靖庚戌二十九年,1550 年,载堉 15 岁

五月癸巳(6 月 14 日),郑简王三支、已革爵的原盟津郡王见濍(此时已卒,子孙为庶人)之子祐橏"求复郡王爵,怨厚烷不为奏,乘帝怒,摭厚烷四十罪,以叛逆告"。[19]告厚烷"招集亡命,私造兵甲,及与妖人宋刚等通谋为不轨"[23]。"奸王(厚烷)跛扈、诅咒、煽惑诸不法事"[20]。厚烷也不示弱,告"祐橏擅称长子,僭系玉带及逼杀良民等事"[23]。世宗遣驸马谢诏等会同其他官吏勘察实情。[20]

九月壬子(10 月 31 日),经过近四个月勘察,"厚烷谋反无验","祐橏纵恶殃民",然厚烷"所创有二仙庙、育才等馆,皆上僭无状"。世宗降诏:"厚烷骄淫、欺慢、不无目亲等罪,降发高墙。仍暴其罪恶于各王府。祐橏等各削罪有差。"[23]实际上,驸马谢诏等出京查勘,明知厚烷谋反无

---

① 西伯:周文王。商末帝纣王命其为西方诸侯之长,专事征伐。世宗以"西伯"喻厚烷,表明世宗心中"郑王"是专事"征伐"或"闹事"的王侯。

验，却将怀庆神农山上一个"二仙庙"和该地一民间"育才馆"诬称为厚烷在王府内所设，因而郑王干犯宗藩条例，"法当首论"。厚烷废为庶人，禁锢凤阳高墙，载堉受牵连而革除世子冠带。[19,24,25]

载堉本当该年选婚，因厚烷革爵禁锢等事而未就。

厚烷随即入高墙，继妃王氏陪牢。[24]这种高墙相当于皇家模范监狱。厚烷在墙内，"惩艾之余"，还能"琴书自适"。甚至撰写了"操缦谱稿"，藏诸箧笥。[27]

十二月癸未（廿四日）（1551 年 1 月 30 日）载堉弟载壐（继母妃王氏所生）册封为德庆王。[15]

同年，封道士陶仲文"恭诚伯"，岁禄千二百石。[2,3]

嘉靖辛亥三十年，1551 年，载堉 16 岁

载堉"筑土室宫门外，席藁独处"。[19]

嘉靖壬子三十一年，1552 年，载堉 17 岁

八月甲寅（初四）（8 月 23 日），"郑府庐江王祐棉献瑞谷，告庙受贺"。[28]

十二月丁巳（初九）（12 月 24 日），"命郑府庐江王祐棉管理府事。祐棉为郑王厚烷之堂叔。厚烷既废，礼部据抚按官议，列上所宜管理府事者：郑世子载堉，繁昌王祐榜及祐棉。上谓：载堉罪人子，不当用。乃持敕予祐棉。祐棉，即前进献谷者也。"[29,9]

嘉靖癸丑三十二年，1553 年，载堉 18 岁

朱载堉拒绝议婚。[9]

嘉靖丙辰三十五年，1556 年，载堉 21 岁

世宗帝为亲父母上道号外，又自号"灵霄上清、统雷元阳、妙一飞玄真君"，后加号"九天弘教、普济生灵、掌阴阳功过、大道思仁、紫极仙翁、一阳真人、元虚玄应、开化伏魔、忠孝帝君"，再号"太上大罗、天仙紫极、

长生圣智、昭灵统元、证应玉虚、总掌五雷大真人、玄都境万寿帝君”。[2,3]

嘉靖庚申三十九年,1560 年,载堉 25 岁

六月十三日(戊申)(7 月 6 日),载堉为其音乐著作《瑟谱》作序,自号狂生,署名山阳酒狂仙客。[30]

该年前后,与登封少林寺小山宗师和僧人松谷(1538—1590)“阐于内典”。[9,31]

同年,道士陶仲文卒。他得宠二十年,位极人臣。[2]

嘉靖壬戌四十一年,1562 年,载堉 27 岁

载堉之弟、德庆王载垫受诏管理府事。[67]

嘉靖乙丑四十四年,1565 年,载堉 30 岁

三月(4 月 1 日—29 日),在登封少林寺作“混元三教九流图”碑刻并撰碑文。玺刻“酒狂仙客”,“三教九流中人”,落款为“寓南赡部洲狂仙书”。[31]“南赡部洲”当是载堉在少林寺住所。”赡部”是寺庙供信众膳宿之地。

《金刚心经注》作于此年前后。

十月(10 月 24 日—11 月 22 日),户部主事海瑞(1514—1587)上疏痛陈,言帝求长生、成仙,滥建斋醮,大兴土木,不视朝政,法纪松弛。黎民百姓传言:“嘉者,家也;靖者,尽也。”帝大怒,令捕海瑞下锦衣卫狱,待处斩。[3,32]

嘉靖丙寅四十五年,1566 年,载堉 31 岁

十二月庚子(1567 年 1 月 23 日),世宗皇帝驾崩。[7] 裕王朱载垕嗣位,是为穆宗。

隆庆丁卯元年,1567 年,载堉 32 岁

年初,海瑞出狱复官职,调兵部。[32]

正月戊辰(2月20日),郑王厚烷复爵还国,岁加禄米四百石。坐同论罪的镇国中尉朱勤熨等人也获释还国。[33]

四月壬子(6月4日),复郑世子载堉冠带。[34]至此,载堉父子经受了整18年夺国爵的心路煎熬。

五月(6月8日—7月5日),载堉继母妃王氏卒。[9]

是年,追削道士陶仲文秩谥,籍没其家产。其子、官至太常卿的陶世恩,以伪制药物罪下狱论死。逮在宫或曾入宫的其余道士,全下狱论死。[2,3]

厚烷指导载堉研究音乐,从事乐律计算,撰写乐律著作。[27,53]

隆庆己巳三年,1569年,载堉34岁

郑王厚烷续娶刘氏。刘氏初无爵位,后来受世子载堉让国之誉的影响,册封王妃。[26]

隆庆庚午四年,1570年,载堉35岁

朱载堉与何瑭之孙女、何谘之妹成婚。四月乙丑(6月1日),册封"何氏为郑府郑世子妃"。[35]

隆庆壬申六年,1572年,载堉37岁

穆宗朱载垕卒。太子朱翊钧嗣位,是为神宗。

万历甲戌二年,1574年,载堉39岁

八月丙寅(9月9日),"郑王厚烷以病奏请药物。赐给琥珀、龙脑、犀角等物"。[36]

十月壬寅(10月15日),钦天监进大统历,传制给赐百官,颁行天下。[37]

万历己卯七年,1579年,载堉44岁

载堉祖母阎太妃卒。[9]

四月丁酉(5 月 17 日),郑王厚烷奏更定家庙,因其规模超过《会典》规定,上未准允。[69]

万历庚辰八年,1580 年,载堉 45 岁

载堉遣人上山采长节竹和黍粒,数量上万,以作累黍定黄钟试验。又自种之,后黍成顷,竹成林。[70]

万历辛巳九年,1581 年,载堉 46 岁

正月吉日(初三)(2 月 6 日),为《律历融通》作序。从朱厚烷隆庆元年返国,指导载堉撰《操缦古乐谱》和《旋宫合乐谱》,迄今已 14 年了。朱载堉完成了乐学、律学、算学等大部分著作。[38,39,27]

十月己未(11 月 24 日),恭王厚烷再度病发,世子载堉亦久病,朝祭行礼不便。厚烷疏请以世孙翊锡代行。[40]本应于是年上进乐律著作,因病拖延。[27]

万历壬午十年,1582 年,载堉 47 岁

五月甲戌(十七日)(6 月 7 日),"郑王厚烷请补修府第银一万八千两。不许"。[41]

万历甲申十二年,1584 年,载堉 49 岁

正月吉日(初三)(2 月 14 日),载堉为《律学新说》作序。并指出,此书初稿本为《律学四物谱》。[42]

万历乙酉十三年,1585 年,载堉 50 岁

载堉长子翊锡之申妃,以贤获选修妇仪。[26]

万历丙戌十四年,1586 年,载堉 51 岁

八月丙寅(9 月 16 日),厚烷疏长史毛似苏罪,请缉拿治问。神宗命抚按从公究问。[43]

万历丁亥十五年,1587 年,载堉 52 岁

四月癸亥(5 月 11 日),"赐郑王厚烷书院曰景贤"。[44]

连年歉收,饥荒席卷河南、山西、陕西等地;三月,开封、怀庆等地又地震;七月,河南又大雨。黄河北,民食草木。[44,45]目睹此状,载堉打开王府内圆仓数百个,赈济上万衣食无着者。[9]

万历戊子十六年,1588 年,载堉 53 岁

载堉之弟、德庆王载壂卒,谥恭惠。[66]

朱载堉"仲弟之侄悼而孤,公育之,代偿金千余"。[9]

万历庚寅十八年,1590 年,载堉 55 岁

二月乙酉(3 月 18 日),礼部奏,请赐郑王旌状,以表彰其忠孝双全、善行表著。[46]

万历辛卯十九年,1591 年,载堉 56 岁

正月辛酉(2 月 17 日),郑王厚烷薨,享年 73 岁①,上辍朝三日与祭葬如例,谥曰"恭"[1]。

六月戊戌(7 月 24 日),"载堉以微恙辞管府事"。礼部复,"世孙代行礼仪,世子卧理无妨。合今钤束宗人,不得再辞"。[47]这可能是载堉为辞国让爵作的一次试探。

万历癸巳二十一年,1593 年,载堉 58 岁

载堉让爵,累疏恳辞。

"岁癸巳,年踰艾且八矣。当嗣爵,公踌躇曰:'祖以若木分枝,以旁人继,数缴有未眷,鲋射由井谷,而我何耽耽为。虽无咎吝,将焉往?矧有盟津恭懿之曾孙载玺在。季札、子臧,彼何人斯,我且易焉。'沮者日至,

① 谈迁的记述与此稍不同,他以为厚烷卒于 71 岁。见谈迁:《国榷》卷七五,万历十九年正月辛酉。本文取文献 1 所记载文字。

公曰不可。疏请让国载玺，承正系也。神宗下礼部，部难之。”[9]

十一月己未（12月1日），“先是郑世子载堉自以郑简王第四支不宜越三支进封，累疏让爵。至是，又用祧议力辞，推长支载玺。”礼部议：“成宪难易，如世子坚子臧之节。听以世子号终，封其子翊锡以继其统。下该抚按议。”[48,49]

载堉曰：“郑宗之序，盟津为长。前王见懣既锡谥复爵矣，爵宜归盟津。”后累疏恳辞。[19]

万历甲午二十二年，1594年，载堉59岁

载堉疏，请准允宗室子弟以儒服应科举，中者视才品任官职。“条议宗藩开科睦伦，颇见褒纳”。[9]

正月甲辰（3月16日）“郑世子载堉条奏七事”，上疏宗室子弟入学应试。“上令即行各藩，大破拘挛，从公用舍，以称朝廷激励贤宗之意。”[50]

《西国闻见录》载：“世子疏请宗王得令儒服就试，毋论京外职，入式者视才品器使。”[51]

万历乙未二十三年，1595年，载堉60岁

六月十九（庚申）日（7月25日），上进历书奏疏和上进表文。所上《历书》包括“昔年所撰《律历融通》四卷附《音义》一卷，近年新撰《圣寿万年历》二卷，《万年历备考》三卷。”此三书皆为手稿本。并指出“自万历九年以来七、八、十年间”，“大统与授时二历相较，考古则气差三日，推今则时差九刻”，要求修正大统历。[12]

时与河北道佥事邢云路“谭（谈）星历”[9]。邢云路闻悉载堉进历书，即书简于载堉，“求余（载堉）历书全稿。余以全稿呈览、兼请教益。俄而公（云路）出巡，至敝邑。政务余暇，与余面讲古今历事。夜深忘倦，乃摘历中紧要处问难焉。余以灯下，步算以答，咸蒙印可。公携余手，散步中庭，仰窥玄象”。[52]

八月（9月4日—10月2日），怀庆府抄都察院巡按河南陆仟陆佰玖拾壹號勘答，知会天下王府进献书籍于国史馆，以修大明正史事。悉此，

朱载堉检阅书笥,"虑恐誊写舛误,就令画图刊版"。[27]从此开始,直到万历三十四年(1606),才完成《乐律全书》的雕版、印刷、装帧事。其间11年整。

九月十九日(10月21日),礼部尚书范谦为朱载堉进历书请上"赐敕奖谕"。九月二十三日(10月25日)御批:"是。为郑世子着写敕奖谕,钦此。"同时,令郑世子呈送《历书》副本,以发钦天监"磨算施行"。十月二十八日(11月29日),河南等处承布政使司劄,准礼部照会郑世子呈送《历书》副本。十一月二十日(12月20日),郑府长史司"差小旗刘梯解送"《历书》誊写本十卷至京,左右长史并书奏礼部。[12]

万历丙申二十四年,1596年,载堉61岁

正月朔日(1月29日),载堉为《律吕精义》作序。序中指出,"《律吕精义》乃臣父之遗志、而臣愚所述也","皆赖臣父所诲,岂敢忘父之志"。"兹奉明诏,征取律书,仅将旧稿删润以献"。[53]

十二月辛巳(十九日)(1597年2月5日),邢云路奏大统历差错,请修大统历:"河南佥事邢云路奏大统差错,乞赐改正。大统推今年冬至在申正一刻,而臣测在未正一刻;臣测立春在乙巳,而大统推在丙午;臣测夏至在壬辰,而大统推癸巳;臣测立冬在己酉,而大统推庚戌。"[54]朱载堉从地方牒文中抄录了邢云路奏疏,并将其附于《乐律全书》内。[12]邢云路奏本中,隐瞒了去年曾与朱载堉讨论过历法的事情。

为应对朱载堉、邢云路奏疏,十二月二十三日(1597年2月9日),刑科给事中李应策奏修正历事,建议"邢云路即以原官暂署钦天监,俾相资订正"历法。[12]

万历丁酉二十五年,1597年,载堉62岁

正月乙卯二十四日(3月11日),钦天监监正张应候奏修历事。虽不敢责备郑世子载堉,却对邢云路奏本议论道,"臣等不胜骇异",邢云路"遵何家之法而轻信何人妄议者",邢云路"惑世诬民,变乱成法,是谁之过欤","使众外臣民汹汹不安,纷纷议起,邢云路是诚何心矣。"[12]显然,有

些文词含沙射影地指向朱载堉。

接着，礼部尚书范谦奏本。该奏缓和了李应策与张应候之间对立观点，主张“保举精通天文历法者”，“同心共事，协力推验”。[12]

一场激烈的历法之争在宫内暂告一段落。

约是年10月，时在南京的利玛窦(Matteo Ricci,1552—1610,1582年来华)读到朝廷为朱、邢改历疏而争论之事奏，遂急书报告罗马教廷。言及“郑世子(Cemsceze)于1595年10月向礼部进呈历书的同时，提出了如下意见：‘新近闻悉，历法已经出现差误并且需要修订’。”又一书信说：“其时，郑世子载堉(Cemsceze Zaeiu)和邢云路二人已经讨论了明代历法出现的差误，但他们二人中任何一个人都没有足够的科学知识去修订它。”[55]这些书信的要旨在于请求罗马教廷速派懂天文历法之教士赴中国，以便在中国传教之利。其后不久，西班牙耶稣会士庞迪我(Didacus de Pantoja,1571—1618)于万历二十七年(1599)来华，意大利耶稣会士熊三拔(Sabbathinus de Ursis,1575—1620)于万历三十四年(1606)来华。他们俩最早参与明朝修订历法事。朱载堉上历疏打开了中西合作研究天文历法的大门。

万历癸卯三十一年，1603年，载堉68岁

八月丙戌初三日(9月7日)，《算学新说》雕版完毕。“万历叁拾壹年捌月初叁日刻完”，这一行字刻在《算学新说》之末页，[56]既表明该书已刻完，也表明这套《乐律全书》至此全部刻完。此后工作是印刷、装帧了。

万历乙巳三十三年，1605年，载堉70岁

从万历十九年至今，朱载堉在15年内先后七疏让爵，终获神宗允准。

十一月癸巳(1606年1月1日)，《明神宗实录》写道：

“郑世子载堉言：‘臣自万历十九年至今十五年间，凡七疏，乞正伦序。蒙礼部复议，今臣以世子本爵终身，以成臣志，臣男翊锡代臣管理府事，以继亲藩之统。此所谓朝四暮三。虽以悦臣，未见其成臣也。‘庶子袭封，不许越次’。乃皇上钦颁要例之语。皇上重万世之纲常，以有此

书。臣愚禀皇上之宪章，以有此举。令臣男继统，则伦序安在？臣今年七十，衰弱之人，死在旦夕，亦抱遗憾于地下。乞令载玺袭盟津王，代臣管理府事，总继亲藩之统，臣及臣男悉照庶子袭封例，从公改正，以成臣志。’该礼部复议：得见濍之以诬，枉废也。生既蒙孝宗之矜释，死又蒙世庙之册印。见濍之爵既复，则见濍之子孙宜袭。而载堉以见濍弟见滨之曾孙而袭其封，于序未顺、于义未安，此所以久逊不袭，必欲改而归之载玺也。顾废置业已多年，承袭又经三世。载玺既相安于无竞，载堉可居之而不疑。而乃累辞固让，老而弥坚，不私其身，不顾其子，直欲与泰伯、夷齐、季札、子臧之流后先媲节。此殆祖宗积德累仁之所孕毓，皇上孝友亲睦之所感动。宗藩之中，有贤如此，安可不成其志，遂其高哉。查载堉曾祖见滨，成化十年封东垣王。至正德四年，见濍诬废、见滨薨逝，见滨子祐橏始于侄进封。郑王祐橏子厚烷封袭郑王，而东垣郡爵以祐橏庶一子厚炯承封。厚炯子载墩、载墩子翊铠递袭。然考其世系，则东垣乃见滨原封，而其孙载堉本支之爵也。若亲王改还载玺，则东垣当改还载堉，而翊铠之子仍应另封一郡。特载堉父子既受世子、世孙之封，无降封郡爵之义。合无令载堉仍以世子、其子翊锡仍以世孙、翊铠仍以东垣王各终身。俟翊锡身后，其子袭封东垣王以接见滨之统。翊铠身后，其子另封一郡以接厚炯之统。若载堉所奏，欲载玺先袭盟津王代管府事，日后总继王爵，则臣以为不如截然一举而改正之，以省转折之烦。但载玺即已袭王，不宜责世子世孙。以常礼况，载堉年高德昭，博物洽闻，草履布袍，萧然尘外。载玺当以夷齐之尊事之。而载堉得及此尚在之年，遂其求仁得仁之。欲是，亦昭代天潢一胜事，千秋万代一美谈，可以丹青治化、照耀简编者也。查世子世孙例不支禄，若载堉父子合无给予郡王之禄，以示优贤之义，仍赐敕褒嘉、树坊、表宅，俾天下宗藩以及缙绅士庶有所观感而兴仁让，且以愧忮、戒躁、竞隐、忍贪昧之徒制。上曰可。”[57]

载堉“让爵至于七。略曰：‘立嗣以嫡，立庶以长。盟津庶且长、辞顺，弗从曰不祥。祖懿王时，盟津在，尚为庶人；父恭王袭封，彼虽已故，犹未复爵；今已复爵，后裔贤。敢汩陈大伦，陨越于下，不敦逊，遁荒，则丕不光于前人。今年薄七十，幽尤抱病，宁窜匿岩穴，终期不负此心而已。’皇

帝曰：'宗伯，汝核我宗，老显德行，毋蔽朕志。'礼部尚书李廷机曰：'名利人攸重，辞人攸难。民之相怨一豆肉，犯恶不巽。矧曰千乘之国日废，年历多则袭三世。罔有弗诫。世子踵徽于古，惟允祖宗德殖厥高，尚用遂哉。王既立，罔有屈于世子世孙，以侮耇成人。'皇帝曰：'俞。'"[9]

在这第七疏奏上之前，朱载堉已移居城外乡村，过着与世无争的自由自在之日。

"端清世子让国，自称道人，造精舍怀庆郭外居之。每出，坐竹兜，四人舁之。"[58]

"乃髦，逊于丹水，成室水浒，与二三田畯，灌桑、牧豕，隐居东复卜园。凿池，理花竹，客至，命酒径斟。"[9]

万历丙午三十四年，1606 年，载堉 71 岁

五月乙酉(6 月 22 日)，因载堉让爵危及同族利益，常滏奏载堉"大奸"事，礼部严词驳斥：

"先是，郑世子载堉让归载玺祖爵，诏褒嘉允，从复其本爵东垣郡王。至是，东垣王子常滏意不肯让，东垣乃上疏，诋载堉为大奸，冀行更正。礼部侍郎李廷机驳卷略云：'载堉求仁得仁，前旨处分曲当。常滏此疏，其妄有六：彼称见濍三世罪废庶人，不知见濍先以妾母谗谮废禁，奉诏湔释，追封赐谥，则俨然王矣。宁复称庶人乎？妄一；载堉自万历十九年(1591)上疏，寂无言者，乃经十五年、七疏，奉旨后，忽有此举，妄二；翊铠非常滏父乎？父出保结而其子以为非出父意，妄三；不言于父在之日，而言于父方没之后，妄四；郑藩诸王诸宗皆以为然，而常滏一人独以为否，妄五；载堉清修苦修，薄海共知，而常滏诬夷为跖，妄六。常滏徒以东垣议还而彼另起郡名，如新造之邦，他日请封，不无厚费；又东垣所有府第宅田，随东垣以去，则徒拥虚器为皇室耳。臣等以为载玺无国而有国，即拨分府中赀，则以子常滏在，载玺必无所吝。臣又审知，载堉俭而易足，即东垣所有，愿尽让常滏，如此亦何于常滏哉。'疏上，奉旨：'载堉恳辞王爵，让国高风，千古载见，朕嘉尚不已。业有旨赐敕建坊，彰天潢之美。乃常滏挟私逞臆，不畏公论如此，念以宗亲，姑不究。着遵前旨行，其常滏府第庄田

等项，待另起郡名之日，载玺会同载堉通融议处，使之得所可也。'"[59]

神宗赐敕建坊。敕曰：

"世子载堉，尔克义是循，固逊王爵，克振纲常，朕心汝康、汝嘉，汝爵原爵，汝禄岁千石。有司羊一，酒一，为诸藩式。尔益永令誉。"

此敕在地方志中有详细记录：

"尔能非道不处，惟义是循，固逊王爵，至勤屡疏，敦复伦序，克振纲常，朕心喜悦。兹特敕旌奖，给禄建坊，以示优贤之义。仍令有司办送彩、币、羊、酒，以为诸藩矜式。尔宜益懋素修，以令永誉，钦哉故敕。"[60]

敕建高风玉音坊图见《乐律全书》。[61]

五月己丑(6 月 26 日)，"命武安侯郑惟孝、礼科给事中曾六德册封郑王载玺并妃"。[59]

"遣礼部主事潘士达奖世子暨孙，锡让国高风坊。""当是时，天下无不知郑有世子能让国云。覃怀民欲尸祝公(载堉)，公怪而拒之曰：'我岂以赤社土招闻也者，为我谢乡人。惊吾志矣。'"[9]

七月初九日(8 月 12 日)，《乐律全书》印刷、装帧完毕。从雕刻是书之日起，迄今已 11 年。于当天，撰写"进律书奏疏"。[27]同时，差右长史李德进京呈献《律吕精义》、《律学新说》和《乐舞全谱》三种书。八月初四日(9 月 5 日)李德抵京，赴鸿胪寺交进。初九日(9 月 10 日)圣旨下："览奏。具见留心乐律，深可嘉尚。"上进四部律书：一部送礼部，一部送国子监，一部送翰林院，一部送文渊阁。[27]

万历丁未三十五年，1607 年，载堉 72 岁

正月初三日(1 月 30 日)，朱载堉将自制乐器和《乐律全书》呈送郑王载玺。[27]

万历庚戌三十八年，1610 年，载堉 75 岁

邢云路致仕归里，途经怀庆，二次与阔别十余载的朱载堉见面。恰值仲春(农历二月，即 2 月 23 日—3 月 24 日)雨雪，邢为赶路而未多停留。邢归里后，立即将其著作《古今律历考》寄给朱载堉，并请载堉为之作

序。[52]清明节(4 月 4 日),载堉《古今律历考序》放笔。后,特又撰写《律吕正论》一书,"著此书以答(邢云路),聊伸投桃报李之意"。并在该书序中称:"盖公(邢)与予(朱),虽非同门之朋,实乃同志之友。"[62]

闰三月初十(5 月 2 日),《嘉量算经》上卷完稿。该书下卷末写道:

"余著《乐律全书》,八音备矣。此篇①惟用一人吹律,一人弹琴,一人击缶而歌。余也自歌,互相倡和,而乐在其中矣……曷若一琴、一缶、一吹、一歌,足以自乐? 呜呼,此趣惟达者能知之。"[63]

朱载堉又自述道:

"万历庚戌,余年七十五。自三月至七月,信手握笔著此三书,以成一家之言。其一曰《律吕正论》;其二曰《嘉量算经》;其三曰《圆方图解》,皆乐律书所未载者也。"[64]

万历辛亥三十九年,1611 年,载堉 76 岁,卒

四月初七日(5 月 18 日),朱载堉卒。"神庙闻讣,辍朝去龠",朝廷"令有司治丧"。[9]

十二月庚午(1612 年 1 月 7 日),礼部奏议:修复观象台、增添仪器、访求精通历学之人,如徐光启、李之藻,西洋入华者庞迪我、熊三拔等,共译西洋历书和测度之学。圣旨:留中。[65]此为继朱载堉、邢云路上历疏之后,崇祯历局开局的最早舆论。

十二月己卯(1612 年 1 月 16 日),赐朱载堉谥端清。[65]

万历壬子四十年,1612 年

三月二十六日(4 月 26 日),载堉葬九峰山之原。[9]其葬地距其"东复卜园"约为 200 米远,亦即距今沁阳市 30 余里的九峰山下张坡村内。

① 《嘉量算经》卷下。该篇不在于"算",而是教人如何练习弹琴,所谓"操缦"是也。篇中记录了朱载堉自己谱写的《南风》一曲。所谓"此篇"实指《南风》曲。

天启甲子四年,1624 年

载堉次子翊钛请书法家王铎撰“郑端清世子赐葬神道碑”碑文。[9]

崇祯戊辰元年,1628 年

郑世孙翊锡继妻杜氏册封世孙继妃。[26]

崇祯乙亥八年,1635 年

东垣王由彬(奏载堉让爵为大奸的常濇之子)卒,翊钛嫡长子常浩袭封东垣郡王。[66]

崇祯甲申十七年,1644 年

朱载堉之孙、翊锡之子寿平王兄弟 5 人死于甲申之难。

“郑端清世子……精邵康节之学,宫中有一柜,手自缄镉,每岁辄益一封,遗令遇急乃开。及其孙寿平王值河北流寇之乱,发柜得破布衫五,一阔大四稍窄小。王躯干甚伟,其弟四人则短小也。遂衣而逃。某年乱定,归王府。一旧人忽遇端清于山中,云‘传语诸孙,当速去,故里不可居也。’寿平兄弟以为妄,不听,未几及难。”[58]

载堉“生时以秘箧贻子孙,云俟有急难启视。甲申,闯寇遣伪制将军刘方亮陷(怀庆府)郡城,五孙开箧,有‘借问将军谁姓刘’之句,盖前知云。”[68]

附年谱参考文献

1 《明神宗实录》卷二三一,万历十九年正月辛酉。

2 《明史》卷三〇七,《佞倖传》。

3 谷应泰:《明史纪事本末》卷五二,《世宗崇道教》。

4 《明世宗实录》卷八〇,嘉靖六年九月庚子。

5 陈子龙等辑:《明经世文编》卷一四四,《何柏斋先生文集》卷一,《追封郑定王碑铭》。

6 沈德符:《万历野获编》卷四,《郑王直谏》。

7 《明史》卷一七、一八,《世宗本纪》。

8 何瑭:《柏斋集》卷二,《郑王加冠序》。

9 王铎撰:《郑端清世子赐葬神道碑》,载乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷三一,《艺文·碑铭》(2004年沁阳市地方史志编纂委员会影印本)。

10 文献7记嘉靖十八年"二月乙卯,幸承天";"世宗幸承天,厚烷迎谒新乡"等事。见《明史》卷一一九,《诸王传四》;龙文彬纂:《明会要》卷四,《杂录》。

11 马理:《何文定公神道碑》,载乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷三一,《艺文·碑铭》(2004年沁阳市地方史志编纂委员会影印本)。

12 朱载堉:《进历书奏疏》并抄其余四疏,载《乐律全书》。

13 《明世宗实录》卷三〇六,嘉靖二十四年十二月己酉。

14 谈迁:《国榷》卷五八,嘉靖二十四年十二月己酉。

15 谈迁:《国榷》卷五九,嘉靖二十六年六月戊申;二十七年六月庚戌,七月辛巳;二十九年十二月癸未。

16 《明世宗实录》卷三二四,嘉靖二十六年六月戊申。

17 《明史》卷一一六,《诸王传一》。

18 《明神宗实录》卷三三八,嘉靖二十七年七月辛巳。

19 《明史》卷一一九,《诸王传四》。

20 张萱:《西园闻见录》卷二。

21 沈德符:《万历野获编》卷四,《郑世子让国》。

22 永瑢等撰:《四库全书总目》,《柏斋集提要》。

23 《明世宗实录》卷三六五,嘉靖二十九年九月壬子。

24 夏燮:《明通鉴》卷五九,嘉靖二十九年九月壬子。

25 《大明会典》卷五七,《王国礼·过犯》。

26 乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷二四,《人物·烈女》(2004年沁阳市地方史志编纂委员会影印本);卷二四,第17页。

27 朱载堉:《进律书奏疏》,载《乐律全书》。

28 谈迁:《国榷》卷六〇,嘉靖三十一年八月甲寅。

29 《明世宗实录》卷三九二,嘉靖三十一年十二月丁巳。

30 朱载堉:《瑟谱》,1927年影印汲古阁藏明毛子晋转抄本。

31 登封少林寺珍藏朱载堉"混元三教九流图"图书碑。也见,齐天昌:《想起纪念朱载堉事》,载《沁园春》(沁阳市新闻工作者协会等单位主办),2006年第2期,第

8页。

32 《明史》卷二二六,《海瑞传》。

33 《明穆宗实录》卷二,隆庆元年正月戊辰。

34 《明穆宗实录》卷七,隆庆元年四月壬子。

35 《明穆宗实录》卷四四,隆庆四年四月乙丑。

36 《明神宗实录》卷二八,万历二年八月丙寅。

37 《明神宗实录》卷三〇,万历二年十月壬寅。

38 朱载堉:《律历融通·序》,载《乐律全书》。

39 朱载堉:《律历融通附音义》,载《乐律全书》。

40 《明神宗实录》卷一一七,万历九年十月己未。

41 《明神宗实录》卷一二四,万历十年五月甲戌。

42 朱载堉:《律学四物谱·序》,载《乐律全书》。

43 《明神宗实录》卷一七七,万历十四年八月丙寅。

44 谈迁:《国榷》卷七四,万历十五年四月癸亥。

45 《明史》卷三〇,《五行志三·年饥》。

46 《明神宗实录》卷二二〇,万历十八年二月乙酉。

47 《明神宗实录》卷二三七,万历十九年六月戊戌。

48 《明神宗实录》卷二六六,万历二十一年十一月己未。

49 谈迁:《国榷》卷七六,万历二十一年十一月己未。

50 《明神宗实录》卷二六九,万历二十二年正月甲辰。

51 张萱:《西园闻见录》卷二。

52 朱载堉:《古今律历考·序》,载《律吕正论》(此"序"仅在《续四库全书》的《律吕正论》本中)。

53 朱载堉:《律吕精义·序》,载《乐律全书》。

54 《明神宗实录》卷三〇五,万历二十四年十二月辛巳。

55 Pasquale M. D'Elia ed., *Fonti Ricciane*, Vol. Ⅱ, p. 8, note 5; p. 286, note 3. From Gene J. Cho, *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the 16th Century*, The Edwin Mellen Press, 2003, p. 216, p. 275 note 71.

56 朱载堉:《算学新说》,载《乐律全书》。

57 《明神宗实录》卷四一五,万历三十三年十一月癸巳。

58 王士祯:《池北偶谈》卷二五,《郑端清世子》。

59 《明神宗实录》卷四二一,万历三十四年五月乙酉,己丑。

60 乾隆五十四年重修《怀庆府志》卷二九,《艺文·制诏》。

61 戴念祖主编:《中国科学技术典籍通汇·物理卷》,第二册,河南教育出版社,1995。

62 朱载堉:《律吕正论·序》,上海古籍出版社,《续修四库全书》本。

63 朱载堉:《嘉量算经》,《续修四库全书》本。

64 朱载堉:《圆方图解》卷终语,见《续修四库全书》,朱载堉《古周髀算经》本。

65 《明神宗实录》卷四九〇,万历三十九年十二月庚午,己卯。

66 《明史》卷一〇三,《诸王世表四》。

67 顺治十七年修《河南通志》卷十,《封建》。

68 康熙三十四年修《河南通志》卷二六,《人物》。

69 谈迁:《国榷》卷七〇,万历七年四月丁酉。

70 朱载堉:《律吕正论》卷一,《黍竹二山说上》,《续修四库全书》本。

三　参考文献

（按作者姓名拼音顺序排列。先著作，后文章；先中文，后外文；无作者之文献，如实录，排著作之后。）

班固撰、颜师古注：《汉书》，中华书局标点本，1983。

蔡元定：《律吕新书》，《四库全书》本，台湾商务印书馆影印。

陈澧：《声律通考》，《续修四库全书》本，上海古籍出版社影印。

陈美东：《中国科学技术史·天文学卷》，科学出版社，2003。

陈万鼐：《朱载堉研究》，台北故宫博物院，1992。

陈景润：《初等数论》，科学出版社，1978。

崔宪：《曾侯乙编钟钟铭校释及其律学研究》，人民音乐出版社，1997。

戴念祖：《中国声学史》，河北教育出版社，1994。

戴念祖：《中国物理学史大系·声学史》，湖南教育出版社，2001。

戴念祖：《中国物理学史大系·古代物理学史》，湖南教育出版社，2002。

戴念祖：《中国科学技术史·物理学卷》，科学出版社，2001。

戴念祖：《朱载堉——明代的科学和艺术巨星》，人民出版社，1986。

戴念祖主编：《中国科学技术典籍通汇·物理卷》，河南教育出版社，1995。

杜景丽:《乐圣朱载堉》,中州古籍出版社,2006。

杜石然主编:《中国古代科学家传记》,科学出版社,1993。

范晔撰、李贤等注:《后汉书》,中华书局标点本,1982。

范泰恒:《燕川集》,"四库全书存目丛书补编",第10册,齐鲁书社。

范照藜:《勾漏山房诗》(怀怀诗),1992年10月沁阳市文物管理委员会印清嘉庆年间河内刻本。

方豪:《方豪文录》,北平上智编译馆,1948。

方以智:《物理小识》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

房玄龄等撰:《晋书》,中华书局标点本,1982。

费赖之(A. A. Pfister)撰,冯承钧译:《入华耶稣会士列传》,长沙商务印书馆,1938。

谷应泰:《明史纪事本末》,中华书局,1977。

国家计量总局主编:《中国古代度量衡图录》,文物出版社,1981。

韩邦奇:《苑洛志乐》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

何瑭:《柏斋集》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

何瑭:《何柏斋先生文集》,载陈子龙等辑:《明经世文编》,中华书局,1962。

黄翔鹏:《溯流探源——中国传统音乐研究》,人民音乐出版社,1993。

江永:《律吕阐微》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

焦竑:《国朝献徵录》,台湾学生书局,1965。

康熙御制:《律吕正义》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

郎瑛:《七修类稿》,中华书局,1959。

雷礼等辑:《皇明大政记》,"四库全书存目丛书",史部第8册,齐鲁书社,1996。

李纯一:《先秦音乐史》,人民音乐出版社,1994。

李东阳等纂,申时行重修:《大明会典》,台北文海出版社,1985。

李俨:《中算史论丛》(第三集),科学出版社,1955。

李约瑟著,陆学善等译:《中国科学技术史》第四卷第一分册,科学出

版社,2003。

利玛窦、金尼阁著,何高济等译,何兆武校:《利玛窦中国札记》,中华书局,1983。

刘安撰,高诱注:《淮南子》,“诸子集成”,中华书局,1954。

龙文彬:《明会要》,中华书局,1956。

陆机:《陆士衡集·杂著》,“丛书集成初编”本。

路工编:《明代歌曲选》,上海古典文学出版社,1956。

梅文鼎:《积学堂文钞》,“四库全书存目丛书”本,集部第263册,齐鲁书社,1996。

缪天瑞:《律学》,人民音乐出版社,1983。

牟复礼、崔瑞德编,张书生等译:《剑桥中国明代史》,中国社会科学出版社,1992。

欧阳修、宋祁:《新唐书》,中华书局标点本,1975。

潘鼐、向英:《郭守敬》,上海人民出版社,1980。

裴化行著,管震湖译:《利玛窦神父传》,商务印书馆,1998。

齐林斯基(Siegfried Zielinski)著,荣震华译:《媒体考古学》,商务印书馆,2006。

钱宝琮:《中国数学史》,科学出版社,1964。

钱宝琮:《钱宝琮科学史论文选集》,科学出版社,1983。

钱塘:《律吕古义》,《续修四库全书》本,上海古籍出版社。

乾隆敕撰:《律吕正义·后编》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

丘光明:《中国物理学史大系·计量史》,湖南教育出版社,2002。

阮逸、胡瑗:《皇祐新乐图记》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

阮元:《畴人传》(国学基本丛书),上海商务印书馆,1935。

沈德符:《万历野获编》,中华书局,1959。

沈括:《梦溪笔谈》(古书丛刊),番禺陶敦复、陶福祥等校订,古书流通处影印本,约20世纪20年代。

沈约:《宋书》,中华书局标点本,1983。

史玄:《旧京遗事》,北京古籍出版社,1986。

司马迁:《史记》,中华书局标点本,1982。

宋濂等撰:《元史》,中华书局标点本,1976。

谈迁:《国榷》,古籍出版社,1958。

田易等纂,唐执玉等监修:《畿辅通志》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

脱脱等撰:《元史》,中华书局标点本,1977。

王光祈:《东西乐制之研究》,上海中华书局,1928。

王光祈:《王光祈文集》(音乐卷),巴蜀书社,1992。

王世贞:《弇山堂别集》,中华书局,1985。

王士祯:《池北偶谈》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

王坦:《琴旨》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

魏收:《魏书》,中华书局标点本,1974。

魏徵、令狐德棻:《隋书》,中华书局标点本,1982。

吴承洛:《中国度量衡史》,上海商务印书馆,1937。

吴南薰:《律学会通》,科学出版社,1964。

吴伟业:《梅村家藏稿》,"四部丛刊"本。

吴慰祖校订:《四库采进书目》,商务印书馆,1960。

夏燮:《明通鉴》,中华书局,1959。

向熹:《诗经词典》,四川人民出版社,1986。

邢云路:《古今律历考》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

徐学谟:《世庙识余录》,《续修四库全书》本,上海古籍出版社。

薛居正等撰:《旧五代史》,中华书局标点本,1976。

薛宗明:《中国音乐史·乐谱篇》,台湾商务印书馆,1983。

严讷等奏修:《宗藩条例》,"北京图书馆古籍珍本丛书"本,书目文献出版社(无出版年份)。

杨荫浏:《中国音乐史纲》,上海万叶书店,1952。

杨荫浏:《中国古代音乐史稿》,人民音乐出版社,1981。

应伪谦:《古乐书》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

永瑢等撰:《四库全书总目》,中华书局,1965。

张廷玉等撰:《明史》,中华书局标点本,1974。

张萱:《西园闻见录》,《续修四库全书》本,上海古籍出版社。

赵翼:《二十二史劄记》,“丛书集成初编”本。

朱彝尊:《曝书亭集》,“四部丛刊”本。

朱彝尊:《明诗综》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

朱载堉:《乐律全书》,郑藩刻本;《四库全书》本,第213册,台湾商务印书馆;“北京图书馆古籍珍本丛刊”第4册,书目文献出版社;《中国科学技术典籍通汇·物理卷》,第2册,河南教育出版社,1995;商务印书馆(上海)1931年“万有文库”本(第一集735号)。

朱载堉:《圣寿万年历附律历融通》,《四库全书》本,台湾商务印书馆。

朱载堉:《瑟谱》,1929年影印清毛子晋抄本。

朱载堉:《律吕正论》,“四库全书存目丛书”,经部183册(该版本不载“古今乐律考序”),齐鲁书社;《续修四库全书》本,上海古籍出版社。

朱载堉:《律吕质疑辨惑》,“四库全书存目丛书”,经部183册,齐鲁书社;《续修四库全书》,上海古籍出版社。

朱载堉:《嘉量算经》,《续修四库全书》本,上海古籍出版社。

朱载堉:《古周髀算经图解》,《续修四库全书》本,上海古籍出版社。

朱载堉:《圆方勾股图解》,《续修四库全书》本,上海古籍出版社。

《朱载堉词》,载阎永仁重编(1928):《醒世词》,中州古籍出版社,1992。

朱载堉著,冯文慈点注:《律学新说》,人民音乐出版社,1986。

朱载堉著,冯文慈点注:《律吕精义》,人民音乐出版社,1998。

左丘明:《国语》,上海师范大学古籍整理研究所点校,上海古籍出版社,1983。

左丘明:《春秋左传》,“十三经注疏”本,中华书局,1980。

《河南通志》,清顺治年修。

《河南通志》,清康熙九年修。

《河内县志》,清康熙三十二年修。

《河内县志》,清道光五年修。

《怀庆府志》,清乾隆五十四年重修、2004年沁阳市地方志编纂委员会影印。

《明穆宗实录》,《明实录》,台北“中央”研究院历史语言研究所校印,1961。

《明神宗实录》,《明实录》,台北“中央”研究院历史语言研究所校印,1961。

《明世宗实录》,《明实录》,台北:“中央”研究院历史语言研究所校印,196l。

《武陟县志》,清道光九年修。

范谦:《议正历元以成大典疏》,载朱载堉:《圣寿万年历·附录》,《四库全书》本,台湾商务印书馆;郑藩刻本《乐律全书》中《历书》第一册附录。

李应策:《乞敕亟定岁差疏》,载《乐律全书》,郑藩刻本。

谢廷训、关志拯:《为恭进历书疏》,载《乐律全书》,郑藩刻本。

邢云路:《议正历元疏》,载《乐律全书》,郑藩刻本。

张应候:《申明历元疏》,载《乐律全书》,郑藩刻本。

朱载堉:《进历书奏疏》,载《圣寿万年历》卷首,四库全书,786册,台湾商务印书馆;郑藩刻本《乐律全书》中《历书》第一册卷首。

朱载堉:《上进表》,载《乐律全书》,郑藩刻本。

朱载堉:《进律书奏疏》,郑藩刻本《乐律全书》中《律吕精义》卷首。

陈美东:《论我国古代冬至时刻的测定及郭守敬等人的贡献》,载《自然科学史研究》,1983年第1期。

陈美东:《我国古代对五星近日点黄经及其进动值的测算》,载《自然科学史研究》,1985年第2期。

陈美东:《试论我国古代黄赤交角的测量》,载《科技史文集》,第3

辑,上海科学技术出版社,1980。

陈万鼐:《朱载堉年谱》,载《音乐研究学报》(台湾师范大学音乐研究所)第1期,1992年6月5日。

戴念祖:《秦简〈律书〉的乐律与占卜》,载《中国音乐学》,2001年第2期;《文物》,2002年第1期。

戴念祖:《朱载堉神道碑文注》,载《中国音乐学》,2007年第2期。

戴振铎:《广义三分损益律与朱载堉十二平均律及纯律的关系》,载《中国音乐学》,2002年第4期。

冯文慈:《律学新说及其作者》,《律学新说》点注弁言,人民音乐出版社,1986。

葛治功:《丹阳贺家坟发现明代历书》,载《文物参考资料》,1957年第7期。

郭树群:《谈朱载堉的律学思维》,载《音乐研究》,1985年第2期。

黄翔鹏:《中国古代律学——一种具有民族文化特点的科学遗产》,载《音乐研究》,1983年第4期。

黄翔鹏:《均钟考——曾侯乙墓五弦器研究》,载《黄钟》(武汉音乐学院学报),1989年第1期。

李纯一:《朱载堉十二平均律发明年代辨证》,载《音乐研究》,1980年第3期。

刘复:《十二等律的发明者朱载堉》,载《庆祝蔡元培先生六十五岁生日论文集》(国立中央研究院历史语言研究所集刊外编第一种),北平,1933。

齐天昌:《关于朱载堉与何瑭的一点考证》,载《沁园春》(沁阳市新闻工作者协会等单位主办),2006年第2期。

齐天昌:《寻访朱载堉故居》,载《沁园春》,2006年第2期。

田中华:《神道碑与朱载堉生平考述》,载《中国科技史料》,2004年第4期。

徐飞:《朱载堉十二平均律若干问题研究》(博士学位论文),载《中国人文社会科学博士硕士文库》(哲学卷),浙江教育出版社,2005。

徐飞:《朱载堉十二等程律的理论验证》,载《科学技术与辩证法》,1996 年第 4 期。

徐飞:《宋代阮逸、胡瑗异径管律的数理验证》,载《自然科学史研究》,2001 年第 3 期。

杨荫浏:《平均律算解》,载《燕京学报》,第 21 期(1937)。

杨荫浏:《三律考》,载《音乐研究》,1982 年第 1 期。

张红军:《河南沁阳发现王铎撰书郑端清世子神道碑残片》,载《文物》,1995 年第 2 期。

Cajori, F. , *A History of Physics*, MacMillan, 1928.

Cho, Gene. J. , *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the 16th Century*, The Edwin Mellen Press, 2003.

Dijksterhuis, E. J. , *Simon Stevin : Science in the Netherlands around 1600* (the English Version), The Hague : Martinus Nijhoff, 1970.

Forbes, R. J. , Foker, A. D. and Romein-Verschoor, A. ed. , *The Principal Works of Simon Stevin* (*in Science, Music, Civic Life*), Amsterdam : C. V. Swets & Zeilinger, 1966.

Fryer, John, "The Acoustics in China", *Nature*, Vol. 23 (March 10, 1881), pp. 448 - 449.

Gray, H. J. and Isaacs, Alan, ed. , *A New Dictionary of Physics*, Longman Group Ltd. , 1975.

Helmholtz, Hermann von, *On the Sensation of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music*, Trans. by A. Ellis, New York: Dover Pub. INC. , 1954.

Kuttner, F. A. , "Prince Chu Tsai-Yü's Life and Work, A Re-evaluation of His Contribution to Equal Temperament Theory", *Ethnomusicology*, Vol. XIX, No. 2, 1975, pp. 163 - 205.

Neadham, Joseph, *Science and Civilization in China*, Vol. 4, part 1, Physics, Cambridge University Press, 1962.

Robinson, Kenneth, *A Critical Study of Ju Dzai-Yü's Account of the System of the Lü-Lü or Twelve Musical Tubes in Ancient China*, Inaug. Diss, Oxford, 1948.

Robinson, Kenneth, *A Critical Study of Chu Tsai-Yü's Contribution to the Theory of Equal Temperament in Chinese Music*, Franz Steener Verlag Gmbh, Wiesbaden/Germany, 1980.

Sadie, Stanley, ed., *The New Grove Dictionary of Music and Musician*, MacMillan Pub. Ltd., 1980.

Wood, Alexander, *The Physics of Music*, Rev. by J. M. Bowsher, London, 1975.

Zielinski, Siegfried, *Deep Time of the Media*, The MIT Press, 2006.

后　　记

（1986 年版）

1986 年是朱载堉诞生 450 周年。我以此小书，作为对这位明代的科学和艺术巨匠的纪念。朱载堉的科学和艺术成就，是我们中华民族史上的骄傲。

本书是在 1984 年 11 月于北京召开"朱载堉《律学新说》成书 400 周年纪念会暨律学学术讨论会"之后动笔撰写的。由于在这个会议之前，对朱载堉的全部学术工作未有系统的整理，因此，这个纪念会的名称可能会使人产生一种关于该书成书时间的误解。应当说是"《律学新说》作《序》400 周年"，而其成书的时间当在 1567—1581 年之间。本书吸取了这次会议的与会者们的许多宝贵意见。

我能在短期内写成这本书，首先要感谢中国艺术研究院音乐研究所所长黄翔鹏先生的指导，他不仅欣然为本书作序，而且还为本书写了朱载堉的音乐实践一章（本书第十一章），这是他对音乐学的创见性的研究成果；还要感谢我的同事陈美东同志，他将他自己对朱载堉天文历法的深刻的研究心得送与本书作为一章发表（见本书第八章）。没有黄翔鹏先生和陈美东同志好意和宽宏地赠文，本书要全面地评述朱载堉的科学和艺术成就，几乎是不可能的。

本书还承蒙我的同事赵承泽先生、金秋鹏同志、刘钝同志，中国音乐学院音乐学系冯文慈先生，中国科学院图书馆郭永芳同志，北京师范大学

物理系陈毓芳同志,音乐研究所孟宪福同志,以及我所的领导和图书馆的全体同志的支持和帮助;承蒙中国科学院图书馆和北京图书馆的支持和帮助;中国舞台艺术研究所王湘先生还将他珍藏的两本书送给我,它们是我写本书的参考文献之一。笔者在此向他们一一表示感谢。

本书的写作,还受到学术界前辈的精神力量的激励。中国音乐史家杨荫浏先生生前就中国音律学教导笔者的情景,已成为笔者永久的美好回忆。杨老确实是个谈学术而废寝忘食的人。有一天,我们从早上一直谈到中午,杨老话犹未了,只好在其家人的几次催促下,一边进午餐一边继续谈论。不料这顿便餐却费了两个小时,我不知道那桌上的菜汤热过多少次。我多次劝杨老"暂停",希望改日再来聆听他的教诲。实在是因为我这个年轻人都觉得疲乏了,他才放我离开他的府邸。我出门一看表,已是下午三点多钟。在那风云变幻的动乱岁月,已故的物理学家叶企孙先生,拖着沉重的病体,以他颤抖的双手教我物理学史。他多次教导我,修中国物理学史要学乐律学。当他讲完一件科学史事实之后,总要去书架前拿书,要我查验他的话是否对。当我看着这位慈祥、和蔼的老人艰难地从破旧藤椅上站立起来,看着他的肿胀的双腿挪动的痛苦情景,我要求叶老让我来拿书。他以略带口吃的上海音回答:"你、你坐着,不要着……着急,我要活……活动的。"每当我回忆起和叶老相处不多的那些日子,我的心中总是掠过一阵阴云、惆怅和不安。我以这本小书表示我对诸多前辈尊师的芹献之意。

我是一个物理专业出身的人,就朱载堉的生平、著作和成就写一本书,确曾使我心有畏惧。因为王子载堉在科学和艺术上的成就是全面而又伟大的。而自然科学和艺术科学这两大学术领域在今天又是相距如此遥远,以致很难有一个人能像朱载堉当年所作的一样,既在科学,又在文学、艺术等多方面作出卓越非凡的成就。因此,为朱载堉作学术评传,原本是笔者力不能及的工作。我一方面在前辈的著作中尽量汲取营养,另一方面多亏许多师长、同事和挚友的鼓励和帮助。由于这些原因,才使我斗胆妄为。

最后,感谢人民出版社张安奇同志,她在编辑本书的过程中,热情地

给笔者提供了许多宝贵意见。

由于我学识浅薄，书中错误和不当之处定当不少，祈识者不吝赐教。

戴念祖

1985 年 5 月 1 日于自然科学史研究所

跋(修订版)

本书是1986年版(第一版)之修订本,删去了第一版中"时代背景"(第一本)和"科学哲学"(第十三章)两章;"计量和物理学"(第十章)中,计量内容编进修订本"数学"章中;"物理学"不单列章节,则在音乐、等程律、末端效应等章节中分别陈述。

修订本第五章中"音乐人生"一节,第八章中"上进《历书》引发的风波"一节,以及附录1、2均转自拙著《天潢真人朱载堉》(2008年郑州大象出版社)一书。因为后者实为1986年版之本书的充实本。此次修订,对第一版中的错误作出修正,尚有谬误之处,还请读者指教。

本书修订过程中,笔者内心极度不安:当年赠文于本书的学兄好友黄翔鹏先生(1927—1997)、陈美东先生(1942—2008)均已作故。他们的音容笑貌常出现在我脑海中。在他们撰写的章节中,笔者各加入一节文字,一则表明近几十年间我们曾经有过更深的讨论;二则示笔者对他们的敬意和思念。教我音乐史的杨荫浏先生1984年谢世而去,但我终生难忘他的教诲之情。随笔者趋向暮年,记忆的闸门常常开启。当年,我和翔鹏兄都亲历过杨老诲人不倦、教徒惜时的情景,连你上洗手间小解的时间也不放过:他紧随你至洗手间,两手扶在门框上,嘴里不停地讲述着音乐史知识。第一次,杨老随我上洗手间,不关门,尚觉尴尬。此后就习以为常了。1975年秋某天,他托人电话约我马上到他府第。原来是,他读了库特纳

的文章，让我赶紧也读一读。那时全国上下都在“批林批孔”，抓阶级斗争、抓中心政治，谁敢驰心旁骛。杨老指着那本刊载库特纳文章的杂志，压低声说：“不知道批林批孔能不能批这个？无论如何，有机会时要和他（指库特纳）理论理论。”光阴荏苒，一去三十余年，而杨老的嘱咐犹如在耳。本书第一版是在杨老辞世后两年出版的。日月轮回，万物勃兴，本书又得以修订再版。托他们荫福庇佑，让国粹学术发扬光大。

本书第一版得到许多学者关爱与鼓励，也以此结识了许多新朋友。台北故宫博物院陈万鼐先生是其中之一，他于1992年出版了《朱载堉研究》一书。我们之间讨论甚多。1997年，美国北得克萨斯大学音乐学院卓仁祥教授夫妇怀揣拙著来访。我们“讨论等程律史的情景，至今让笔者记忆犹新。鉴于东西方学者谁先作出等程律数学理论这一问题的争论，又缺乏一种能使双方折服的历史证据，笔者曾表示一种担心与忧虑。而卓教授当即信誓旦旦，要努力于此研究”。其时，卓教授说一口流利的英语与日语，但汉语表述不畅，幸有嫂夫人翻译。五年后，卓教授邮来大作《16世纪中西等程律探索》一书。笔者为他独具匠心的透视能力和把握历史事件的尺度、为他的努力和诸多新发现感到由衷高兴，并为之作序（上引文即“序”中一句文字）。此后，卓教授作为访问教授多次来华讲学，其汉语进步甚速。卓教授及其大作激励我们作更深入的研究。

另一件值得回忆的事是、1988年夏在美国加州 San Diego 国际中国科学史会上，笔者曾与纽约州立大学 Brooklyn 学院音乐学教授 E. G. McClain 先生讨论朱载堉乐律与曾侯乙编钟等音乐问题。是他帮助我与库特纳联系并将拙作转送库特纳。是年冬收悉库特纳复信，言及他于1949年之前曾在上海圣约翰大学教了几年英语，但汉字不识一百个；他的文章写作前，曾有一个来自中国的学生为他译读了朱载堉著作中几段文字，他承认自己未曾好好解读朱载堉著作。事隔1/4世纪，这些往来信件在多次搬迁中遗失了，陋室也不足放置平生所有书、刊、报和大量信函，此乃笔者平生之大憾也。

McClain 教授专攻古希腊和巴比伦音乐，在讲坛上以中国律管形式教授学生调律方法（他曾将其亲手制作的一套律管寄送笔者）。在我们

会面后一二年,他撰写了曾侯乙编钟的乐律与巴比伦之比较的文章。仿似 1997 年之后,我们中断了联系。他对中国文化的兴趣与热情深深地留在笔者记忆中。

朱载堉的学问博大精深,涉及音乐艺术和自然科学的方方面面。研究他的《乐律全书》要有音乐与科学(尤其数学)两方面之功底。而当今大学教育课程令年轻人中懂音乐者不晓数理,懂数理者不识音乐。研究朱载堉及其《乐律全书》几成绝学。但愿本书修订本能吸引年轻人对朱载堉作深入研究;将其著作精粹译成西方文字,供国际学术交流,从而繁荣吾国学术、彰显吾人先进文化与思想,则笔者幸甚也。

戴念祖

于辛卯春播时节

专有名词索引

（按汉语拼音字母排列）

编管　109

补亡诗　27,52,54,147—150

操缦　28,47,118,125—130,132,145,146,150,292

操缦谱　28,47,116,119,120,128,132

操缦谱稿　28,315

纯律　57,60—63,85,86,94,315

村田乐　157,159

大司乐　123,124,287

等比级数　47,62,72,83,84,101,108,109,167,168,174,175,178—180,302,304,315

等差级数　66,86

等程律　30,32,33,46,47,61—68,73,75,76,79—86

笛　91,95,99,109—112,122,315

地磁偏角　233—235,237,239—241,251

地理纬度　190,210,212,221,229—231,251

地圆说　244,245

返宫　58—60,70,71,85,124,133

封爵　5—8,46,315

高次方根　167

歌舞总谱　122,156

隔八相生　29,32,53,77—80,84,285,287,296,315

隔二相生　79

隔六相生　79,82

古代音差　59,66,315

古琴　63,85,86,124

合乐谱　47,117,119—123,132,135,137,145,315

黄钟历　189—196,201,204,206—210

回归年长度 190,192,202—205,208—210,246,253,257,281

纪善 4,5,27,315
进位制 177,178,183
经筵 20,22

开方 47,71—73,87—90,163,168,173—176,178,315
累黍 24,27,28,132,180,182,183,188,288,315
律管 22—24,30,46,85,90—99,104,106,108,109
律学四物谱 31,32,46,182,315
律龠 110,183,188,189

密率 14,57,67—70,73—75,79,86,97
末端效应 92,94,96,98,99,315

排箫 109,113

气差 204,226,228,257,261,262,265,315
749 定律法 81,307,315
琴瑟 28,29,47,91—93,97,116,291
琴弦折法 63,86,88
请封 4,7—9,12,15,18,19,27,148,315
请婚 4,9,14
请名 4,6—9,16,26,46,147

三分损益 23,29,32,52,56—63,65,66
三教九流图 27,54,166,315
笙 14,29,97,109,112,113,115,116,121,122,133,148,150,151,157,165,166
十二等程律 23,25,27,29—32,46,54,55,57,61,62,65—71,73—75,77
时差 204,261—263,315
水银密度 189
四纲八目 154,156,161

听音实验 109
同律度量衡 180
万年历 31,33,46,51,52,189—193,195,197—201
五度律 57,58,60,315
舞谱 31,33,43,48,49,120,122,123,146,147,151—156,158—161,163—165
舞学 34,47,153,155,161—164

小舞 48,49,118,122,133,151,152,156,158,165,293,295

新法密率　55,67,68,70,74,77,78,83,84,86,87,89,90,92,94,101,108,133,144,171,172,176—178,282,283,285
醒世词　53,54,147,149,150,315
旋宫图　57,124,138,144 旋宫谱　29,117,135,144,145

埙　116,121

音程　55,58,60—65,71,75,77,85—87,124,315
应钟倍律之率　70,73
语境　90,288
圆周率　54,167,170—172,174,178,188,315
龠　46,85,109—111,121,180,188,189,315
月相　241,242,315
均(yùn)准　90—94,109,116

长(zhǎng)史　3—5,7,8,19,52,265,266,269,274,315
折法　88,90
正方案　212,214,220,226,229,232,234,235,239,251
钟磬　116
珠算开方　174,176,178
字舞谱　146,160

人名索引

（按汉语拼音字母排列）

A

埃利斯（Alexander John Ellis，1814—1890） 253—255,260,300

B

巴伯（J. M. Barbour） 254

巴赫（J. Sebastian Bach，1685—1750） 259

班固（32—92） 123，126，247,315

毕达哥拉斯（Pythagoraus，约公元前570—496） 253,300

C

蔡元定（1135—1198） 38，94，134，170，184，204，214，217，249,315

陈得一（宋人，生卒年不详） 217

陈澧（1810—1882） 214，247，248,252,315

陈美东（1942—2008） 215,219，220,223,237,315

陈荩谟（约16世纪人） 212

陈万鼐 5,51,97,176,177,207，209,214,315

陈旸（宋人，生活于10—11世纪之间） 170,204

陈仲儒（生活于5—6世纪之间） 139

程大位（1533—?） 213,214

D

代伊斯特赫伊斯（E. J. Dijksterhuis） 257,301,304

德保 89,241—243

德里格(Thodorico Padrini,1670—1746) 240
邓平(汉代人,生卒年不详) 224
邓玉函(Jean Terrenz,1576—1630) 265,269,291—295,299
董浩 242

F

范谦 217,225,226,229,230,232,315
方以智(1611—1671) 213,315
福格勒(A. G. Joseph Vogler,1749—1814) 164
福克尔(Adriaan D. Fokker) 257,258
傅兰雅(John Fryer,1839—1928) 146

G

关志拯 5,315
管仲(?—前645) 94
郭守敬(1231—1316) 24,215,217—220,222,223,225,238,315

H

韩邦奇(1479—1555) 42,209,211,315
何承天(370—447) 103,104,134,184,254
何谘(明人,生卒年不详) 34—36,224,315
何瑭(1474—1543) 12—14,20—22,24,25,27—29,34—36
赫姆霍茨(Hermann von Helmholtz,1821—1894) 235,253,299,300
贺汝田(清人,生卒年不详) 96,195
弘历(清高宗,1736—1795) 120
胡瑗(993—1059) 146,315
华湘 235
怀尔兹(Johann Wilds,生卒年不详) 164
黄积庆(明人,生卒年不详) 187
黄翔鹏(1927—1997) 138,164,315
黄宗羲(1610—1695)

J

伽利莱(Vincenzo Galilei,约1520年代后期—1591) 254,259,275,281,290
伽利略(Galilei Galileo,1564—1642) 214,253,255,275,289—291,293,295,297—299
季札 52,53,63,65—67,315
基尔希尼克(Kirschnik,生卒不

详） 164
江永（1681—1762） 213，214，237，238，248—251，315
蒋崇德 94
金尼阁（Nicolas Trigault，1577—1628） 265，266，270，315
京房（前77—前37） 114，115，128，134，138，140，145，248

K

开普勒（Johannes Kepler，1571—1630） 292—296
康熙（清圣祖玄烨，1654—1722） 21，83，84，200，215，239—241，245，247，252，311，315
克拉韦乌斯（Clavius，1537—1612） 275，276
克拉特森斯廷（Kratzenstein，生卒年不详） 164
寇宗奭（宋人，生卒年不详） 223
库特纳（Fritz A. Kuttner，1903—1991） 121，304，305，307，308，310，311，315

L

拉达（P. de Rada，生卒年不详） 262，263
拉莫斯（Bartolomeo Ramos，1441—约1491） 253，254
莱布尼兹（Freiherr von Leibniz，1647—1716） 214
冷谦（明人，生卒年不详） 171，181，182，184，193
李德 5，315
李德裕 19
李光地（1642—1718） 262
李廷机 79—81，315
李郎子（唐人，生卒年不详） 184
李文察（明人，生卒年不详） 162，170，192，206
李文利（明人，生卒年不详） 186，206
李约瑟（Joseph Needham，1900—1995） 260，263，287，301—305，311，315
李照（10—11世纪之交） 204，214
李之藻（1565—1630） 236，252，253，272，315
利玛窦（Matteo Ricci，1552—1610） 223，233—237，252，264，266，270—272，275，281，283，286，315
黎曼（Hugo Riemann，1849—1919） 254，300
刘安（前179—122） 114，315
刘德 49，50，315
刘润 6，7，36，315

刘复（1891—1934） 47，156，300,301,315
刘瑾(？—1510) 20,195
刘濂(明人,生卒年不详) 192，193,206
刘徽(魏晋时人,生卒年不详) 212,213
刘向(前77—前6) 50,315
刘歆（？—公元23） 121，123，126，128，166，204，211，214，215,247
刘焯(544—610) 104,134
龙华民（Nicolaus Longobardi，1559—1654) 265,269
鲁宾逊(K. Robinson，1917—?) 301,305,307
路工 96,193,194,315
罗雅谷（Jacobus Rho，1593—1638) 266,270,275
吕不韦(？—前235) 134

M

马理 21,315
马林(P. J. Marrin，生卒年不详) 262
马容（Victor-Charles Mahillon，1841—1924） 146—149，156,159
毛似苏 5,20,315
梅文鼎(1633—1721) 237,315
孟三德(Edouard da Sande,1531—1600) 264
梅森（Marin Mersenne，1588—1648) 253,255,256,259,261，264,287,289,290,296—301

P

庞迪我(Didace de Pantoja,1571—1618) 235,236,263,266,315

Q

钱宝琮（1892—1974） 211，214,315
钱德明(Jean Joseph Marie Amiot，1718—1793) 261,262,300
钱塘(1735—1790) 215,253,315
钱乐之(五世纪人) 131
乾隆(清高宗弘历,1711—1799) 9,10,12,15,21,27,36,40,81，83，174，184，215，238，241—247,249—251

R

阮逸 146,315

S

萨里纳斯(Francisco de Salinas，1513—1590) 253—255

沙克斯(Curt Sachs, 1881—1959) 163
沈德符(1578—1642) 51,193,216,217,315
沈括(1030—1094) 223,232,233,315
沈约(441—513) 103,315
司马迁(前145—?) 114,247,315
斯蒂芬(Simon Stevin, 1548—1620) 253,255—260,284—288,296,301—303,305,307
松谷(1538—1590) 38,39,101,211,223,315

T

泰伯 51,52,63,66,315
谈迁(1593—1657) 5,15,16,18—20,47,48,65—67,75,315
汤若望(Jean Adam Schall von Bell,1591—1666) 266,270

W

王铎(1592—1652) 7,12,15,36,38,39,49,82,83,96,97,101,102,311,315
王蕃(228—266) 212
王光祈(1892—1936) 300,315
王国维(1877—1927) 171
王朴(905—959) 104,111,145
王若瑟,见钱德明 261
王士祯(1633—1711) 82,84,315
王守仁(1472—1528) 21
王所用 94
王恂(1235—1281) 216,217,225
韦昭(204—273) 137,138
卫朴(11世纪人) 217,232,233
魏克迈斯特(Andreas Werckmeister,1645—1706) 253
魏徵(580—643) 315
吴承洛 215,315
吴伟业(1609—1671) 315

X

喜常 241,242,244
夏侯湛 207
萧璃 9
谢廷训 5,225,315
谢诏 19,315
邢云路(?—1622/1623) 82,89,94,212,214,217,225—231,233—235,237,238,271,315
徐飞 162,315
徐光启(1562—1633) 236,253,267,270,272,315
徐日升(Thomas Perira, 1645—1708) 240

徐寿(1818—1884) 146
徐学谟(1522—1593) 245,315
许衡(1209—1281) 21,23,24,27,217,224,225
荀勖(?—289) 146

Y

亚里士多德(Aristotle,前 384—322) 253
杨荫浏(1899—1984) 102,134,147,162,163,240,254,315
杨忠辅(南宋人,生卒年不详) 218,219,224,238
尤世贤 12,184
夷齐 52,65—67,315
一行(683—727) 216,224,315
永瑢(乾隆第六子) 89,211,237,240—243,246,315
应㧑谦(1615—1683) 253
俞正己(明人,生卒年不详) 217,225

Z

扎尔利诺(Gioseffo Zarlino,约 1517—1590) 253,255,275
张鹗(明人,生卒年不详) 239
张衡(78—139) 212
张廷玉(1672—1755) 238,315
张萱(明人,生卒年不详) 5,19,38,50,315
张敔(明人,生卒年不详) 187,206
张应候 217,226—229,231,233,315
郑玄(127—200) 114
周景王(前 544—521 在位) 135
周琮(北宋人,生卒年不详) 223
邹伯奇(1819—1869) 253
邹奕孝 241—243
朱棣(明成祖,1360—1424) 1,2,10,12
朱厚烷(1518—1591) 2,5,12—19,21,36,38,40,41,43—45,47,85,89,121,183,195,209,245,315
朱勤熨 17—19,315
朱熹(1130—1200) 24,37,89,134,195,209,217
朱彝尊(1629—1709) 36,89,195,199,203,207,249,315
朱祐橏(明人,生卒年不详) 19
朱载玺(明人,生卒年不详) 82
卓仁祥 234,258,260,311,315
子臧 53,65—67,315
祖冲之(429—500) 212,213,224,250